Evaluation T4	Physique/T4 2003-2004	le 1 décembre 2003
Nom	**Prénom**	**NOMA**

QCM : **Réponses : « VRAI », « FAUX » ou « JNSP (JE NE SAIS PAS ».**
Réponse correcte = +1 , Pas de réponse ou « JNSP » = 0, Réponse erronnée= -0.5

1. En présence de champs électrique et magnétique statiques, la différence de potentiel entre deux points vaut :

1.1. le travail nécessaire pour déplacer une charge électrique d'un point à l'autre, **FAUX**

1.2. au signe près, l'intégrale de ligne du champ électrique $\vec{E}$ le long d'une courbe joignant les deux points, **VRAI**

1.3. l'intégrale de ligne du champ magnétique $\vec{B}$ le long d'une courbe joignant les deux points, **FAUX**

1.4. par unité de charge, l'énergie cinétique acquise par une particule chargée accélérée d'un point à l'autre sous l'effet des champs, **VRAI**

1.5. par unité de charge, l'inverse de la distance entre les deux points, **FAUX**

1.6. le flux du champ magnétique $\vec{B}$ à travers une surface passant par les deux points. **FAUX**

2. Lorsqu'on introduit une plaque de matériau diélectrique de permittivité relative $\varepsilon_r > 1$ entre les armatures d'un condensateur plan où sont accumulées des charges + et - Q et déconnecté de toute source extérieure, cela entraîne, dans le condensateur :

2.1. une augmentation du champ électrique $\vec{D}$, **FAUX**

2.2. une diminution du champ électrique $\vec{E}$, **VRAI**

2.3. une augmentation de la capacité du condensateur, **VRAI**

2.4. une augmentation de la différence de potentiel aux bornes du condensateur, **FAUX**

2.5. la polarisation électrique du matériau diélectrique, **VRAI**

2.6. une augmentation de l'énergie électrostatique accumulée. **FAUX**

3. Lorsqu'on introduit à l'intérieur d'un solénoïde long parcouru par un courant I un noyau de matériau ferromagnétique de même longueur et de même diamètre, cela entraîne :

3.1. une augmentation du champ magnétique $\vec{B}$ dans le solénoïde, **VRAI**

3.2. une augmentation du champ magnétique $\vec{H}$ dans le solénoïde, **FAUX**

3.3. une diminution de la résistance du solénoïde, **FAUX**

3.4. une augmentation de l'inductance du solénoïde, **VRAI**

3.5. une diminution de l'énergie magnétique accumulée, **FAUX**

3.6. l'aimantation du noyau ferromagnétique. **VRAI**

4. Le flux du champ magnétique $\vec{B}$ à travers une surface fermée vaut :

4.1. l'intégrale de volume de la divergence de $\vec{B}$ sur le volume entouré par cette surface, **VRAI**

4.2. 0, **VRAI**

4.3. la dérivée par rapport au temps de la quantité de charges électriques contenues à l'intérieur de cette surface, **FAUX**

4.4. l'intégrale de surface du champ magnétique $\vec{B}$ sur cette surface, **VRAI**

4.5. l'intégrale de surface de la densité de courant $\vec{J}$ sur cette surface, **FAUX**

4.6. l'intégrale de ligne du champ magnétique $\vec{B}$ sur un contour fermé appartenant à cette surface. **FAUX**

Evaluation T4	**Physique/T4 2003-2004**	**le 1 décembre 2003**
Nom	**Prénom**	**NOMA**

Question ouverte n°1

Soit une sphère uniformément chargée électriquement en volume, de charge totale Q et de rayon R.

1) Trouvez la relation analytique qui exprime d'énergie électrostatique qu'il a fallu pour la construire. Les seules variables finales qui doivent rester dans votre solution sont la charge totale et le rayon.

Indications : vous pouvez au choix utiliser deux méthodes :

(a) soit la construction de la sphère par couches de charges électriques,

(b) soit l'énergie contenue dans tout l'univers dû à cette sphère chargée seule (dans ce cas vous devrez au préalable exprimer analytiquement le champ électrique partout).

2) Supposons maintenant que cette sphère soit un électron et que la charge électrique de l'électron puisse être distribuée de façon continue à l'intérieur de celui-ci. Dans un contexte de relativité, que vous n'avez pas encore étudié, on peut identifier l'énergie électrostatique que vous venez de calculer à l'énergie totale de création de l'électron ou encore à sa masse multipliée par la vitesse de la lumière au carré (mc^2). Cette énergie vaut 511 keV.

