

# Introduction aux machines électriques et à leur modélisation

François Henrotte

MEMA - UCLouvain

23 avril 2021



# Electromagnétisme

## Equations de Maxwell

$$\begin{aligned}\text{curl } \vec{e} &= -\partial_t \vec{b} \\ \text{div } \vec{b} &= 0 \\ \text{curl } \vec{h} &= \partial_t \vec{d} + \vec{j} \\ \text{div } \vec{d} &= \rho^Q\end{aligned}$$

## Lois matérielles

$$\begin{aligned}\vec{b} &= \mu \vec{h} \\ \vec{d} &= \varepsilon \vec{e} \\ \vec{j} &= \sigma \vec{e}\end{aligned}$$

- Attention :  $\mu$  et  $\sigma$  ont deux significations

# Forces électromagnétiques

Sur une charge ponctuelle : **Coulomb + Laplace = Lorentz**

$$\vec{F} = q(\vec{e} + \vec{v} \times \vec{b}) = q\vec{e}_{\text{référentiel de la charge}}$$

Sur une densité de charge : coordonnées **eulériennes** vs. **lagrangiennes**

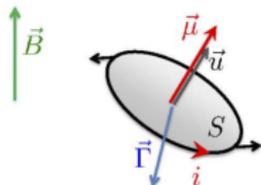
$$\vec{F} = \int_{\Omega_{\text{eulerien}}} \rho^Q(\vec{e} + \vec{v} \times \vec{b}) = \int_{\Omega_{\text{lagrangien}}} \rho^Q \vec{e}$$

Courant électrique  $I = 2$  densités de charges  $\rho^+ = -\rho^-$  en mvt relatif  $\vec{v}$

$$\vec{F} = \int_{\Omega^+} \left( \rho^+ \vec{e} + \rho^- (\vec{e} + \vec{v} \times \vec{b}) \right) = \int_{\Omega^+} \rho^- \vec{v} \times \vec{b} = \int_{\Omega^+} \vec{j} \times \vec{b} = \int_C I d\vec{L} \times \vec{b}$$

- Toutes les forces électromagnétiques sont des variantes de  $\vec{F} = q\vec{e}$
- Le choix des coordonnées et des référentiels est important
- Les questions de **relativité** ne sont jamais très loin en électromagnétisme
- Particules vs. milieu continu : deux **idéalisations** différentes

# Moment magnétique $\vec{\mu} = \text{spire de courant}$

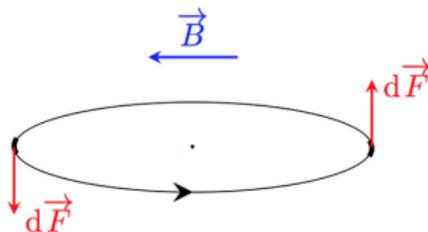


Moment magnétique

$$\vec{\mu} = iS\vec{u}$$

Couple

$$\vec{\Gamma} = \vec{\mu} \times \vec{B}$$



$$d\vec{F} = I d\vec{L} \times \vec{b} \quad , \quad \vec{F} = \int_C d\vec{F} = 0 \quad , \quad \vec{\Gamma} = \int_C I \vec{r} \times d\vec{F} \neq 0$$

- A partir d'ici, on se concentre sur le magnétisme  $\vec{d} = 0, \rho^Q = 0$
- On repart de la **force de Laplace**  $I d\vec{L} \times \vec{b}$
- Pas de force sur  $\vec{\mu}$  mais un couple  $\vec{\Gamma}$
- Couple nul quand  $\vec{\mu} \parallel \vec{b}$ , **couple maximum** quand  $\vec{\mu} \perp \vec{b}$
- Ça, c'est le principe du **moteur DC** (moteur à courant continu)

## Mais il nous manque une force...

Si  $E(\vec{b}, \vec{u})$  est l'énergie (totale) d'un système électromécanique, la **thermodynamique** dit que

$$dE(\vec{b}, \vec{u}) = \vec{h} \cdot d\vec{b} + \sigma : d\varepsilon(\vec{u})$$

