

Introduction

Émanciper par des débats mathématiques

Bienvenue dans cet ouvrage sur les débats mathématiques, qui s'adresse aux enseignantes et enseignants des niveaux primaire, secondaire et supérieur. Nous espérons qu'il pourra donner aux novices en la matière l'audace de se lancer dans cette pratique pédagogique peu classique. Les enseignants ayant déjà fait vivre l'un ou l'autre débat mathématique à leurs élèves pourraient, quant à eux, trouver dans ce texte de quoi faire évoluer leur démarche sur la forme comme sur le fond et y puiser de nouvelles idées.

À cette fin, nous partageons tout d'abord, dans cette introduction, notre conviction du sens et de l'impact de la pratique du débat au cours de mathématiques. Ensuite, nous reprenons en détail dans un « guide pratique » (partie I) les éléments constitutifs d'un débat mathématique, illustrés de nos propres expériences de débats dans les classes afin de fournir un maximum de pistes concrètes pour démarrer. Nous développons quelques éléments d'ordre motivationnel en lien avec la pratique du débat mathématique dans la partie II : a-t-on le temps de débattre ? Qu'est-ce que les élèves ont à y gagner ? Et les enseignants ? ... Dans la partie III, nous exposons des éléments d'analyse sur les types de débats et types d'arguments. Enfin, nous présentons dans la partie IV un recueil de questions de débats avec analyses et échos des classes, qui peut servir de source d'inspiration.

Pour commencer, rêvons un peu à ce que nous aimerions contribuer à développer chez les élèves au travers des cours de mathématiques. Certainement, nous pouvons être plus ambitieux que de viser uniquement une accumulation de savoirs. À fortiori parce que seule une minorité d'entre eux aura réellement besoin de calculer un jour une dérivée ou de factoriser une expression algébrique, par exemple, et qu'un savoir inutilisé est un savoir qui s'oublie très rapidement ! On peut donc rêver d'un impact plus large et de plus longue durée. Ou dit autrement, si l'on pense aux élèves sur le plus long terme, une question centrale s'impose : qu'auront-ils retenu des savoirs travaillés, une fois l'année écoulée ? Et plus tard, qu'auront-ils intégré de fondamental une fois leurs études terminées ?

Peut-on contribuer au travers des cours de mathématiques à les outiller pour qu'ils puissent pleinement assumer leur rôle comme membres d'une société,

et comme cohabitants de la planète ? On aimerait par exemple qu'ils puissent développer

- une *autonomie intellectuelle* : qu'ils puissent émerger d'une attitude parfois passive et ne se laissent pas entrainer par la foule, surtout quand celle-ci se dirige vers la falaise ;
- un *esprit critique* : qu'ils puissent résister aux manipulations et autres « faits alternatifs » ;
- une *culture de rigueur scientifique* : qu'ils puissent éviter les faux arguments et développer les bons, et plus largement qu'ils puissent avoir un regard critique sur la science, et s'interroger par exemple sur la signification de la locution « prouvé scientifiquement », souvent galvaudée.

À ces trois qualités, de nature plutôt intellectuelle, il semble indispensable d'ajouter une qualité de nature plus humaine si l'on rêve d'une société qui fonctionne et d'un monde qui tourne rond : on aimerait aussi voir les élèves devenir

- des *citoyens du monde*, des personnes ouvertes et tolérantes, par opposition à des individus égocentrés, dont les actions ne seraient dictées que par l'intérêt personnel.

Des quatre qualités mentionnées ci-dessus, ressortent distinctement deux traits communs : une *attitude active*, et une saine habitude de *doute* et de (re-)mise en question, appliquée à soi-même et aux autres. Réfléchissons à une manière de favoriser au mieux l'émergence de ces deux traits en classe.

Voici cinq scénarios, illustrés dans l'encadré 1 ci-après, déclinant une même situation au cours de mathématiques en cinq variations, de la plus passive à la plus active.

Dans le premier scénario, l'enseignant transmet le savoir mathématique à l'élève, qui le reçoit en silence (probablement en souffrant un peu, ou au contraire en étant confortablement installé dans sa passivité). Pour l'élève, les mathématiques risquent alors d'être cet ensemble de règles un peu bizarres (comme « moins par moins fait plus »), qui n'ont pas vraiment de sens, mais qui avec un peu de chance sont accompagnées de suffisamment de recettes faciles à mémoriser permettant de tout de même réussir ses examens. Par ailleurs, si les règles lui paraissent totalement arbitraires, l'élève peut très bien trouver acceptable une règle ou son contraire, ou même, pourquoi pas, les deux simultanément. Son attitude peut être extrêmement passive, et totalement soumise à l'autorité mathématique de l'enseignant, ou à l'opposé en révolte, rejetant tout en bloc. Le doute est absent, tout comme la nécessité de réfléchir ou de comprendre le sens.

