Chapitre 2

Modèle complet

Nous allons maintenant étoffer le modèle précédemment élaboré. Les éléments que nous apporterons sont listés ci-après. Nous les expliquerons plus en détail lorsque nous construirons les équations du modèle complet dans les sections 2.1, 2.2 et 2.3. Nous introduisons dans notre modèle les caractéristiques suivantes :

– La désutilité du travail (les loisirs)
– La productivité relative de l'âge j par rapport à l'âge 1 (incluant l'expérience et la dépréciation due à l'âge)
– La dépréciation du capital physique au cours du temps

Nous ajoutons également l'Etat, et plus précisément :

– La taxation de la consommation, du travail et du capital
– Les transferts publics : subsides à l'éducation, pensions, prépension, d'autres transferts aux individus ainsi que d'autres dépenses, sans oublier la dette publique

La structure proposée dans ce chapitre sera semblable à celle du chapitre précédent afin de faciliter les comparaisons entre les deux modèles.

2.1 Comportement des ménages

Un individu représentatif ayant 18 ans veut maximiser son bien-être sur toute sa vie sous certaines contraintes. Il a une fonction d'utilité croissante et concave qui est fonction de ses consommations et ses loisirs. La fonction d'utilité est donnée par

$$u_t = \frac{1}{1-1/\sigma} \sum_{j=1}^{6} \beta^{j-1} \left[(c_{t+j-1}^{j})^{1-1/\rho} + \epsilon^{j} (h_t^1 \eta_{t+j-1}^{j})^{1-1/\rho} \right]^{\frac{1-1/\sigma}{1-1/\rho}} \tag{2.1}$$

où j est la $j^{ème}$ période de la vie, $\beta \in (0,1)$ est le paramètre de préférence intertemporelle, $\sigma \in R^+$ est l'élasticité intertemporelle de substitution, $\rho \in R^+$ est l'élasticité intratemporelle de substitution, ϵ^j est un paramètre de préférence pour les loisirs, c_{t+j-1}^{j} est la consommation à la $j^{ème}$ période d'un individu né en génération t, $\eta_{t+j-1}^{j} \in (0,1)$ est la part des loisirs dans la $j^{ème}$ période et h_t^1 est le capital humain de la génération atteignant 18 ans au temps t. Remarquons que si nous posons $\epsilon = 0$ et que nous faisons tendre σ vers 1, nous obtenons la même fonction d'utilité que pour le modèle simple à une constante près. Pour s'en convaincre, il suffit d'observer la Figure 2.1.

Comme pour le modèle simple, nous avons l'équation qui transforme les unités de temps allouées à l'éducation en unités de travail efficace

$$\varphi(e_t) = 1 + \varsigma e_t^{\psi}, \tag{2.2}$$

où $\varsigma \in R_+$ et $\psi \in (0,1)$ sont deux paramètres.

Les capacités d'un individu à chaque période sont données par le vecteur de capital humain. Nous intégrons un paramètre θ qui exprime à la fois le gain de capital humain dû à l'expérience et la perte de capital humain due à l'âge.

$$(h_t^1, h_{t+1}^2, h_{t+2}^3, h_{t+3}^4, h_{t+4}^5, h_{t+5}^6) = (1, \theta_2\varphi(e_t), \theta_3\varphi(e_t), \theta_4\varphi(e_t), \theta_5\varphi(e_t), 0)h_t^1 \tag{2.3}$$