Si  $E_{\text{mag}}(\vec{b}, \vec{u})$  est l'**énergie magnétique** d'un système électromécanique

$$dE_{\text{mag}}(\vec{b}, \vec{u}) = \vec{h} \cdot d\vec{b} + \sigma_{\text{Maxwell}} : d\varepsilon(\vec{u})$$

- Isoler  $E_{\text{mag}}$  de  $E$  contient une part d'arbitraire
- En toute rigueur, il y a de l'énergie et un tenseur des contraintes
- Mais les ingénieurs aiment prendre des risques
- $\sigma_{\text{Maxwell}}$  est la partie du tenseur des contraintes  $\sigma$  qui dépend de  $\vec{b}$
- Il contient **toutes** les forces électromagnétiques
- Les forces vues plus haut en sont des **cas particuliers**

## Tenseur de Maxwell : $\rho^{\vec{F}} = \text{div } \sigma$

Vide, air, matériaux non magnétiques :  $\vec{b} = \mu_0 \vec{h}$

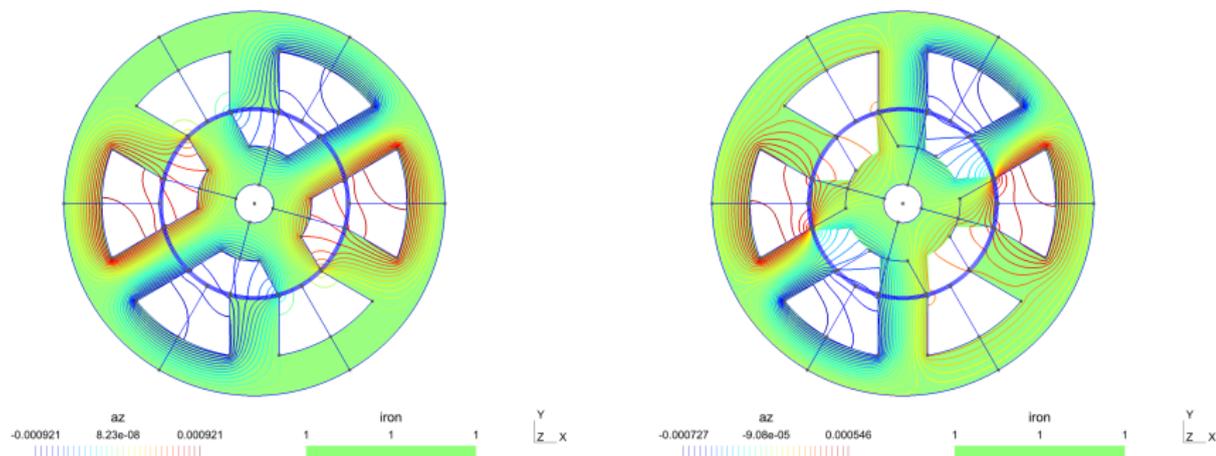
$$\rho^E = \frac{|\vec{b}|^2}{2\mu_0} \quad , \quad \sigma = \frac{\vec{b}\vec{b}^T}{\mu_0} - \frac{|\vec{b}|^2}{2\mu_0} \mathbb{I} \quad , \quad \rho^{\vec{F}} = \vec{j} \times \vec{b}$$

Matériau magnétique non-linéaire réversible :  $\vec{b} = \mu(|\vec{b}|, \vec{x}) \vec{h}$

$$\rho^E = \int_0^{|\vec{b}|} h(x) \, dx, \quad \sigma = \frac{\vec{b}\vec{b}^T}{\mu} - \left( \frac{|\vec{b}|^2}{\mu} - \rho^\Psi \right) \mathbb{I}, \quad \rho^{\vec{F}} = \vec{j} \times \vec{b} + (\text{grad } \mu) \frac{|\vec{b}|^2}{2}$$

- Ne pas confondre le moment magnétique  $\vec{\mu}$  et la perméabilité magnétique  $\vec{b} = \mu \vec{h}$
- $\text{grad } \mu(|\vec{b}|, \vec{x})$  aussi au sens des **distributions** (saut de perméabilité  $\Delta\mu$ )
- **Forces de réluctivité** partout où  $\vec{b}$  traverse un saut de  $\mu$ , càd une frontière fer-air.