1. Du cours que l'on endure en silence jusqu'au débat mathématique

Passif



Actif

(1) Prof : *Moins par moins fait plus!*

Élève : subit le cours en silence

- Attitude passive et soumise à l'autorité mathématique de l'enseignant
- Pas de doute, aucune nécessité de réfléchir ou de comprendre le sens

(2) Élève : *Pourquoi?* — Prof : *Parce que (...)*

- La nécessité de réfléchir et de donner du sens reste très limitée

(3) Élève : *Pourquoi?* — Prof : *Qu'est-ce que *tu* en penses?*

- L'élève assume au moins une part de responsabilité scientifique ; il se sent concerné par la nécessité de sens du contenu du cours
- Esprit critique

(4) Élève : *Pourquoi?*

Prof (s'adressant à la classe) : *Qu'est-ce que *vous* en pensez?*

- Comme (3) mais en mobilisant l'ensemble de la classe

(5) Prof : *Que fait à votre avis $(-2) \cdot (-3)$?*

- L'enseignant suscite dès le départ la réflexion en invitant au débat

Zut, je me suis endormi. Est-ce qu'il a plutôt dit que moins par moins fait moins? Ça m'irait aussi, ce serait même plus facile à mémoriser!

Dans le second scénario, l'élève pose une question, à laquelle l'enseignant répond. Que l'élève pose une question est déjà une bonne chose (le doute fait son apparition) et une nette amélioration par rapport à la passivité du premier scénario! D'un autre côté, l'échange reste à sens unique et la réponse à la question de l'élève, même si elle apporte du sens, lui est fournie sur un plateau, de sorte que la nécessité (et l'envie) pour l'élève de penser par lui-même reste très limitée.

Un scénario alternatif à ce second scénario serait le suivant : une situation est donnée à l'élève, qui fait émerger la règle souhaitée (« moins par moins fait plus »), suite à quoi la règle est synthétisée puis appliquée. Mais, si la situation l'oriente et le canalise vers la (seule) réponse attendue, l'élève, même si c'est lui qui construit la règle, n'a pas l'occasion de se poser d'abord la question à lui-même (« que pourrait faire -2 fois -3 ? »), ni de prendre la mesure de la règle obtenue (« que se passerait-il si on faisait autrement? »). Ceci laisse à nouveau une moindre place au doute et à la quête de sens.

Dans le troisième scénario, l'élève pose une question et l'enseignant lui retourne la question. Tout à coup, l'élève n'a pas d'autre choix que de s'atteler

à donner du sens au contenu du cours, et de se sentir impliqué dans cette recherche de sens ; en d'autres termes, il doit assumer sa part de *responsabilité scientifique* — nous reviendrons sur cette idée importante. En prenant petit à petit l'habitude de réfléchir avant de demander, ses questions et doutes s'inscriront aussi de plus en plus dans une quête de sens et son esprit critique ne pourra qu'en être aiguisé.

Dans le quatrième scénario, l'élève pose une question et l'enseignant retourne cette fois la question non plus seulement à l'élève mais à l'ensemble de la classe. Il s'agit donc d'un scénario similaire au troisième, mais cette fois-ci dans un contexte de classe où chacun est invité à se poser la question, à y réfléchir et peut argumenter pour défendre son idée.

Et enfin, dans le cinquième scénario, l'enseignant prend les devants pour susciter la réflexion des élèves et inviter au débat, par exemple en modifiant sa façon de présenter certains énoncés. Alors que certaines règles mathématiques s'imposent par le sens et le raisonnement, d'autres, telles que celle simplement énoncée dans le premier scénario, pourraient sembler ne se justifier au bout du compte que par un « c'est comme ça ». Pourtant, ces règles ne sont pas arbitraires : d'autres règles n'auraient « pas bien fonctionné ». Autrement dit, il y a dans tous les cas des *raisons* pour lesquelles les règles sont celles-là et pas d'autres. Et ce sont ces raisons auxquelles l'enseignant donne ici aux élèves l'opportunité de réfléchir, afin que chacun ait une chance de se convaincre.

Les deux derniers scénarios suggèrent d'encourager les *débats mathématiques* en classe, c'est-à-dire les débats entre les élèves autour d'une question mathématique. La question « que vaut $(-2) \cdot (-3)$? » en est un premier exemple ; la quatrième partie de cet ouvrage en contient une grande variété.