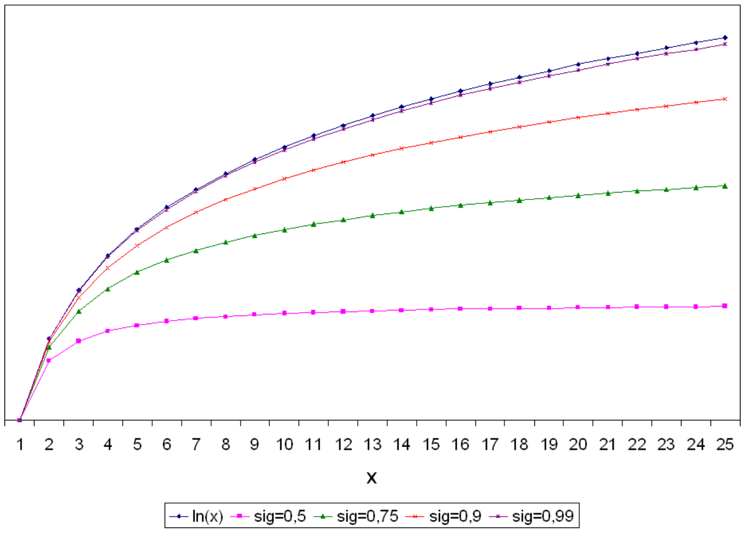

FIG. 2.1: Utilité quand $\epsilon = 0$ et $\sigma \to 1$. Pour les valeurs de σ 0.5, 0.75, 0.9 et 0.99, nous avons respectivement ajouté à la fonction d'utilité les constantes 1, 3, 9 et 99. L'ajout d'une constante ne modifie néanmoins en rien le problème de maximisation.

où h^j_{t+j-1} est le nombre d'unités de travail fournies à l'âge j par l'individu de la nouvelle génération en t et θ_j représente la productivité relative des individus à l'âge j par rapport à l'âge 1.

Nous considérons toujours l'hypothèse d'accumulation du capital humain : le niveau de capital humain acquis par un adulte de la génération $t-1$ est entièrement transmis à la génération suivante t

$$h^1_t = h^1_{t-1}\varphi(e_{t-1}) \tag{2.4}$$

La taxation du capital se retrouve dans le facteur d'actualisation

$$\pi^{t+j}_t = \prod_{s=t+1}^{t+j} \frac{1}{1+r_s(1-\tau^k_s)} \tag{2.5}$$

où r_{t+1} est le taux d'intérêt entre les temps t et t+1 et $\tau^k_{t+1} \in (0,1)$ est la taxe sur le capital entre les temps t et t+1.

Le vecteur définissant l'offre de travail dépend des loisirs en chaque période et est donné par

$$(l_t^1, l_{t+1}^2, l_{t+2}^3, l_{t+3}^4, l_{t+4}^5, l_{t+5}^6) = (1-e_t-\eta_t^1, 1-\eta_{t+1}^2, 1-\eta_{t+2}^3, 1-\eta_{t+3}^4, 1-\eta_{t+4}^5, 0), \quad (2.6)$$

où l_{t+j-1}^j mesure l'offre de travail de la génération t à l'âge j et $\eta_{t+j-1}^j \in (0,1)$ est la fraction de loisir de la génération t à la période j.

Les dépenses de cycle de vie sont

$$E_t = \sum_{j=1}^{6} c_{t+j-1}^j (1 + \tau_{t+j-1}^c) \pi_t^{t+j-1} \quad (2.7)$$

et les revenus de cycle de vie sont

$$W_t = \sum_{j=1}^{6} \left(w_{t+j-1}(1 - \tau_{t+j-1}^w) l_{t+j-1}^j h_{t+j-1}^j + T_{t+j-1}^j \right) \pi_t^{t+j-1} \quad (2.8)$$

où $\tau_t^w \in (0,1)$ est la taxe sur le travail au temps t et T_t^j sont les transferts publiques reçus par les individus d'âge j au temps t.