# Forces de réluctivité : $(\text{grad } \mu) |\vec{b}|^2 / 2$



- $\mu_0(\text{air}) \ll \mu(\text{fer}) \Rightarrow$  pour l'énergie  $\frac{|\vec{b}|^2}{2\mu_0} \gg \frac{|\vec{b}|^2}{2\mu}$
- L'énergie (magnétique) est principalement dans les **entrefers**
- Raccourcir les lignes de champ dans l'air = réduire l'énergie
- Le rotor s'oriente pour fermer les entrefers qui sont magnétisés par les courants statoriques

# Calcul du couple magnétique

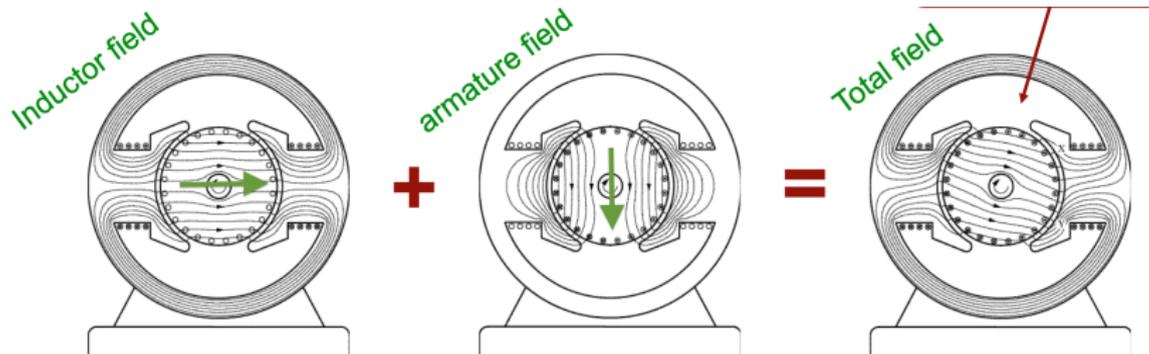
- Tous les tenseurs de Maxwell sont **symétriques**
- L'expression dépend de chaque matériau
- On a donné les plus simples, puis il y a tous les autres matériaux (irréversibles, anisotropes, ...) avec des expressions plus compliquées ou inconnues.
- Mais si  $\Omega$  est une région **rigide**

$$\vec{F} = \int_{\Omega} \rho \vec{F} = \int_{\partial\Omega} \sigma \cdot \vec{n} \quad , \quad \vec{F}_{\text{mag}} = \int_{\Omega} \rho \vec{F}_{\text{mag}} = \int_{\partial\Omega} \sigma_{\text{Maxwell}} \cdot \vec{n}$$

- Si la frontière  $\partial\Omega$  est dans l'air, on n'a besoin que de l'expression du tenseur de Maxwell dans l'air (la plus simple) pour calculer le couple magnétique agissant sur le rotor (rigide)

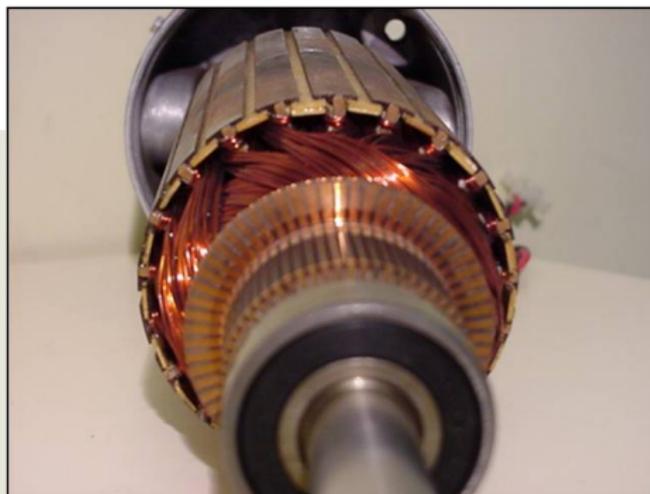
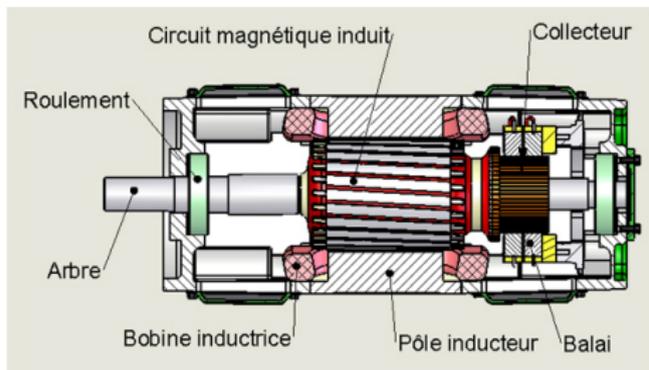
$$\sigma_{\text{Maxwell}} = \frac{\vec{b}\vec{b}^T}{\mu_0} - \frac{|\vec{b}|^2}{2\mu_0} \mathbb{I}$$

