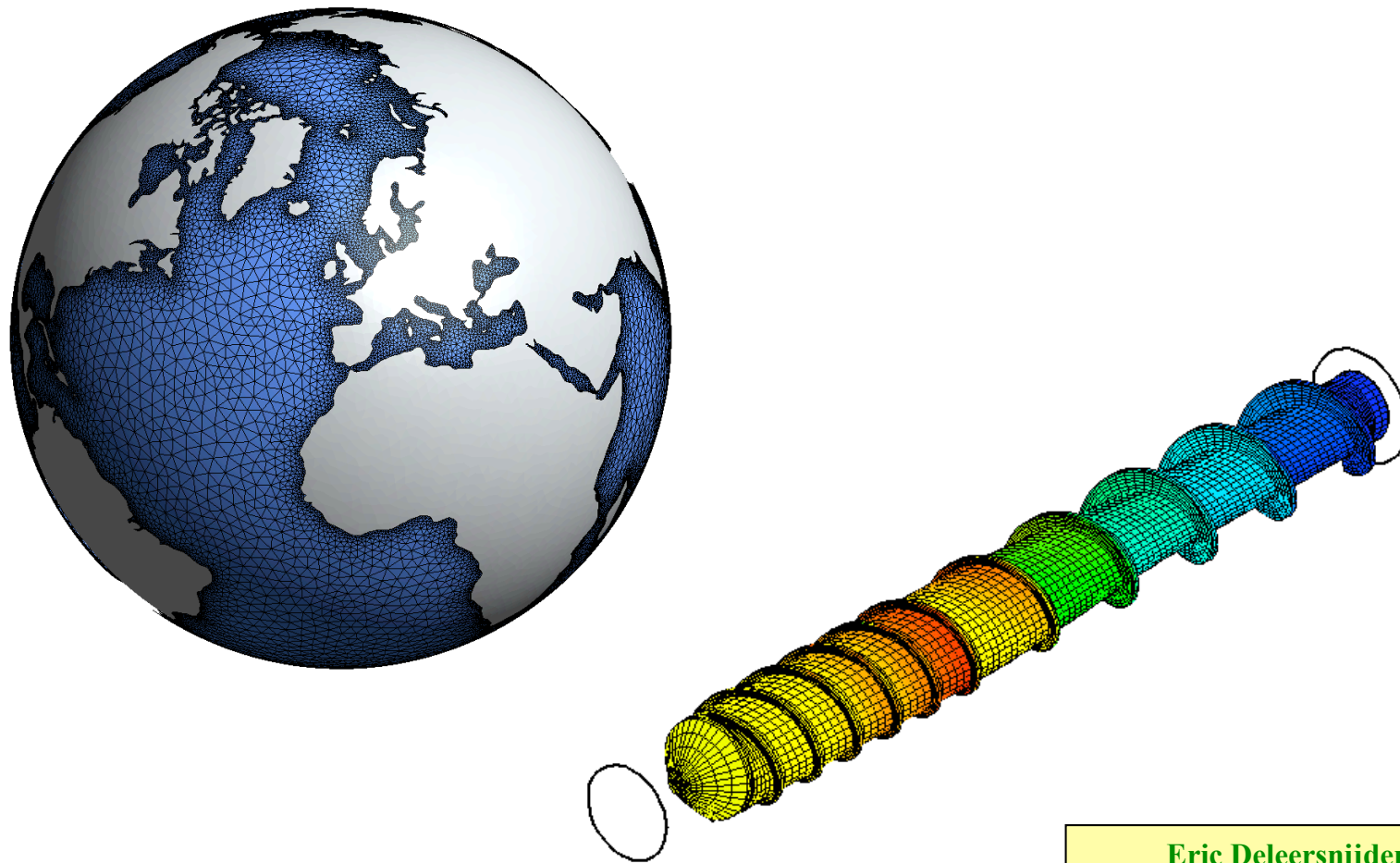
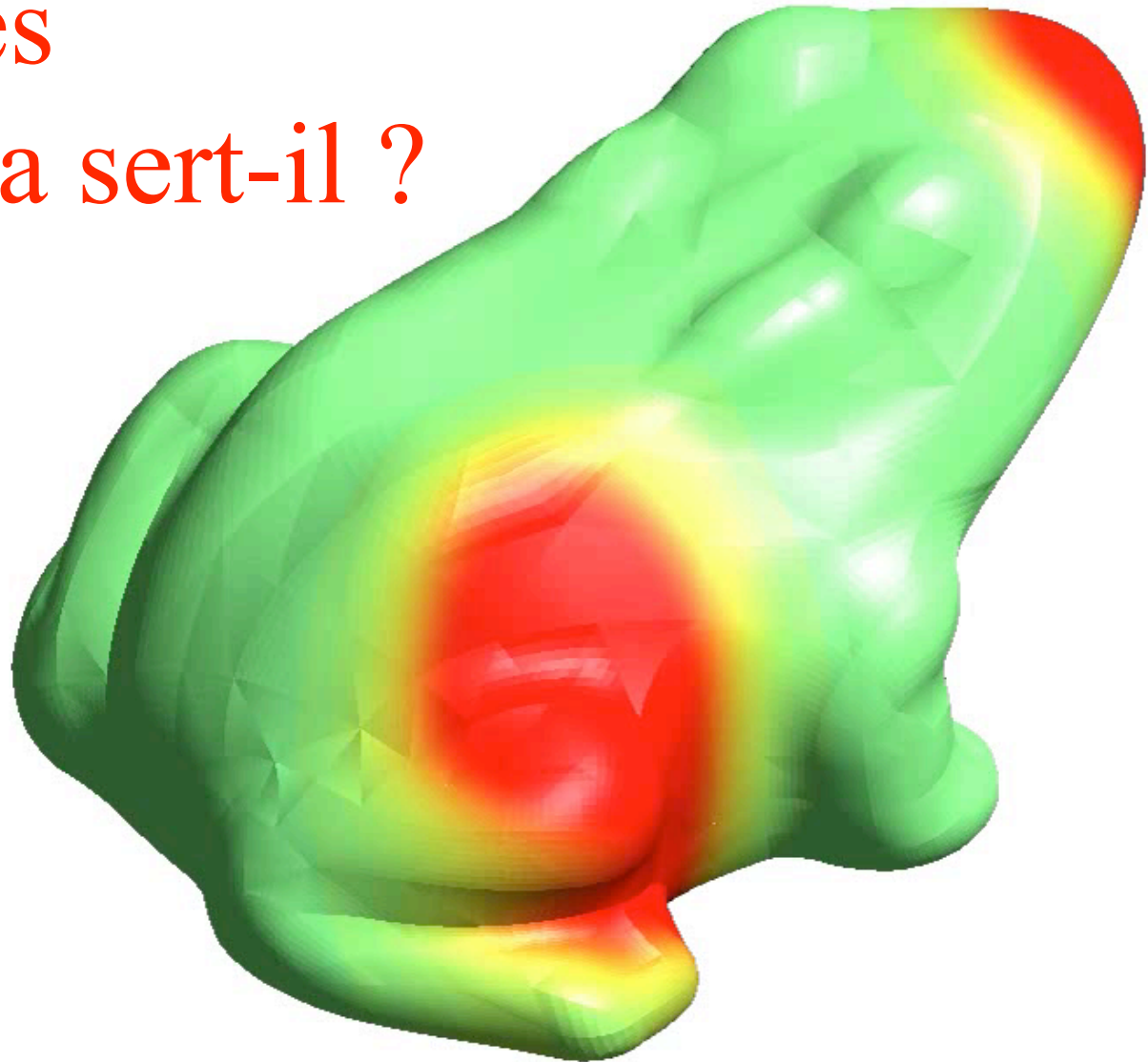


