Question ouverte 2 : détail du calcul

Equations du cyclotron

$$r = \frac{mv}{qB} \qquad \omega = \frac{v}{r} = \frac{qB}{m} \qquad \Rightarrow B = \frac{mv}{qr} = \frac{m\omega}{q}$$

---

1) L'énergie maximum à atteindre Emax exprimée en eV vaut $E_{max} = 100MeV$ avec $q = e$ la charge de chaque proton.

A chaque passage d'un "camembert" à l'autre, on gagne V=50kV. Il faut donc $E_{max}/V = \frac{10^8}{5 \cdot 10^4} = 0.2 \cdot 10^4 = 2000$ passages, soit 1000 tours si l'on précise que la source est alternative et synchrone avec la vitesse des protons.

$$U_{max} = 100M[eV] = E_{max} \cdot q = 10^8 \cdot 1.6 \cdot 10^{-19} \ \ [J]$$

---

2) L'énergie cinétique à atteindre (en Joules)

$$U_{cin} = \frac{mv^2}{2} = U_{max} = E_{max} \cdot q[J] \Rightarrow v^2 = \frac{2U_{max}}{m} = \frac{2E_{max} \cdot q}{(\frac{mc^2}{c^2})} \Rightarrow \frac{v}{c} = \sqrt{\frac{2E_{max} \cdot q}{mc^2}} \ \ [-]$$

Le B requis pour que cette énergie soit atteinte pour $r = r_{max}$ vaut :

$$B = \frac{mv}{qr_{max}} = \frac{m \cdot c}{qr_{max}} \cdot \frac{v}{c} = m \cdot \frac{c}{qr_{max}} \cdot \sqrt{\frac{2E_{max} \cdot q}{mc^2}} = (mc^2) \cdot \frac{c}{c^2 qr_{max}} \cdot \sqrt{\frac{2E_{max} \cdot q}{mc^2}}[T]$$

ou encore

$$B = (mc^2) \cdot \frac{1}{cqr_{max}} \cdot \sqrt{\frac{2E_{max} \cdot q}{mc^2}} = \frac{1}{cr_{max}} \cdot \sqrt{\frac{2E_{max} \cdot q \cdot (mc^2)}{q^2}} = \frac{1}{cr_{max}} \cdot \sqrt{2E_{max} \cdot (\frac{mc^2}{q})}$$

ou

$$B = \frac{1}{3 \cdot 10^8 \cdot 1} \cdot \sqrt{2 \cdot 10^8 \cdot \frac{10^9 \cdot q}{q}} = \frac{sqrt20}{3} = 1.4907T$$

---

3) Durée d'un tour= 2 pi / vitesse angulaire

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi m}{qB} = 2\pi \frac{mc^2}{c^2} \cdot \frac{1}{qB} = \frac{2\pi}{c^2} \cdot \frac{mc^2}{q} \frac{1}{B} = \frac{2\pi}{(3 \cdot 10^8)^2} \cdot \frac{10^9 \cdot q}{q} \cdot \frac{1}{1.49} = 4.683 \cdot 10^{-8}s = 46.83ns$$

Il y aura une bouffée sortante à chaque tour, soit toutes les 46.83 ns.

---

4) Pour le circuit magnétique, on suppose le flux magnétique conservé dans l'entrefer et donc $B_{fer} \cong B_{air}$.

La loi d'Ampère donne : $\int_C \vec{H} \cdot \vec{dl} = nI$ ou $\frac{B_{fer}}{\mu_o \mu_{fer}} \cdot l_{fer} + \frac{B_{air}}{\mu_o} \cdot l_{air} = nI$. Mais $\mu_{fer} = 10^4$ donc $nI \cong \frac{B_{air}}{\mu_o} \cdot l_{air} = \frac{1.49 \cdot 0.4}{4\pi 10^{-7}} = 4.74 \cdot 10^5$ Ampères-tours.

---

5) Le nombre de spires n= la somme d'une section supérieure et d'une section inférieure carrées pour les placer / la section carrée d'un fil soit $n = 2 \cdot (0.6)^2/(1.5 \cdot 10^{-2})^2 = 3200$.

Le courant $I = (nI)/n = 4.74 \cdot 10^5\ Amp - tours/3200\ tours = 148.1$ Ampères....

---

6) Le flux de B doit être conservé : dans la section cylindrique (pièces polaires $= \pi R^2$) et dans la section de l'électroaimant. Cette dernière vaut $(1m \times e)$, mais il y a possibilité pour le champ d'aller à gauche et à droite; on a ainsi 2 sections disponibles pour le flux dans le Fer. On a donc $\pi R^2 \times B_{entrefer} = (1m \times e \times B_{Fe}) \times 2$.
Pour $B_{Fe} = 1T$ et $B_{entrefer} = 1.49T$ (point 2) on obtient $e = 3.66m$.