Et l'enseignant là-dedans ? Va-t-il boire son café pendant que les élèves débattent ? À priori non, car il a un rôle primordial à jouer : durant le débat, dans l'idée de ne pas reprendre aux élèves cette responsabilité scientifique dont ils se sont finalement emparés, l'enseignant œuvre autant que possible en coulisse pour huiler les rouages du débat (nous serons plus concrets dans les sections 1 et 2). Et à la fin du débat, l'enseignant consolide tout ce qui a pu être développé ou acquis par les élèves au cours de celui-ci.

Si nous revenons un instant en arrière, nous pouvons nous demander si pratiquer ces débats mathématiques en classe peut réellement contribuer à développer chez les élèves ces qualités citoyennes qui étaient l'objet de nos rêveries. Au GEM, nous en sommes convaincus, et voici quelques arguments : le simple fait d'adopter une attitude (cognitivement) active, ainsi que de partager ses pensées avec le reste de la classe contribue à l'autonomie intellectuelle ; la pratique du doute, le questionnement et la quête de sens aiguisent l'esprit critique ; et la culture de rigueur scientifique se construit petit à petit en apprenant à argumenter pour convaincre et à confronter les arguments. Quant à

la quatrième qualité que nous avons mentionnée, celle de citoyen en devenir, là aussi la pratique du débat n'est pas anodine : elle permet par exemple de cultiver l'écoute active et le respect de la parole des autres. De même, le fait de développer une habitude ou un réflexe de doute, de prudence (« un exemple n'est pas le cas général ») peut se transformer en un trait de caractère apparenté : celui de ne pas juger les autres trop facilement, de ne pas tirer de conclusions hâtives.

Bien entendu, notre impact au cours de mathématiques sur le développement de toutes ces qualités citoyennes reste de l'ordre de contributions partielles, et il faut tout un village, à l'école et en dehors de celle-ci, pour que les élèves se construisent peu à peu. Néanmoins, cet exemple des débats montre que les mathématiques offrent un cadre naturel et propice à ces objectifs citoyens.

Par ailleurs, cet impact ne se limite pas aux qualités déjà mentionnées : la pratique du débat offre d'autres bénéfices. Chez certains élèves, nous avons pu observer qu'elle modifie leur rapport aux mathématiques, de la perception de celles-ci comme un ensemble de règles éparses et obscures, à une matière articulée, pleine de sens. Elle permet aussi de développer une variété de compétences transversales (de communication par exemple), de renforcer la cohésion de la classe, de créer des espaces d'expression pour des élèves habituellement silencieux. Pour l'enseignant aussi, les bénéfices sont multiples. Pour n'en mentionner qu'un, le fait que les élèves discutent et argumentent entre eux, en oubliant un peu sa présence, offre à l'enseignant une opportunité unique d'observer la façon dont ils raisonnent, de mieux cerner leurs forces comme leurs difficultés parfois insoupçonnées.

À l'évidence, développer toutes ces compétences et qualités ne se fait pas en un jour, mais s'inscrit dans la durée et requiert un certain nombre d'expériences. Les lecteurs ont sûrement l'habitude de donner la parole aux élèves, de les laisser échanger entre eux ; les débats mathématiques s'inscrivent dans la lignée de ces postures à valoriser. L'objectif à plus long terme est d'intégrer au quotidien une approche différente du dialogue entre élèves et enseignant, par exemple en arrivant à reconnaître le potentiel pour des *débats spontanés* fructueux en réaction à certaines questions des élèves durant le cours, ou encore en transformant certaines consignes pour susciter la prise de position des élèves.

Au travers de conseils concrets et d'exemples détaillés de *débats préparés*, cet ouvrage a l'intention de soutenir tout enseignant, novice ou initié, dans cette pratique assez inhabituelle, en vue de constituer progressivement chez les élèves une culture du débat mathématique.

Nous terminons cette introduction par quelques mots d'élèves à qui l'on a demandé de témoigner, de façon anonyme, à l'issue de leur première expérience d'un débat mathématique en classe.

Témoignage**2. Quelques ressentis d'élèves (15–17 ans) après un premier débat**

Qu'as-tu pensé de cette activité de débat ?

- *Elle était chouette et montrait que les mathématiques pouvaient servir à autre chose que remplir des feuilles.*
- *C'est très intéressant. Ça fait réfléchir chacun de son côté et puis permet de résoudre une question qu'une seule personne n'aurait sûrement pas réussi à résoudre seule.*
- *J'ai trouvé ça vraiment chouette et enrichissant, ça permet aussi de pouvoir "nouer" plus de liens avec notre classe.*

Qu'as-tu appris lors de cette activité de débat ?

- *Qu'on peut rapidement admettre quelque chose d'erroné comme vrai, être influencé par ce que la majorité pense.*
- *[Qu'il ne faut] pas avoir peur de se tromper.*
- *Que les maths ne sont pas que de la restitution mais aussi de la réflexion.*