Physique (ou mécanique des fluides)

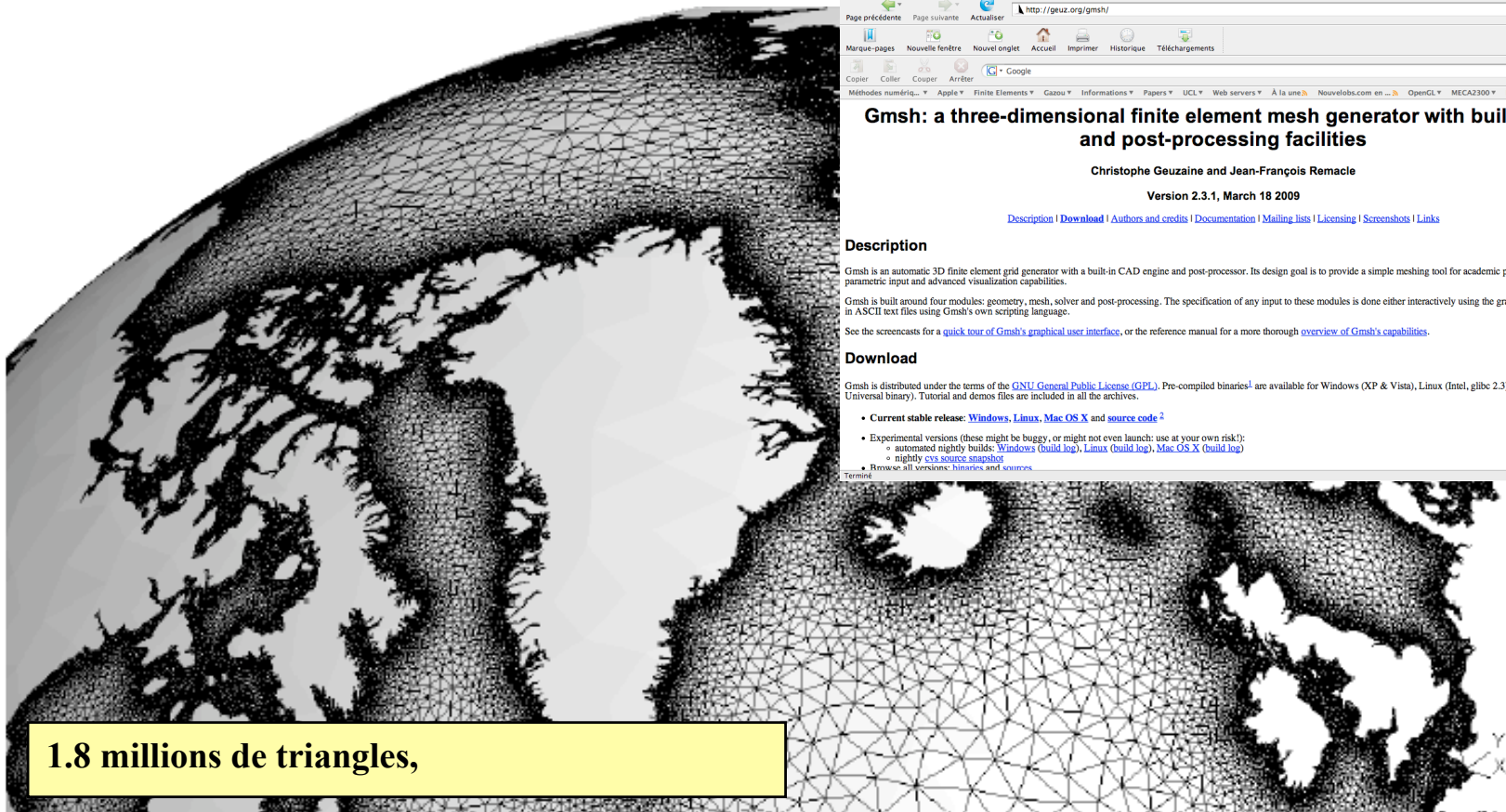
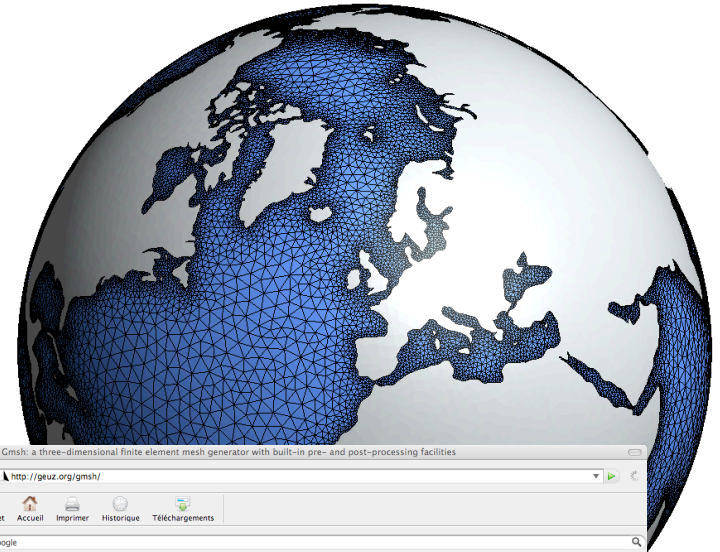