Exprimez alors ce rayon «classique » de l'électron en terme de sa charge électrique et de (mc^2) et calculez sa valeur numérique. (Note : cette valeur sera contredite par une analyse plus fouillée faisant appel aux expériences et à la mécanique quantique.)

Réponses :

1 $U = (1/ (4\pi\varepsilon_0)\ (3/5)\ (Q^2/R)$

2 $R = (1/ (4\pi\varepsilon_0)\ (3/5)\ (q^2/mc^2)$

Et donc $R = 1.69\times10^{-15}$ m

Pour le détail des calculs voir plus loin

Question ouverte 1 : détail du calcul

1) L'énergie nécessaire pour construire une sphère chargée correspond à l'énergie potentielle électrique accumulée dans cette structure.

L'énergie potentielle = le potentiel existant en un point du aux charges déjà présentes multiplié par la charge nouvelle que l'on souhaite y amener. Ici la charge présente serait celle d'une sphère partielle déjà construite de rayon r, et la nouvelle charge à amener serait celle de la couche sphérique supplémentaire d'épaisseur $[r, r + dr]$

Le champ électrique d'une sphère chargée de rayon r, est, par le théorème de Gauss, identique à celui d'une charge ponctuelle de valeur équivalente située au centre de cette sphère. Comme le champ dérive du potentiel, et que par définition celui-ci est pris égale à 0 à l'infini, il en résulte qu'à l'extérieur d'une sphère chargée (y compris sa surface) le potentiel présent est identique à celui d'une charge ponctuelle de valeur équivalente située au centre de cette sphère.

La sphère est supposée uniformément chargée, la densité volumique de charge vaut donc :

$$\rho = \frac{Q}{\frac{4}{3}\pi R^3}$$

Le potentiel d'une sphère de rayon r portant cette densité de charge ρ vaut alors :

$$V = \frac{q}{4\pi\epsilon_o r} = \frac{\rho\frac{4}{3}\pi r^3}{4\pi\epsilon_o r} = \frac{(\frac{Q}{\frac{4}{3}\pi R^3})\frac{4}{3}\pi r^3}{4\pi\epsilon_o r} = \frac{Qr^3}{(4\pi\epsilon_o r)\times R^3} = \frac{Qr^2}{4\pi\epsilon_o R^3}$$

La charge de la couche sphérique supplémentaire vaut :

$$dq = \rho \times (4\pi r^2 dr) = \frac{Q(4\pi r^2 dr)}{\frac{4}{3}\pi R^3} = \frac{3Qr^2}{R^3}dr$$

Le travail à fournir, c-à-d, l'augmentation d'énergie potentielle dans cette phase de construction de r à $r + dr$ vaut :

$$dU = V dq = \frac{Qr^2}{4\pi\epsilon_o R^3} \times \frac{3Qr^2}{R^3}dr = \frac{3\,Q^2\,r^4}{4\pi\epsilon_o R^6}dr$$

Le travail total fourni pour constituer cette sphère chargée depuis un rayon nul jusqu'au rayon maximum R, c-à-d l'énergie potentielle totale vaut :

$$U = \int_0^R dU(r) = \int_0^R \frac{3\,Q^2\,r^4}{4\pi\epsilon_o R^6}dr = \frac{3\,Q^2}{4\pi\epsilon_o R^6}\int_0^R r^4 dr = \frac{3\,Q^2}{4\pi\epsilon_o R^6} \times \frac{R^5}{5} = (\frac{1}{4\pi\epsilon_o})(\frac{3}{5})(\frac{Q^2}{R})$$

2) On suppose maintenant que $U = (mc^2) = 511keV$, que R_e est le rayon de l'électron et que sa charge q est uniformément distribuée. Alors U devient :

$$U = (\frac{1}{4\pi\epsilon_o})(\frac{3}{5})(\frac{Q^2}{R}) = (\frac{1}{4\pi\epsilon_o})(\frac{3}{5})(\frac{q^2}{R_e}) = (mc^2) = 511keV$$

dès lors :

$$R_e = (\frac{1}{4\pi\epsilon_o})(\frac{3}{5})(\frac{q^2}{U}) = (\frac{1}{4\pi\epsilon_o})\frac{3}{5}\frac{q^2}{(mc^2)} = (9\cdot 10^9)\cdot\frac{3}{5}\cdot\frac{(1.6\times 10^{-19})^2}{511keV}$$

