

Matlab 11-12 for dummies : exercice 4

Et cela fait quelle longueur ?

Nous souhaitons connaître la longueur d'une courbe plane paramétrique $\mathbf{x}(t) = (x(t), y(t))$ définie au moyen de NURBS :

$$\mathbf{x}(t) = \frac{\sum_{i=0}^{n-p-1} W_i B_i^p(t) \mathbf{X}_i}{\sum_{k=0}^{n-p-1} W_k B_k^p(t)},$$

avec $T_p \leq t \leq T_{n-p}$. La géométrie différentielle nous apprend que la longueur de la courbe est :

$$L = \int_{T_p}^{T_{n-p}} \sqrt{\left(\frac{dx}{dt}(t)\right)^2 + \left(\frac{dy}{dt}(t)\right)^2} dt.$$

En utilisant une règle de Gauss-Legendre à deux points sur chaque intervalle de longueur non nulle de l'espace paramétrique, on obtiendra une estimation de la longueur de cette courbe de degré p définie par $n + 1$ noeuds $T_0 \leq T_1 \leq T_2 \dots T_{n-2} \leq T_n$. Il y a aussi $n - p$ points $\mathbf{X}_i = (X_i, Y_i)$ et $n - p$ poids W_i . Finalement, il est aussi utile de savoir que la dérivée des fonctions B-splines est donnée par¹

$$\frac{dB_i^p}{dt}(t) = \frac{p}{(T_{i+p} - T_i)} B_i^{p-1}(t) - \frac{p}{(T_{i+1+p} - T_{i+1})} B_{i+1}^{p-1}(t)$$

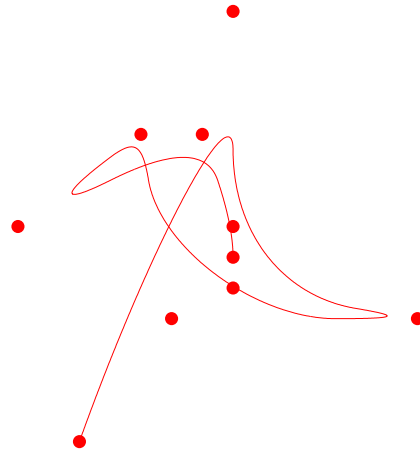
Plus précisément, on vous demande :

1. Ecrire une fonction `function L = computeLength(T,X,Y,W,p)`. On suppose que les vecteurs `X`, `Y` et `W` sont de la taille requise pour la valeur de p fournie. La fonction renvoie simplement la longueur de la courbe. Attention, il faut prévoir le cas de noeuds multiples !
2. Un programme `matlab4` est fourni pour tester votre code. Comme la première courbe est un cercle, vous devriez pouvoir vérifier aisément que votre fonction fournit une estimation raisonnable de la circonférence. La seconde courbe est celle de la Figure.

```
p = 2; c = 1/sqrt(2);
T = [0 0 0 1 1 2 2 3 3 4 4 4];
X = [1 1 0 -1 -1 -1 0 1 1];
Y = [0 1 1 1 0 -1 -1 -1 0];
W = [1 c 1 c 1 c 1 c 1];
L = computeLength(T,X,Y,W,p)

T = [0 0 0 1 2 3 4 5 6 7 8 8 8];
X = [1 1 0 -6 -2 -1 7 1 1 -4];
Y = [0 1 4 1 4 -2 -2 -1 8 -6];
W = [1 1 1 1 3 1 2 1 1 4];
L = computeLength(T,X,Y,W,p)
```

3. Votre fonction (avec toutes les éventuelles sous-fonctions que vous auriez créées) sera incluse dans un unique fichier `computeLength.m`, sans y adjoindre le programme de test fourni ! Ce fichier devra être rendu via le web avant le mercredi 2 novembre à 23h59.



¹ La démonstration un brin calculatoire est laissée à votre sagacité, mais vous pouvez me faire confiance, c'est juste :-)