Eric Deleersnijder,
Vincent Legat,

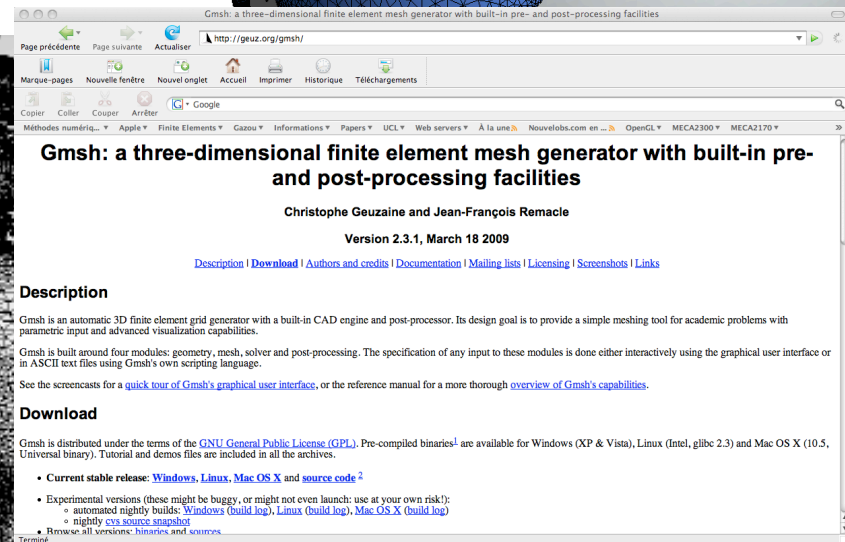
Les méthodes
numériques
A quoi cela sert-il ?



