

Equilibre d'un treillis – Séance 1

INMA2375 - (PROJET INTÉGRÉ EN INGÉNIERIE MATHÉMATIQUE
<http://www.icampus.ucl.ac.be/INMA2375/>)

F. Glineur, Y. Nesterov, L. Wolsey

Q1 2003-2004

Relation linéaire forces–déplacements et implémentation

Rappelons les notations introduites jusqu'à maintenant:

- Chaque barre sera décrite par une seule variable $t_k \in \mathbb{R}_+$ avec $k \in \mathcal{B}$
- L'intensité de la force externe exercée au noeud $i \in \mathcal{N}$ sera décrite par le vecteur $f_i \in \mathbb{R}^2$
- Le déplacement du noeud $i \in \mathcal{N}$ à l'équilibre par rapport à sa position au repos sera repris dans le vecteur $v_i \in \mathbb{R}^2$

Ces vecteurs seront le plus souvent considérés regroupés dans trois vecteurs $t \in \mathbb{R}_+^m$, $f \in \mathbb{R}^{2n}$ et $v \in \mathbb{R}^{2n}$ où $n = |\mathcal{N}|$ est le nombre de noeuds du treillis et $m = |\mathcal{B}|$ le nombre de barres. On considère également les vecteurs suivants

- La position au repos du noeud i sera notée $p_i \in \mathbb{R}^2$
- L'intensité de la force exercée par la barre reliant les noeuds i et j sur son extrémité i sera notée $g_{ij} \in \mathbb{R}^2$
- La force totale exercée par le treillis sur le noeud i sera notée $g_i \in \mathbb{R}^2$

On dispose à présent d'une équation matricielle reliant les déplacements des extrémités v_i aux forces externes f_i :

$$A(t)v = f$$

où $A(t)$ est une matrice dépendant linéairement des variables t_k .

Questions

- Exprimez dans le cas général la matrice A en fonction du vecteur t et des positions p_i . On tentera de faire apparaître cette matrice comme un somme de termes dépendant chacun d'une seule variables t_k , et on tentera d'identifier au mieux la structure de chacun de ces termes.
- On implémentera ensuite une routine MATLAB permettant de calculer les déplacements v résultant d'une charge externe f à l'aide de la relation ci-dessus. On pourra utiliser le prototype suivant :

```

function v = displ(p, t, f, fixes)
% p est une matrice 2 x n reprenant les n vecteurs colonnes p_i
%   decrivant la position des noeuds au repos
% t est une matrice n x n (triangulaire superieure) reprenant
%   les variables t_{ij} decrivant chaque barre
% f est une matrice 2 x n reprenant les n vecteurs colonnes f_i
%   decrivant les forces externes appliquees en chaque noeud
% fixes est un vecteur ligne reprenant les indices des noeuds
%   consideres comme fixes dans le treillis
% v sera une matrice 2 x n reprenant les n vecteurs colonnes v_i
%   decrivant les deplacements des noeuds resultant de la charge

```

On appliquera la routine aux deux exemples proposés précédemment. On pourra également implémenter une routine permettant de visualiser le treillis, les forces appliqués et les déplacements calculés.

