Séminaire Itinérant de Catégories
à Louvain-la-Neuve, le 22 mars 2019
Programme

9: 30 *Accueil, café*
10: 00 **D. Bourn**, « Caractérisation des épimorphismes réguliers dans la catégorie $Equ(\mathbb{E})$ des relations d'équivalence dans $\mathbb{E}$ »
10: 50 **R. Mijoule**, « Topologie dénotationnelle »
11: 40 *Pause café*
12: 00 **J. Penon**, « Passerelles entre catégories enrichies et catégories tensorisées »
12: 50 *Déjeuner*
14: 30 **T. Van der Linden**, « Autour du lemme des trois sous-groupes »
15: 20 *Pause café*
15: 40 **J. Vercruysse**, « Higher Hopf structures »
16: 30 *Fin*

Dominique Bourn (Calais) *Caractérisation des épimorphismes réguliers dans la catégorie $Equ(\mathbb{E})$*

L'objectif explicité par le titre nous donnera l'occasion de passer en revue les propriétés de $Equ(\mathbb{E})$ sous la seule hypothèse d'existence de limites finies et de souligner quelques aspects un peu inattendus de cette catégorie, comme par exemple la rareté des relations d'équivalence effectives. Ce dernier point montera que les cas où $Equ(\mathbb{E})$ est exacte sont assez rares, même si $\mathbb{E}$ l'est.

La caractérisation en question permettra également de montrer l'existence du supremum de paires de relations d'équivalence en s'affranchissant de l'hypothèse « $\mathbb{E}$ régulière », et donc d'étudier la « congruence modularity » et la « congruence distributivity » en dehors de ce cadre.

Richard Mijoule (Lyon) *Topologie dénotationnelle*

Nous proposons ici une nouvelle approche des topos de Grothendieck et de ce qui y est associé ; topologie et faisceaux. Cette formalisation diffère de celle de Lawvere-Tierney pour les topos élémentaires, ainsi que de celle des Ω-faisceaux de Fourman-Scott. C'est un savant mélange de ces deux dernières définitions ainsi que celle des topologies formelles de G. Sambin, qui est proposé ici.

Trois idées essentielles sont à la base de ce travail :

— la donnée d'une catégorie (dénotationnelle) à limites finies $\mathbf{D}$ dans laquelle les flèches partielles sont représentables, pour pouvoir décrire les familles compatibles de tout objet $p \in \mathbf{D}$.
  On définit ainsi un foncteur $\underline{X}\colon \mathbf{D} \to Cat(\mathbf{D})$ compatible avec les produits fibrés.

— une topologie (dénotationnelle) sur $\mathbf{D}$ est la donnée d'un foncteur $T\colon \mathbf{D} \to Cat(\mathbf{D})$ tel qu'en particulier $\underline{X}$ soit un sous-foncteur de T.

— un objet $p \in \mathbf{D}$ est alors un faisceau pour la topologie T (T-faisceau) ssi $T(!\colon p \to 1)\colon T(p) \to T(1)$ est une fibration discrète dans $Cat(\mathbf{D})$. Dans le cas où $\mathbf{D} = Sh(\mathbf{C}, J)$, les notions de topologie et topologie dénotationnelle ainsi que celles de faisceaux et T-faisceaux coïncident.

Jacques Penon (Paris) *Passerelles entre catégories enrichies et catégories tensorisées*

On a déjà vu l'avantage d'employer les catégories tensorisées dans l'étude des opérades (voir SIC octobre 2016). On montre maintenant que les trois concepts de catégories enrichies, catégories tensorisées et catégories co-tensorisées ne sont que des présentations différentes d'une même idée et comment il est possible de passer d'une présentation à l'autre. Cela produit des équivalences de 2-catégories. On peut même faire des morphisme entre présentations différentes. Des exemples inattendus apparaissent.

Tim Van der Linden (Louvain-la-Neuve) *Autour du lemme des trois sous-groupes*

On résout un problème mentionné dans l'article [1] de Berger et Bourn : nous prouvons que, dans le contexte d'une catégorie semi-abélienne *algébriquement cohérente* [2], deux définitions naturelles de la suite centrale descendante coïncident.

Dans une première approche « standard », la nilpotence est définie comme dans la théorie des groupes, via des commutateurs binaires imbriqués de la forme $[[X, X], X]$. Dans une autre approche, on utilise des commutateurs de Higgins supérieurs de la forme $[X, X, X]$ pour définir les objets nilpotents [3,4].

Notre preuve de cette coïncidence est basée sur une version d'ordre supérieur du *lemme des trois sous-objets* [2], qui étend le *lemme des trois sous-groupes* classique de la théorie des groupes à l'algèbre catégorique. Ce lemme dit que tout commutateur de Higgins n-aire $[K_1, \ldots, K_n]$ de sous-objets distingués $K_i \lhd X$ peut être décomposé en commutateurs binaires imbriqués.

Travail en collaboration avec Cyrille Sandry Simeu.

[1] C. Berger and D. Bourn, *Central reflections and nilpotency in exact Mal'tsev categories*, J. Homotopy Relat. Struct. **12** (2017), 765–835.
[2] A. S. Cigoli, J. R. A. Gray, and T. Van der Linden, *Algebraically coherent categories*, Theory Appl. Categ. **30** (2015), no. 54, 1864–1905.
[3] M. Hartl and T. Van der Linden, *The ternary commutator obstruction for internal crossed modules*, Adv. Math. **232** (2013), no. 1, 571–607.
[4] P. J. Higgins, *Groups with multiple operators*, Proc. Lond. Math. Soc. (3) **6** (1956), no. 3, 366–416.

Joost Vercruysse (Bruxelles) *Higher Hopf structures*

Hopf algebras can be understood as a linear version of groups and a key feature of Hopf algebras is that their representation categories come with a natural closed monoidal structure.

In the same way that groupoids are an unavoidable generalization of groups, Hopf algebras know several generalizations such as weak Hopf algebras, Hopf algebroids, Hopf monads, Hopfish algebras and Hopf categories.

In this talk we will explain how each these generalizations of Hopf algebras indeed can be interpreted as linearized versions of groupoids, and what are the interrelations between these structures.