Second-generation Louvain-la-Neuve Ice-ocean Model

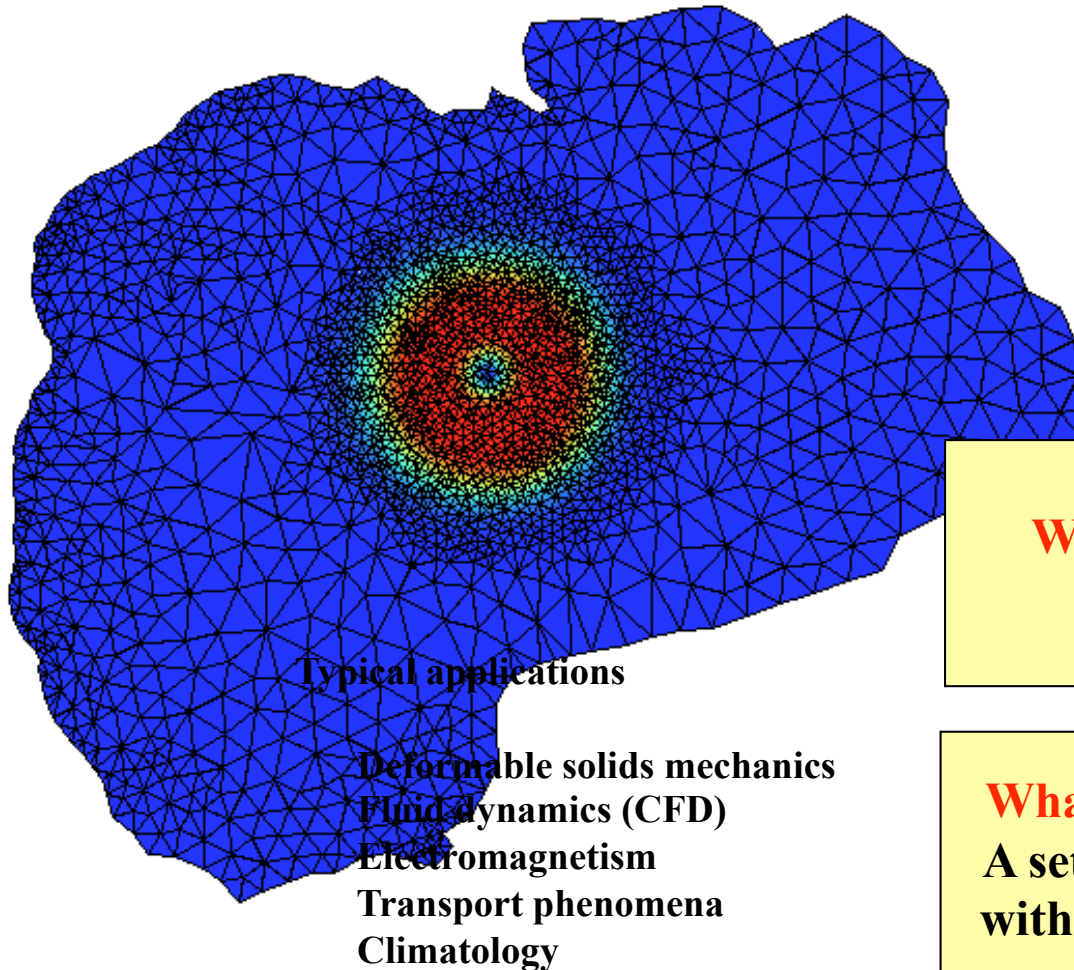


1.8 millions de triangles,



The Finite Element Method

is a way of computing approximate solutions to a mathematical model describing a physical process.



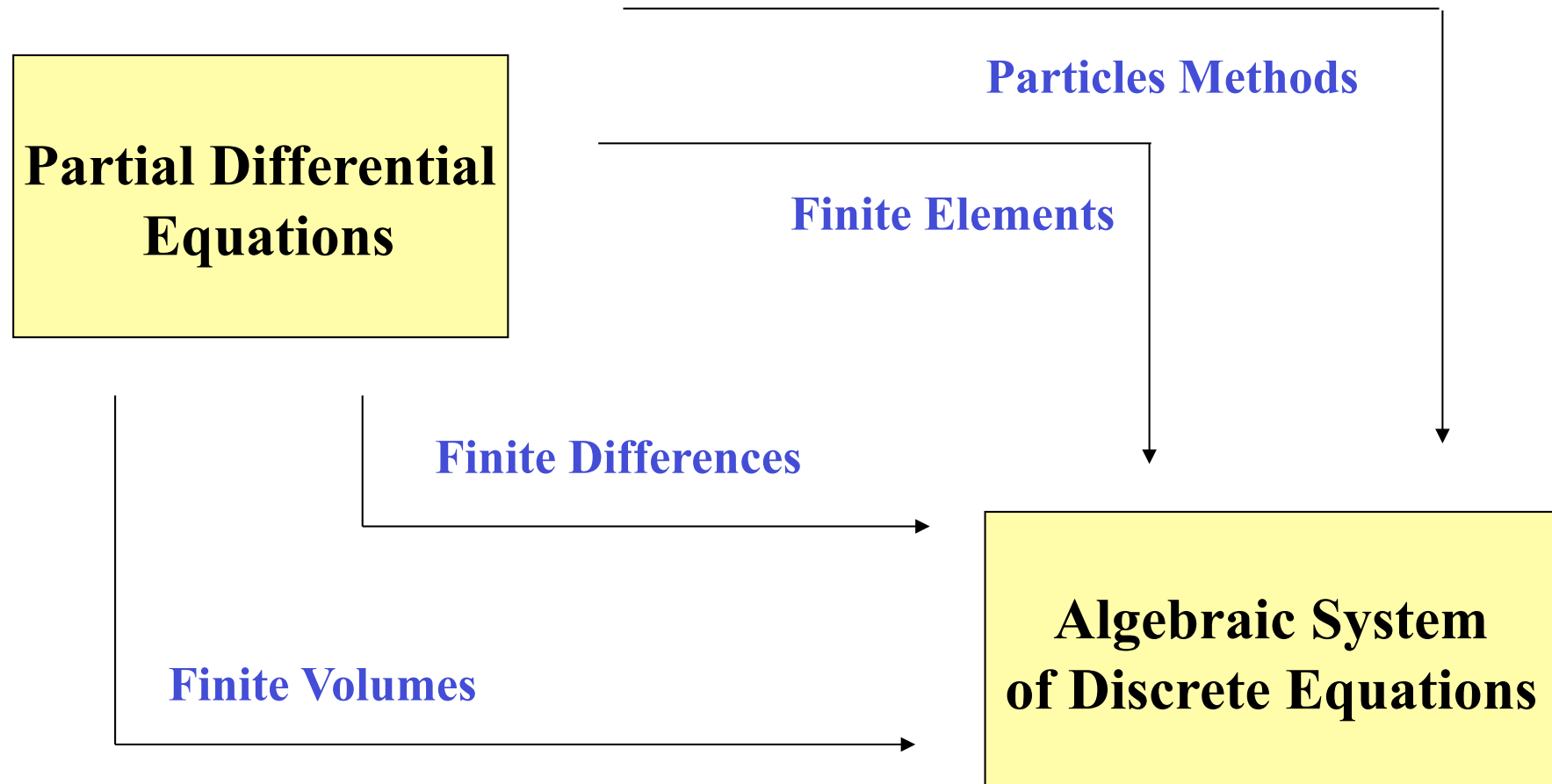
What is a mathematical model ?