# Machine DC (à courant continu)



- Inductor field :  $\vec{b}$
- Armature field :  $\vec{\mu}$
- Couple moteur :  $\vec{\mu} \times \vec{b}$
- Couple toujours maximum car  $\vec{\mu} \perp \vec{b}$
- Nécessité de changer le sens du courant dans les spires du rotor en cours de rotation.

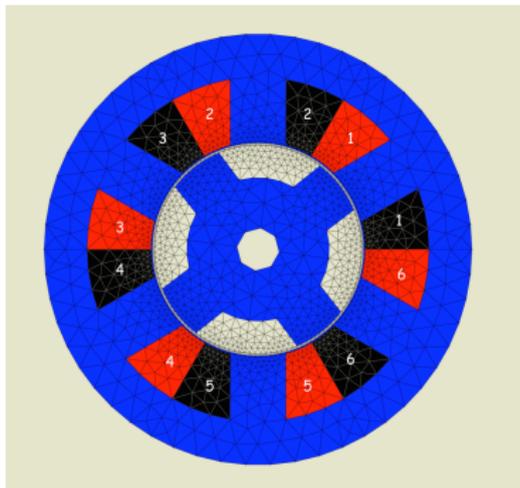
# Qu'est-ce qui cloche ? Le collecteur



- Les machines DC sont parmi les plus anciennes machines électriques
- Alimentation des spires du rotor au travers de deux balais **fixes** en contact avec les lames du collecteur **en mouvement**
- Sérieux problèmes d'échauffement, usure, maintenance
- Et si, au lieu de garder  $\vec{b}$  constant, c'était lui qui tournait...

# Champ tournant

- Mais avec des courants AC déphasés dans l'espace et le temps, on peut faire **tourner le champ**
- Ce champ tournant pourra alors entraîner une **aimant permanent**, ou un **électro-aimant** alimenté par un courant continu
- Stator **triphase** à **deux paires de pôles**
- Phase A=1,4 / phase B= 2,5 / phase C=3,6



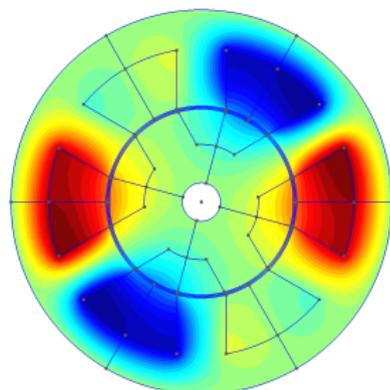
# Courants statoriques triphasés

$$I_A(\theta) = I \cos(\theta)$$

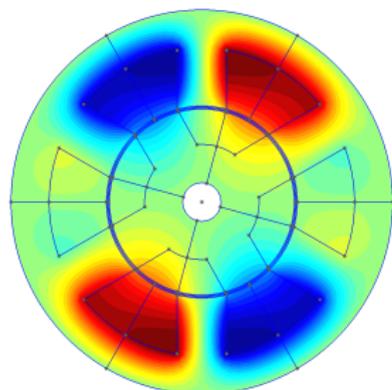
$$I_B(\theta) = I \cos(\theta - 120^\circ)$$

$$I_C(\theta) = I \cos(\theta - 240^\circ)$$

$\theta$	$I_A(\theta)$	$I_B(\theta)$	$I_C(\theta)$
$0^\circ$	1	$-1/2$	$-1/2$
$120^\circ$	$-1/2$	1	$-1/2$
$240^\circ$	$-1/2$	$-1/2$	1