La contrainte intertemporelle des individus est donc

$$\sum_{j=1}^{6} c_{t+j-1}^j (1 + \tau_{t+j-1}^c) \pi_t^{t+j-1} = \sum_{j=1}^{6} \left(w_{t+j-1}(1 - \tau_{t+j-1}^w) l_{t+j-1}^j h_{t+j-1}^j + T_{t+j-1}^j \right) \pi_t^{t+j-1} \quad (2.9)$$

Le vecteur des transferts publics par âge est

$$(T_t^1, T_{t+1}^2, T_{t+2}^3, T_{t+3}^4, T_{t+4}^5, T_{t+5}^6) = \begin{pmatrix} \nu_t e_t (1 - \tau_t^w) w_t h_t^1 + G_t^1 + G_t^{e1} m_t, \\ G_{t+1}^2 + G_{t+1}^{e2} m_t, G_{t+2}^3, G_{t+3}^4, \eta_{t+4}^5 p_{t+4} + G_{t+4}^5, \eta_{t+5}^6 p_{t+5} + G_{t+5}^6 \end{pmatrix}, \quad (2.10)$$

où $\nu_t \in (0,1)$ exprime le subside à l'éducation supérieure au temps t. Ce subside est une fraction du coût d'opportunité des individus à ne pas travailler. G_t^j inclut les autres transferts à l'âge j, G_t^{e1} est le transfert aux enfants âgés de 0 à 8 ans (qui est adressé aux parents âgés entre 18 et 28 ans), G_t^{e2} est le transfert aux enfants âgés de 8 à 18 ans (qui est adressé aux parents âgés entre 28 et 38 ans), p_t est la pension[1][13] au temps t et m_t est le taux de fécondité au temps t.
m_t dépend du taux de croissance de la population n_t et nous l'avons introduit afin d'intégrer l'évolution du nombre d'enfants sur les finances publiques. Nous pouvons trouver une relation qui lie le taux de croissance de la fécondité et le taux de croissance de la population comme suit

$$n_t = \frac{N_{t+1}}{N_t} = \frac{N_{t-1}m_{t-1}}{N_t} = \frac{m_{t-1}}{n_{t-1}} \tag{2.11}$$

L'hypothèse que nous avons implicitement prise est que nous considérons que les parents des individus formant la génération t sont en fait 20 ans plus âgés, donc faisant partie de la génération t-2.

Un individu représentatif ayant 18 ans veut maximiser son bien-être sur toute sa vie, étant donné sa contrainte de budget intertemporelle et les contraintes de non-négativité : l'offre de travail doit être positive en chaque période. Nous obtenons cela en maximisant la fonction suivante

$$\begin{aligned}
L_t = {} & \frac{1}{1-1/\sigma}\sum_{j=1}^{6}\beta^{j-1}\left[(c_{t+j-1}^j)^{1-1/\rho} + \epsilon^j(h_t^1\eta_{t+j-1}^j)^{1-1/\rho}\right]^{\frac{1-1/\sigma}{1-1/\rho}} \\
& + \gamma_t\left[\begin{array}{c} \sum_{j=1}^6 c_{t+j-1}^j(1+\tau_{t+j-1}^c)\pi_t^{t+j-1} \\ -\sum_{j=1}^6\left(w_{t+j-1}(1-\tau_{t+j-1}^w)l_{t+j-1}^j h_{t+j-1}^j + T_{t+j-1}^j\right)\pi_t^{t+j-1}\end{array}\right] \\
& + \mu_t^1\gamma_t(1-\eta_t^1-e_t)h_t^1 + \sum_{j=2}^{5}\mu_{t+j-1}^j\gamma_t\pi_t^{t+j-1}(1-\eta_{t+j-1}^j)h_t^1 \\
& \qquad + \bar{\mu}_{t+5}^6\gamma_t\pi_t^{t+5}(1-\eta_{t+5}^6)h_t^1
\end{aligned} \tag{2.12}$$

[1]chaque individu reçoit la même pension (ajustée à h_t^1), qui n'est pas reliée aux contributions passées. Cette hypothèse est justifiée empiriquement par le faible lien entre les contributions et les bénéfices du système de pension belge.

où γ_t et $\bar{\mu}_{t+5}^6$ sont les multiplicateurs de Lagrange pour les individus de la génération t et $\mu_{t+j-1}^j \gamma_t$ sont les multiplicateurs de Kuhn-Tucker[2].