A boundary value problem.

What is a boundary value problem ?

A set of partial differential equations with boundary and initial conditions.

Finite Elements, Finite Differences, Finite Volumes etc.

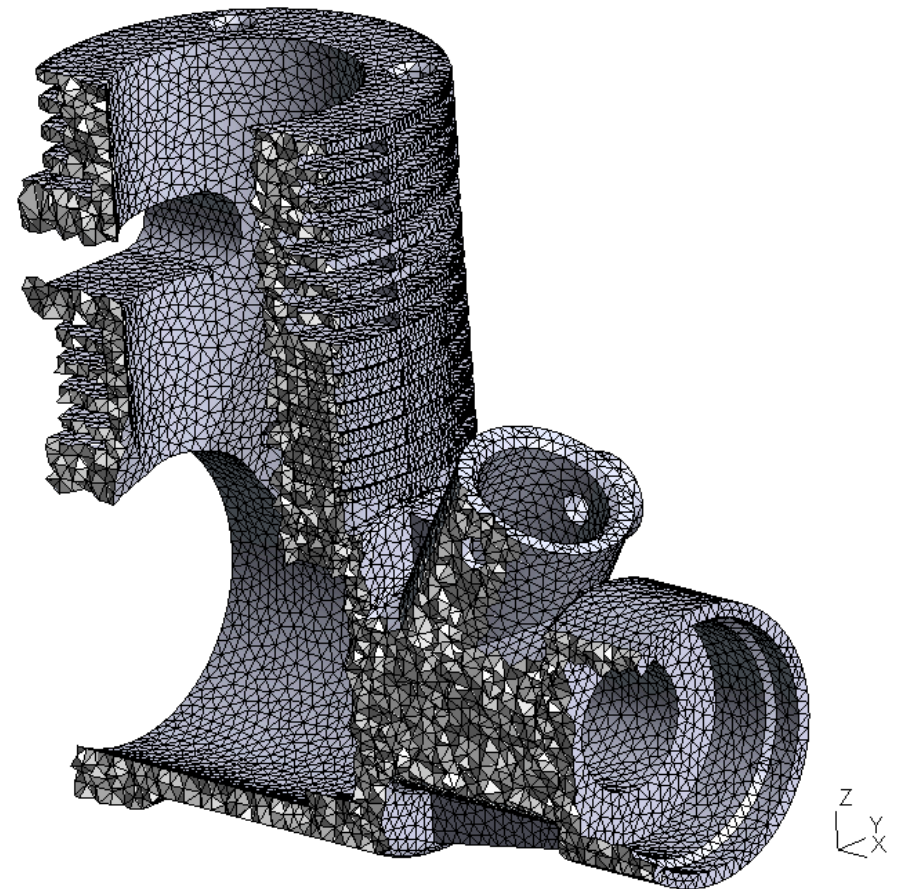


The Finite Elements Method is a discretization method

The problem geometry is divided in small finite elements.

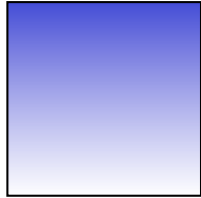
On each element, the solution is approximated by means of unknown nodal values and given polynomials

$$u(\mathbf{x}) \approx u^h(\mathbf{x}) = \sum_{j=1}^n U_j \tau_j(\mathbf{x})$$



Dynamique moléculaire de l'air

1 litre d'air
 10^{23} molécules



Construction
d'un **modèle** pour **prédire** l'évolution
d'un milieu **continu**

La prédiction avec la dynamique
moléculaire est tout-à-fait
impossible pour des écoulements
complexes