Y  
|  
z\_x



Y  
|  
z\_x

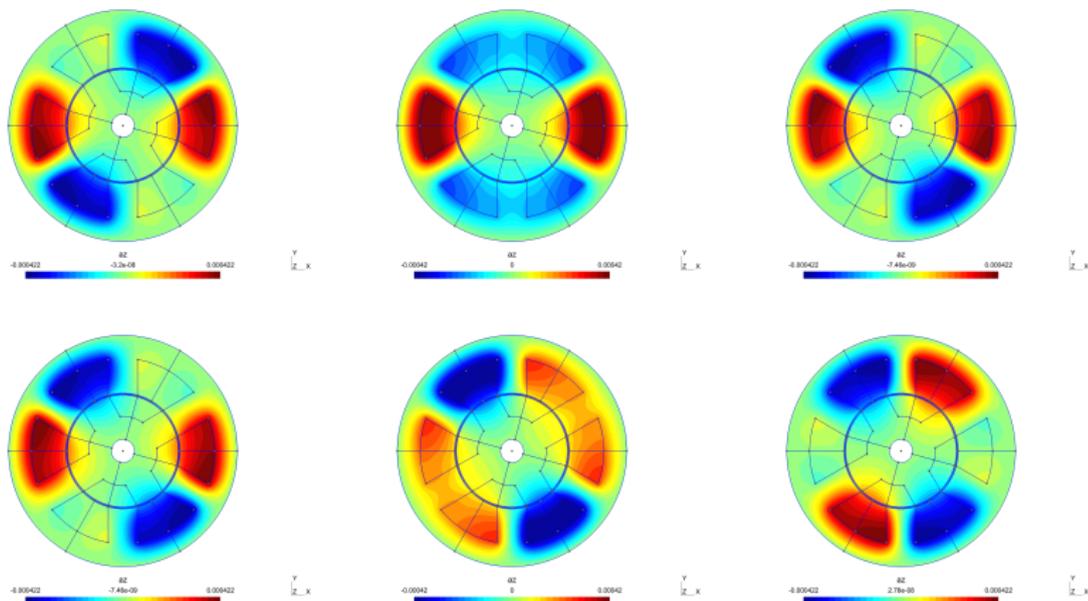
$\theta = 0^\circ, 120^\circ$

# Champ tournant

- Régularité du champ tournant par le contrôle du courant (plus sinusoïdaux)
- Avec l'électronique de puissance, les courants sinusoïdaux deviennent l'exception (coûteuse) plutôt que la règle

$\theta$	$I_A(\theta)$	$I_B(\theta)$	$I_C(\theta)$
$0^\circ$	1	$-1/2$	$-1/2$
$30^\circ$	$\sqrt{3}/2$	0	$-\sqrt{3}/2$
$60^\circ$	$1/2$	$1/2$	-1
$90^\circ$	0	$\sqrt{3}/2$	$-\sqrt{3}/2$
$120^\circ$	$-1/2$	1	$-1/2$
$150^\circ$	$-\sqrt{3}/2$	$\sqrt{3}/2$	0
$180^\circ$	-1	$1/2$	$1/2$
$210^\circ$	$-\sqrt{3}/2$	0	$\sqrt{3}/2$
$240^\circ$	$-1/2$	$-1/2$	1
$270^\circ$	0	$-\sqrt{3}/2$	$\sqrt{3}/2$
$300^\circ$	$1/2$	-1	$1/2$
$330^\circ$	$\sqrt{3}/2$	$-\sqrt{3}/2$	0
$0^\circ$	1	$-1/2$	$-1/2$