L'éducation optimale est donnée par

$$e_t = \left[\varsigma\psi \frac{\sum_{j=2}^{6} \theta_j w_{t+j-1}(1-\tau_{t+j-1}^w) l_{t+j-1}^j \pi_t^{t+j-1}}{(1-\nu_t) w_t (1-\tau_t^w)} \right]^{1/(1-\psi)} \tag{2.13}$$

L'éducation est positivement corrélée au subside à l'éducation, aux salaires nets futurs et négativement au salaire net actuel qui représente un coût d'opportunité.

Les conditions du premier ordre pour les consommations sont

$$\beta^{j-1} \left[(c_{t+j-1}^j)^{1-1/\rho} + \epsilon^j (h_t^1 \eta_{t+j-1}^j)^{1-1/\rho} \right]^{\frac{1/\rho - 1/\sigma}{1-1/\rho}} (c_{t+j-1}^j)^{-1/\rho} = \gamma_t (1+\tau_{t+j-1}^c) \pi_t^{t+j-1} \tag{2.14}$$

Nous obtenons la valeur de γ_t en considérant $j = 1$ par exemple dans l'équation 2.14

$$\gamma_t = \frac{1}{(c_t^1)^{1/\sigma}(1+\tau_t^c)}, \tag{2.15}$$

ce qui correspond à l'utilité marginale de c_t^1 ajustée avec la taxation sur la consommation ($\frac{\delta u_t}{\delta c_t^1} = \frac{1}{(c_t^1)^{1/\sigma}}$).

Les conditions du premier ordre pour les loisirs sont

$$\epsilon^j h_t^1 \frac{\beta^{j-1} \left[(c_{t+j-1}^j)^{1-1/\rho} + \epsilon^j (h_t^1 \eta_{t+j-1}^j)^{1-1/\rho} \right]^{\frac{1/\rho - 1/\sigma}{1-1/\rho}}}{(h_t^1 \eta_{t+j-1}^j)^{1/\rho}} = \gamma_t \pi_t^{t+j-1} (w_{t+j-1}(1-\tau_{t+j-1}^w) h_{t+j-1}^j - p_{t+j-1}\chi + \mu_{t+j-1}^j h_t^1) \tag{2.16}$$

[2]Nous considérons qu'il n'y pas de solution coin : les multiplicateurs de Kuhn-Tucker sont alors nuls.

car $\frac{\delta T^j_{t+j-1}}{\delta \eta^j_{t+j-1}} = -p_{t+j-1}\chi$ (voir section 2.3 pour voir les composantes de T^j_{t+j-1}). $\chi = 1$ si $j \geq 5$, et $\chi = 0$ autrement. [3]

En effectuant le rapport de (2.14) et (2.16), nous trouvons une expression des loisirs en fonction des consommations

$$h^1_t \eta^j_{t+j-1} = \left[\frac{\epsilon^j (1+\tau^c_{t+j-1})}{w_{t+j-1}(1-\tau^w_{t+j-1})\varphi(e_t)\theta_j + \mu^j_{t+j-1} - \frac{p_{t+j-1}}{h^1_t}\chi} \right]^\rho c^j_{t+j-1} \tag{2.17}$$

Nous pouvons alors substituer cette expression dans (2.14) pour obtenir une expression des consommations indépendante des loisirs

$$\begin{aligned} &\beta^{j-1} \left[1 + \epsilon^j \left[\frac{\epsilon^j (1+\tau^c_{t+j-1})}{w_{t+j-1}(1-\tau^w_{t+j-1})\varphi(e_t)\theta_j + \mu^j_{t+j-1} - \frac{p_{t+j-1}}{h^1_t}\chi} \right]^{\rho-1} \right]^{\frac{1/\rho - 1/\sigma}{1-1/\rho}} (c^j_{t+j-1})^{-1/\sigma} \\ &\qquad \equiv \beta^{j-1} \xi^j_{t+j-1} (c^j_{t+j-1})^{-1/\sigma} = \gamma_t (1+\tau^c_{t+j-1}) \pi_t^{t+j-1} \end{aligned} \tag{2.18}$$

où nous avons introduit ξ^j_{t+j-1} afin d'alléger les notations.