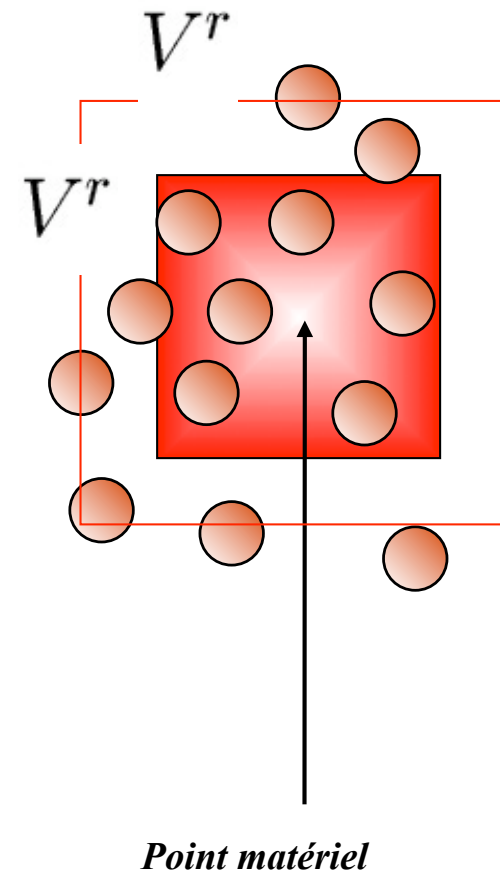
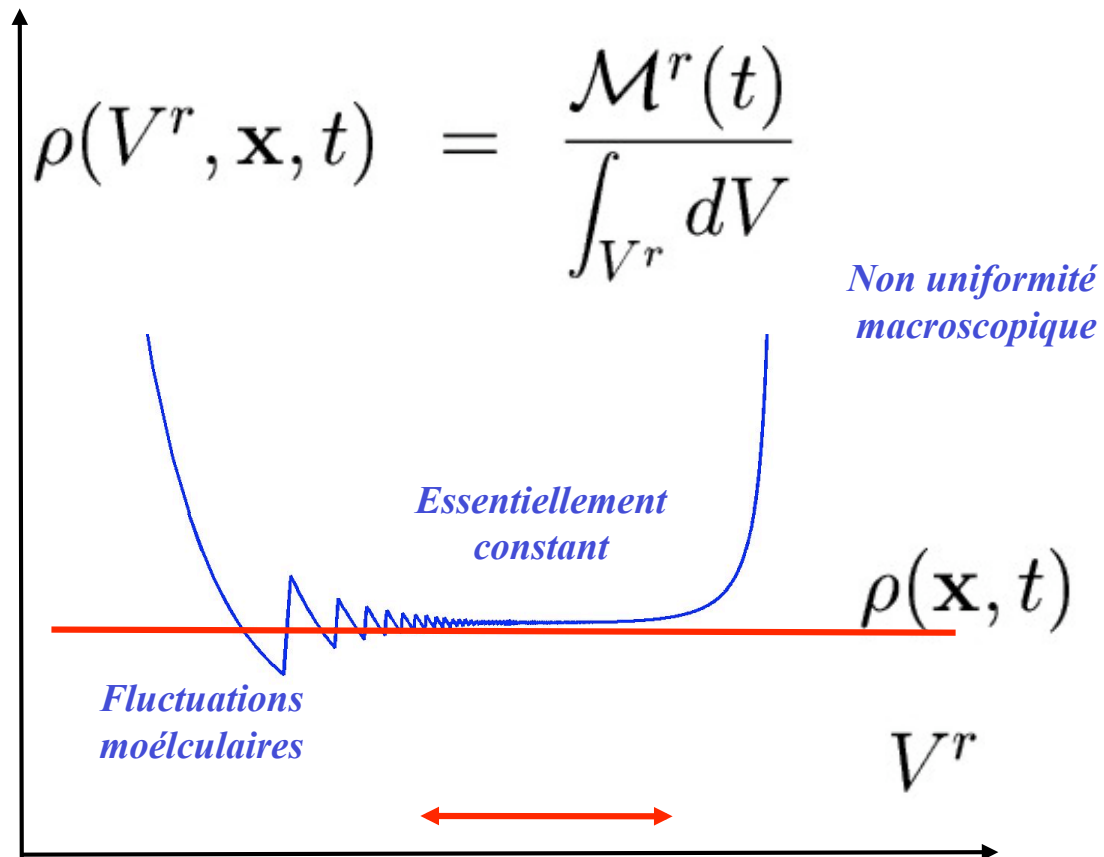
Ordinateur

10^{10} opérations par seconde
 10^{13} secondes ou 100.000 années
juste pour référencer une fois chaque molécule



