

Matlab 11-12 for dummies : exercice 2

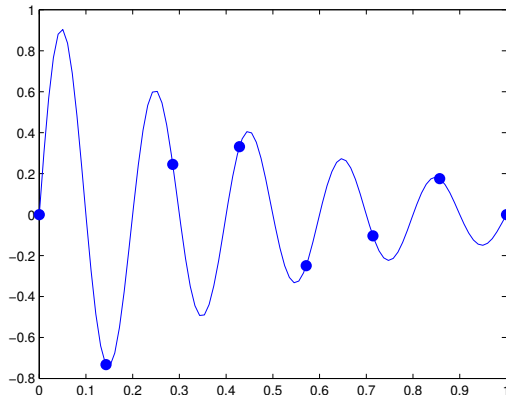
Interpolations d'Hermite

On souhaite interpoler une fonction $u(x)$ au moyen d'une interpolation cubique par morceaux $u^h(x)$. Nous disposons de $n + 1$ points

$$X_0 < X_1 < X_2 < \dots < X_n$$

où la valeur U_i de la fonction $u(x)$ et celle de la dérivée U'_i sont fournies. L'interpolation d'Hermite se compose donc de n polynômes de degré trois $u_{h_i}(x)$ définis sur les intervalles $[X_{i-1}, X_i]$ de telle manière que

$$\begin{cases} u_{h_i}(X_{i-1}) = U_{i-1} \\ u_{h_i}(X_i) = U_i \\ u'_{h_i}(X_{i-1}) = U'_{i-1} \\ u'_{h_i}(X_i) = U'_i \end{cases}$$



On vous demande de :

1. Ecrire une fonction `[uh] = hermite(n,X,U,dU,x)` qui fournit les ordonnées correspondant aux abscisses `x` pour l'interpolation d'Hermite des $n + 1$ données (X_k, U_k, U'_k) . Les $n + 1$ premiers éléments des vecteurs `X`, `U` et `dU` contiennent les valeurs des abscisses, des ordonnées et des dérivées. On peut supposer que tous les éléments du vecteur `x` sont inclus dans l'intervalle $[X_0, X_n]$. Si nécessaire, on pourrait aussi utiliser la première ou la dernière cubique pour les extrapolations à gauche et à droite respectivement.
2. Un programme `matlab2` vous est fourni pour tester votre fonction.

```
n = 8;
X = linspace(0,1,n+1);
U = exp(-2*X).*sin(10*pi*X);
dU = 10*pi*exp(-2*X).*cos(10*pi*X) - 2 *U;

x = linspace(0,1,100);
u = exp(-2*x).*sin(10*pi*x);
uh = hermite(n,X,U,dU,x);

plot(x,u,'b-', x,uh,'r-',X,U,'b.', 'Markersize',25);
title(['Interpolation Hermite : n = ' num2str(n) ' ' ], 'FontSize',15);
legend('Fonction u', 'Interpolation uh', 'Location', 'NorthEast');
```

3. Certains petits futés observeront qu'une fonction de MATLAB fait exactement ce qui est demandé. Malheureusement, un informaticien malicieux a retiré cette fonction de la version de MATLAB qui servira à tester votre programme. Il est donc fortement déconseillé d'y faire appel !
4. Votre fonction (avec les éventuelles sous-fonctions que vous auriez créées) sera incluse dans un unique fichier `hermite.m`, sans y adjoindre le programme de test fourni ! Attention, la fonction `pchip` ne fait pas exactement la même chose. Cette fonction devra être soumise via le web avant le lundi 10 octobre à 23h59 : ce travail est individuel et sera évalué.