Le cycle de vie des consommations s'obtient en divisant deux consommations successives

$$\frac{c^{j+1}_{t+j}}{c^j_{t+j-1}} = \left[\beta(1+r_{t+j}) \frac{\xi^{j+1}_{t+j}(1+\tau^c_{t+j-1})}{\xi^j_{t+j-1}(1+\tau^c_{t+j})} \right]^\sigma \tag{2.19}$$

La richesse en chaque période est calculée comme suit

$$\begin{aligned} s^j_{t+j-1} &= w_{t+j-1}(1-\tau^w_{t+j-1}) l^j_{t+j-1} h^j_{t+j-1} + T^j_{t+j-1} \\ &\quad - c^j_{t+j-1}(1+\tau^c_{t+j-1}) + (1 + r_{t+j-1}(1-\tau^k_{t+j-1})) s^{j-1}_{t+j-2}, \end{aligned} \tag{2.20}$$

[3] Dans notre modèle implémenté, nous considérons également que le niveau de la prépension est différent de celui de la pension. Ainsi, en 5^{me} période, les transferts sont en fait donnés par $0.3p_{t+4} + (1-\eta^5_{t+4}) * corr * p_{t+4}$ où 0.3 correspond aux trois années de pension obligatoire (de 65 à 68 ans) et *corr* est un paramètre qui permet d'ajuster le niveau des prépensions par rapport à celui des pensions. Nous n'écrivons cependant pas cette remarque dans nos équations sur papier afin d'éviter la surcharge.

avec une richesse nulle avant 18 ans ($s^0_{-1} = 0$) et à la fin de la dernière période ($s^6 = 0$). Il n'y a pas de legs entre les différentes générations car il n'y a pas d'incitant pour qu'il en soit ainsi.

Nous considérons que le goût du loisir évolue selon le profil à travers les âges donné est

$$(\epsilon^1, \epsilon^2, \epsilon^3, \epsilon^4, \epsilon^5, \epsilon^6) = (0, 0, 0, 0, \epsilon, \epsilon) \tag{2.21}$$

Le profil des loisirs est alors donné par

$$(\eta^1_t, \eta^2_{t+1}, \eta^3_{t+2}, \eta^4_{t+3}, \eta^5_{t+4}, \eta^6_{t+5}) = (0, 0, 0, 0, \eta^5_{t+4}, 1) \tag{2.22}$$

et η^5_{t+4} est donné par l'équation 2.17 divisée par h^1_t

Nous pouvons déterminer $\bar{\mu}^6_{t+5}$ en l'isolant dans l'équation 2.17

$$\bar{\mu}^6_{t+5} = \epsilon(1 + \tau^c_{t+5}) \left[\frac{c^6_{t+5}}{h^1_t}\right]^{1/\rho} + \frac{p_{t+5}}{h^1_t} \tag{2.23}$$

Ce paramètre peut être interprété comme un salaire implicite voulu par les individus pour que leur loisir vaille 1 en dernière période.

2.2 Comportement des entreprises

Le comportement des entreprises est quasiment identique à celui du modèle simple. Nous avons simplement ajouté le fait que le capital physique se déprécie au fil du temps (les machines ne sont pas éternelles...). Le taux d'intérêt vaut alors

$$r_t = A\alpha K^{\alpha-1}_t L^{1-\alpha}_t - \delta \tag{2.24}$$

où δ est le taux de dépréciation du capital. Le capital disponible pour les entreprises dépend maintenant également de la dette publique

$$K_{t+1} = \sum_{j=1}^{6} N_{t-j+1} s_t^j - D_{t+1} \tag{2.25}$$

où D_{t+1} est la dette publique au début de la période $t+1$.