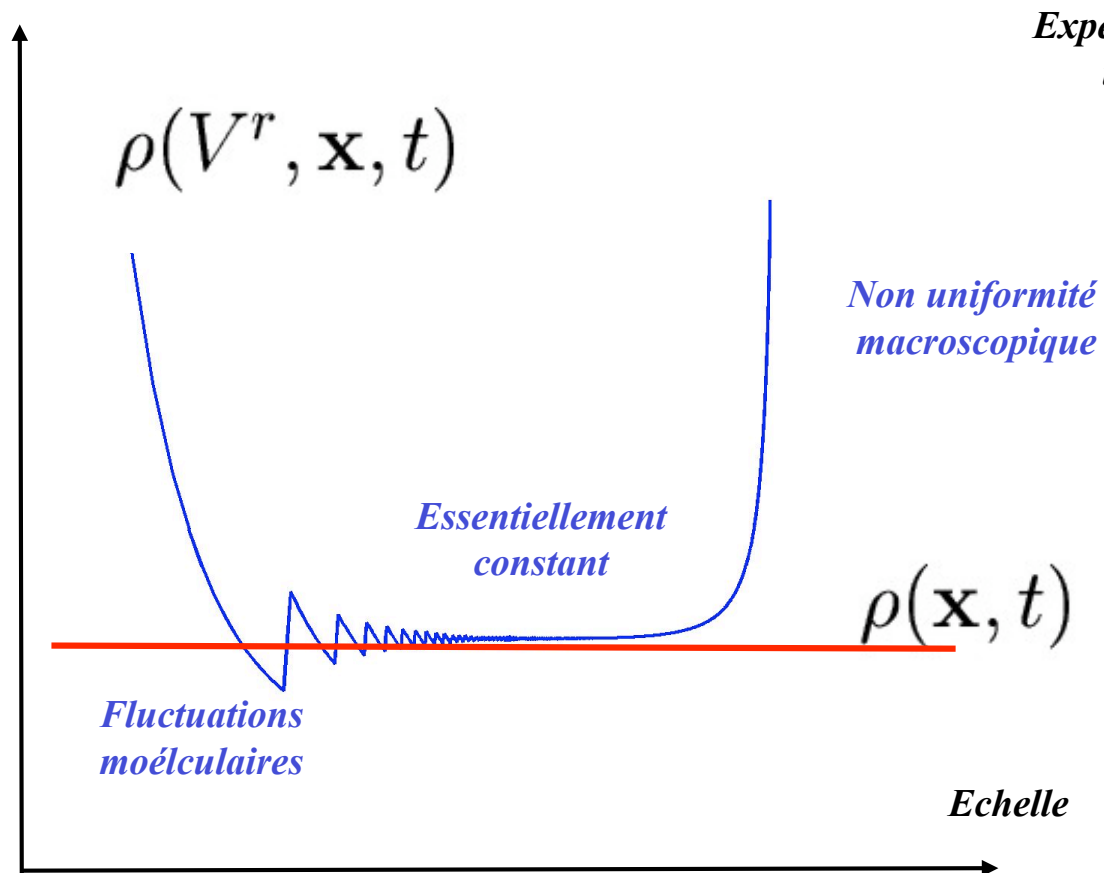
Hypothèse du
modèle continu

La densité obtenue comme une moyenne...



Hypothèse des milieux continus

Le comportement de nombreux systèmes est essentiellement le même que si on supposait qu'ils étaient parfaitement continus.

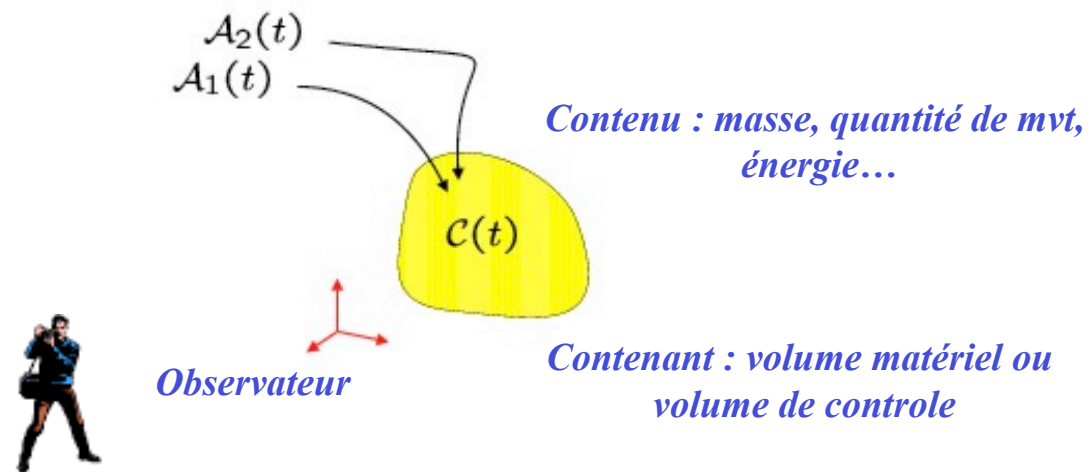


Expérimentalement, on observe bien une séparation des échelles, typiquement 10^{15}