3) Mais une énergie s'exprime en Joules (1N x 1m) ou aussi en (1Coulomb x 1Volt). On peut donc aussi l'exprimer en (électron(C) x Volt), mais en tenant compte de la valeur de la charge de l'électron qui n'est pas unitaire ($q \neq 1C$)

$$R_e = (9 \cdot 10^9) \cdot \frac{3}{5} \cdot \frac{(1.6 \cdot 10^{-19})^2}{511k(1.6 \cdot 10^{-19}C)V} = \frac{9 \cdot 10^9 \cdot 3 \cdot (1.6 \cdot 10^{-19})^2}{5 \cdot 511 \cdot 10^3 \cdot 1.6 \cdot 10^{-19}} m = 1.6908 \cdot 10^{-15} m$$

Evaluation T4	**Physique/T4 2003-2004**	**le 1 décembre 2003**
Nom	**Prénom**	**NOMA**

Question ouverte n°2

On construit un générateur électrique en plaçant une bobine de 60 tours entre les deux pôles d'un aimant permanent produisant un champ magnétique B que l'on supposera uniforme et égal à 0.5 T. La bobine comporte 60 tours et possède une résistance de 0.3Ω et une aire de 140 cm². Elle a une forme circulaire et tourne à vitesse constante autour d'un axe situé dans son propre plan. Cet axe est perpendiculaire au champ magnétique B. Un système de contacts glissants permet de récupérer la force électromotrice alternative induite pour y brancher une résistance externe de 2.7 Ω.

Dans ces conditions, quelle est la vitesse angulaire de rotation nécessaire pour dissiper dans la résistance externe une puissance *moyenne* de 12 W ?

Réponse :

Champ B uniforme => flux électrique : $\Phi = B.S$ Wb ou T/m²

Mouvement de rotation circulaire perpendiculairement à B=>la section S interceptant le flux $S = S_{\max}\cos\omega t$ =>le flux $\Phi(t) = B.S_{\max}\cos\omega t$ avec S_{max}=1.4 10^{-2}m²

Force électromotrice induite $\varepsilon(t) = -\dfrac{Nd\Phi(t)}{dt} = NBS_{\max}\omega\sin\omega t$ (Volts)

Résistance du circuit en série vue par ε(t) : $R = R_g + R_l = 0.3 + 2.7 = 3\Omega$ et le courant induit correspondant *i(t)=ε(t)/R*.

La puissance instantanée dissipée dans R_l :

$$P(t) = R_l i^2(t) = R_l\left(\frac{\varepsilon(t)}{R_g + R_l}\right)^2 = \frac{R_l}{(R_g + R_l)^2}(NBS_{\max}\omega\sin\omega t)^2$$

La puissance moyenne correspondante (moyenne de sin²= ½): $\overline{P} = P_{\max}/2$

$$\overline{P} = \frac{R_l}{2}\left(\frac{NBS_{\max}\omega}{R_g + R_l}\right)^2$$

et donc la vitesse angulaire : $\omega = \dfrac{R_g + R_l}{NBS_{\max}}\sqrt{\dfrac{2\overline{P}}{R_l}} = \dfrac{0.3 + 2.7}{60\cdot 0.5\cdot 140\cdot 10^{-4}}\sqrt{\dfrac{2\times 12}{2.7}} = 21.3$ rad/s $=2\pi$f

ou encore f=3.3893 Hz

Vérification de la validité de la solution :

Le courant efficace induit dans la bobine vaut : $i_{eff} = \sqrt{\dfrac{\overline{P}}{R_l}} = \sqrt{12/2.7} = 2.1082A$

Le rayon de la bobine : $r = \sqrt{\dfrac{S_{\max}}{\pi}} = \sqrt{\dfrac{140\cdot 10^{-4}}{\pi}} = 0.0668m$

Evaluation T4	**Physique/T4 2003-2004**	**le 1 décembre 2003**
Nom	**Prénom**	**NOMA**

Le champ B efficace induit par le courant de la bobine vaut alors :

$B_{eff} = \frac{\mu_0 N i_{eff}}{2r} = \frac{4\pi 10^{-7} \cdot 60 \cdot 2.11}{2 \cdot 0.0668} = 1.1906 \cdot 10^{-3} T$ (ou encore $\mathbf{B}_{max}$ =1.6837 mT) ce qui est tout à fait négligeable par rapport à 0.5T et laisse donc le flux magnétique total inchangé.