2.3 Comportement de l'état

Le gouvernement émet des bonds d'état et perçoit de l'argent par des taxations sur le travail, sur la consommation et sur le capital pour financer ses dépenses. L'état a 5 types de dépenses : les subsides à l'éducation, les pensions, les autres transferts aux ménages[4] (G_t), d'autres dépenses[5] (G_t^A) et les intérêts sur la dette publique. La contrainte de budget de l'état au temps t est donnée par

$$\begin{aligned} \tau_t^w w_t L_t + \tau_t^c C_t + \tau_t^k r_t (K_t + D_t) + D_{t+1} = {} & N_t h_t^1 \nu_t e_t (1 - \tau_t^w) w_t \\ & + N_{t-4} \eta_t^5 p_t + N_{t-5} p_t + G_t + G_t^A + (1 + r_t) D_t \end{aligned} \tag{2.26}$$

où C_t est la consommation publique aggrégée et G_t sont les transferts aggrégés vers les familles (autres que les pensions et les subsides de l'éducation supérieure). Les expressions de C_t et G_t sont

$$C_t = \sum_{j=1}^{6} N_{t-j+1} c_t^j \tag{2.27}$$

$$G_t = \sum_{j=1}^{6} N_{t-j+1} G_t^j + N_t m_t G_t^{e1} + N_{t-1} m_{t-1} G_t^{e2} \tag{2.28}$$

[4] Les allocations familiales, les soins de santé, les allocations de chômage,... Bien que nous considérons qu'il n'y a pas de chômage lorsque nous calculons l'offre de travail, nous considérons malgré tout le coût lié au chômage que nous posons constant (ajusté avec h_t^1)...

[5] Toutes les dépenses indirectes

Nous pouvons observer dans l'équation (2.26) que nous avons fait des ajustements au moyen des variables N_t et h_t^1 de manière que chaque terme croisse à la même vitesse au cours du temps.
Afin d'équilibrer sa contrainte de budget, le gouvernement peut ajuster ses dépenses, les taxes ou la dette publique. Dans nos simulations, nous considérerons plus particulièrement que ce sont les taxations sur le travail qui s'ajustent étant donné des dépenses publiques et le ratio dette publique/production [6].

2.4 A l'équilibre

Les conditions initiales de l'économie sont données par $(h_{-1}^1, h_{-1}^2, h_{-1}^3, h_{-1}^4, h_{-1}^5, h_{-1}^6)$, $(s_{-1}^1, s_{-1}^2, s_{-1}^3, s_{-1}^4, s_{-1}^5)$, $K_0 = \sum_{j=1}^{5} N_{-1}s_{-1} - D_0$, et la population exogène $(N_t)_{t\geq 0}$.

L'équilibre intertemporel, avec concurrence parfaite des entreprises et attentes parfaites des individus, est un vecteur de quantités positives $(c_t^j, s_t^j, e_t, T_t^j, G_t^j)_{t\geq 0, j=1,\ldots,6}$, de quantités agrégées positives $(L_t, K_{t+1}, Y_t, C_t, G_t, \tau_t^w)_{t\geq 0}$ et de prix (w_t, r_t) satisfaisant les équations (1.20), (1.23), (1.24), (2.3), (2.9), (2.10), (2.13), (2.19), (2.20), (2.24), (2.26), (2.25), (2.27) et (2.28).

2.5 Calibration du modèle

Il nous faut à présent choisir la valeur des paramètres et des variables exogènes. Nous avons choisi la même paramétrisation du modèle DOLORES que celle présente dans la thèse de doctorat de Géraldine Mahieu [?], légèrement adaptée pour qu'elle soit calibrée à l'année 2000 comme c'est le cas dans les Regards Economiques $n^o 1$ [6] et $n^o 5$ [7]. La calibration n'est plus aussi « simple » à réaliser que pour le premier modèle notamment car certains paramètres ne peuvent être considérés comme inchangés à chaque période. C'est le cas notamment de la dette publique qui doit satisfaire le critère prévu par le traité de Maastricht par rapport au plan de stabilité, c'est-à-dire atteindre 60% du PIB en 2020.

[6] Cette hypothèse reflète au mieux les faits empiriques en Belgique ; c'est en effet le plus souvent la taxation sur le travail qui s'ajuste.