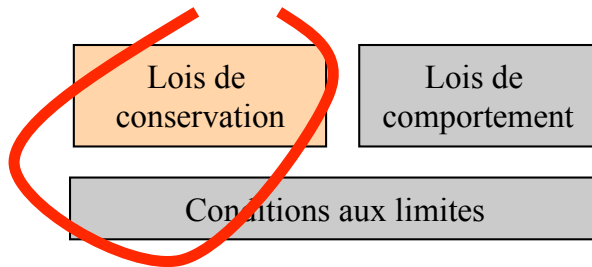
Lois de conservation

$$\frac{dC}{dt}(t) = \mathcal{A}_1(t) + \mathcal{A}_2(t) + \dots$$

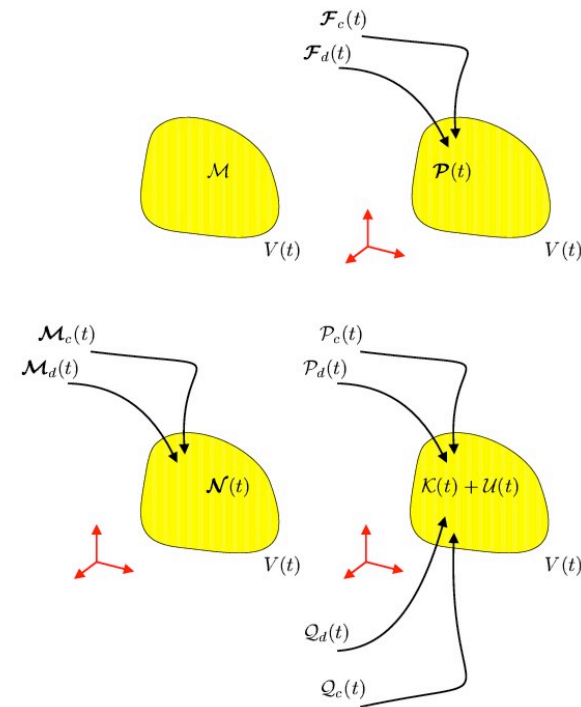
Apports extérieurs



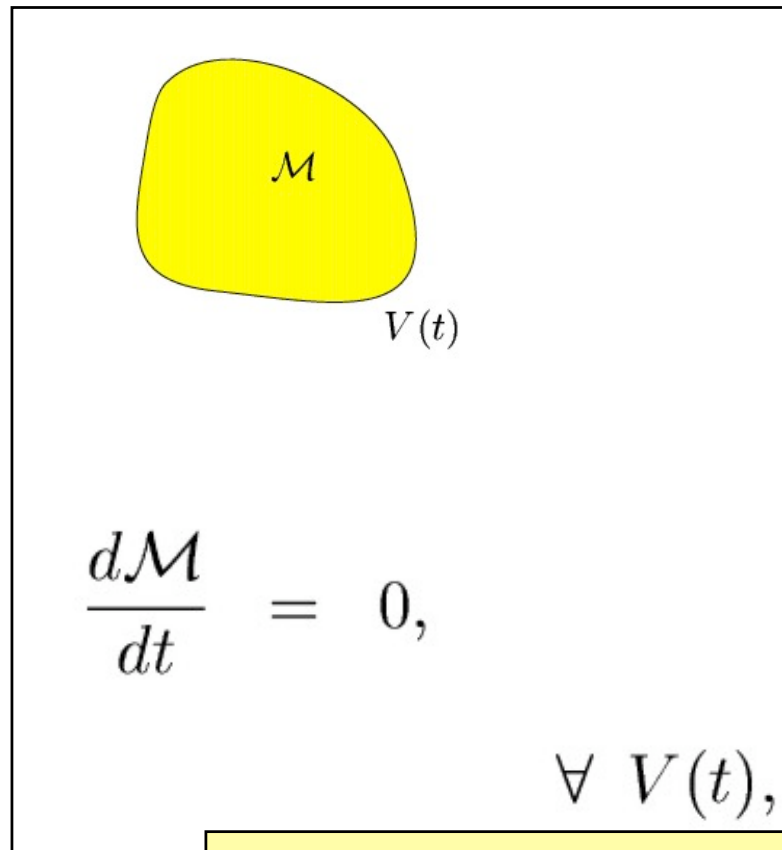
Lois de conservation, lois de comportement, conditions aux limites.



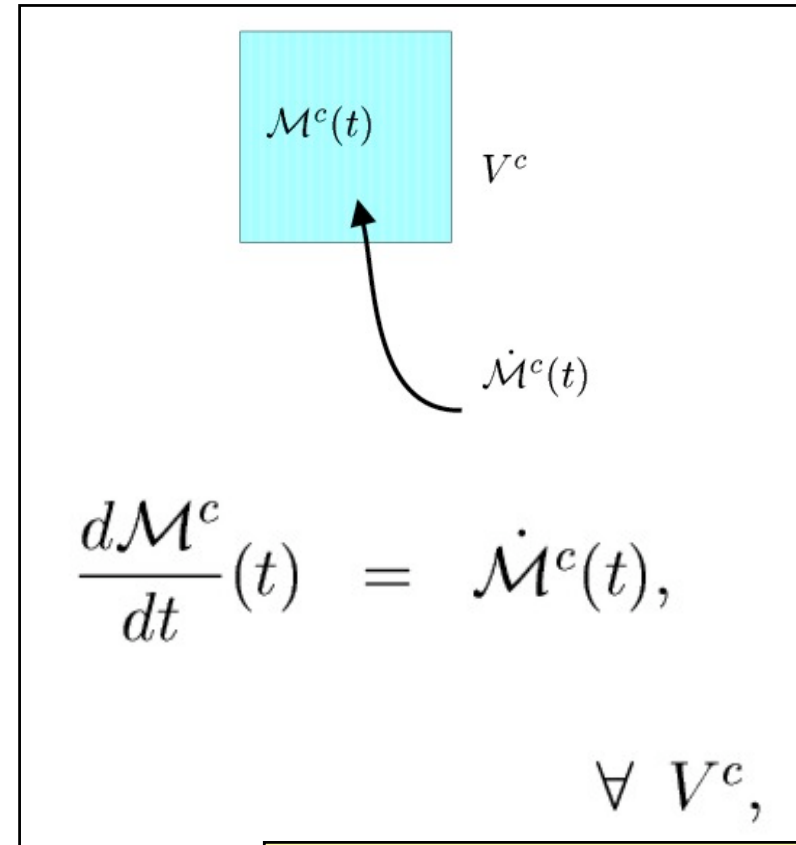
*Conservation de la masse,
de la quantité de mouvement,
du moment de la quantité de mouvement
et de l'énergie.*



Formes globales de la conservation de la masse



Volume matériel
Ensemble de points matériels en mouvement se
déplaçant à une vitesse macroscopique $\mathbf{v}(\mathbf{x}, t)$



Volume de controle
Ensemble de points eulériens

$$\mathbf{v}(\mathbf{x}, t) = v_i(x_j, t)\mathbf{e}_i$$

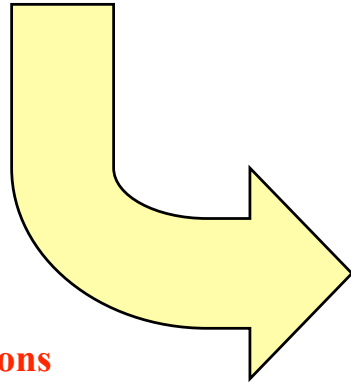
Conservation de la masse

Forme globale

$$\frac{d\mathcal{M}}{dt} = 0, \quad \forall V(t),$$

*satisfaite pour une certaine classe de systèmes,
à tout instant*

$$\mathcal{M} = \int_{V(t)} \rho dV$$



**sous certaines conditions
de continuité..**

Forme locale

$$\frac{D\rho}{Dt} + \rho \nabla \cdot \mathbf{v} = 0,$$

satisfaite en tout point et à tout instant