

$$\begin{aligned}\frac{d}{dt}(m \vec{v}) &= \sum \vec{F}_i \\ \frac{d}{dt}\left(\frac{1}{2}m v^2 + \frac{1}{2}I \omega^2\right) &= \sum \vec{F}_i \cdot \vec{v}_i \\ \frac{d}{dt}(I \omega) &= \sum M_i\end{aligned}$$

Formulaire

Lorsque les forces sont **constantes**,

$$\begin{aligned}\Delta(m \vec{v}) &= \sum \vec{F} \Delta t \\ \Delta\left(\frac{1}{2}m v^2\right) &= \sum \vec{F} \cdot \Delta \vec{x}\end{aligned}$$

Mouvement d'un projectile

$$\begin{aligned}\vec{x}(t) &= \begin{bmatrix} u_0 t + x_0 \\ -gt^2/2 + v_0 t + y_0 \end{bmatrix} \\ \vec{v}(t) &= \begin{bmatrix} u_0 \\ -gt + v_0 \end{bmatrix} \\ \vec{a}(t) &= \begin{bmatrix} 0 \\ -g \end{bmatrix}\end{aligned}$$

Mouvement horizontal = MRU (vitesse constante)
Mouvement vertical = MRUA (accélération constante)

Mouvement circulaire uniformément accéléré : $\theta(t) = \theta_0 + \omega_0 t + \frac{\alpha t^2}{2}$

$$\begin{aligned}\vec{v}(t) &= \begin{bmatrix} v_r \\ v_\theta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ r\omega \end{bmatrix} \\ \vec{a}(t) &= \begin{bmatrix} a_r \\ a_\theta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -r\omega^2 \\ r\alpha \end{bmatrix}\end{aligned}$$

Vitesse : $v = r\omega$

Accélération : $a = \sqrt{(r\omega^2)^2 + (r\alpha)^2}$

Vitesse angulaire ω et accélération angulaire α

Bilan d'énergie

$$\begin{aligned}\overbrace{\Delta \left(\frac{1}{2} m v^2 \right)}^K &= \sum \overbrace{\vec{\mathbf{F}} \cdot \Delta \vec{\mathbf{x}}}^W \\ &= \sum \underbrace{\vec{\mathbf{F}}_{nc} \cdot \Delta \vec{\mathbf{x}}}_{W_{nc}} - \Delta \left(\underbrace{mg h}_{U_g} + \underbrace{\frac{1}{2} k x^2}_{U_r} \right)\end{aligned}$$

Moment d'une force dans le plan

$$\underbrace{\vec{\mathbf{r}} \times \vec{\mathbf{F}}}_{\vec{\mathbf{M}}} = \begin{bmatrix} r_x \\ r_y \\ 0 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} F_x \\ F_y \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ r_x F_y - r_y F_x \end{bmatrix}$$

$$M = r_x F_y - r_y F_x = F r_{\perp} = F_{\perp} r = F r \sin(\theta)$$

Ensemble de particules : un corps !

$$m = \sum m_i$$

$$m \vec{\mathbf{x}}(t) = \sum \left(m_i \vec{\mathbf{x}}_i(t) \right)$$

$$m \vec{\mathbf{v}}(t) = \sum \left(m_i \vec{\mathbf{v}}_i(t) \right)$$

Moment d'inertie

$$I = \sum m_i r_i^2$$

Rayon de giration

$$m k^2 = \sum m_i r_i^2$$

Théorème des axes parallèles

$$I_h = m h^2 + I$$

Moments d'inertie de corps rigides homogènes

Cylindre creux tournant autour de l'axe de révolution $I = m R^2$

Cylindre plein tournant autour de l'axe de révolution $I = m \frac{R^2}{2}$

Barre tournant autour d'un axe perpendiculaire central $I = m \frac{L^2}{12}$