# Champ tournant : $\theta = 0^\circ, 30^\circ, 60^\circ$    $60^\circ, 90^\circ, 120^\circ$

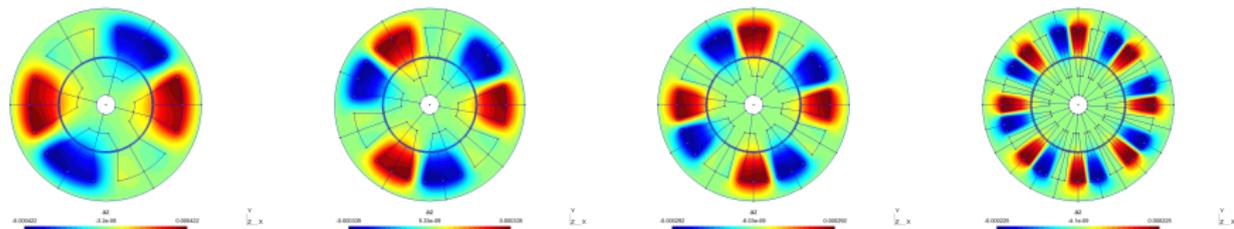


- Concentration du champ dans les pièces ferromagnétiques
- Effet d'encoche





Nombre de paires de pôles :  $pp = 2, 3, 4, 8, \dots$



- Vitesse du champ tournant  $\omega$  fixée par la **fréquence d'alimentation**  $f$  (=50Hz) et par le **nombre de paires de pôles**  $pp$
- Plus  $pp$  est grand, plus la machine tourne lentement

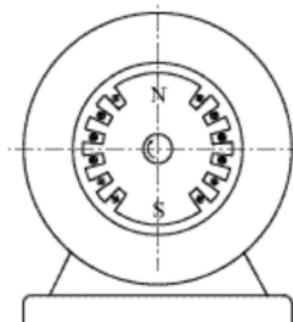
$$\omega = 2\pi f / pp$$

- Seules certaines valeurs **discrètes** de la vitesse sont possibles
- C'est pas toujours ce que l'on veut...

# Machines synchrones

- On a une source de **puissance mécanique** (moteur thermique, chute d'eau, vent, ...)
- On fait tourner un rotor magnétisé DC dans un stator à enroulements triphasés à une **vitesse donnée**
- Des courants triphasés de **fréquence** correspondante sont **induits** dans les enroulements statoriques
- Une paire de pôle : **turbo-alternateur**, compact et vitesse élevée
- Le nombre de paires de pôles peut être élevé : **alternateurs** lents et de grande taille

Turbo-alternator

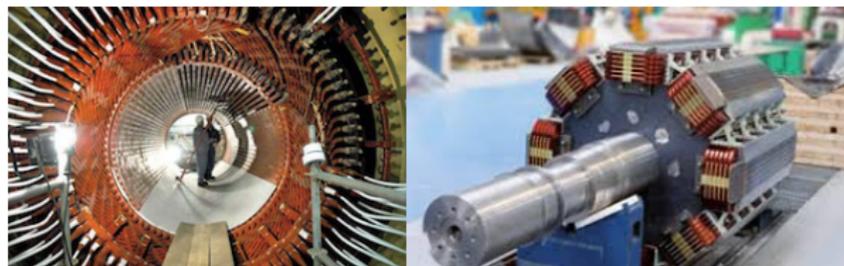


Salient poles



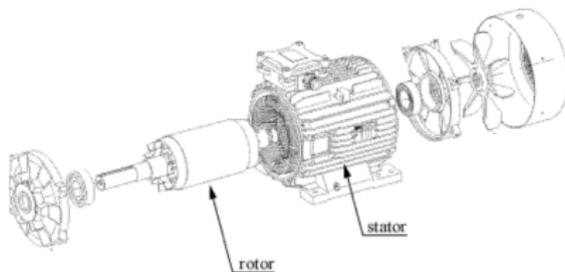
# Alternateurs à pôles saillants

- Production de la puissance électrique AC dans les centrales
- Les tensions induites sont parfaitement **sinusoïdales** grâce au profilage des pôles saillants
- Courant DC au rotor : collecteur → bagues (c'est déjà mieux)



# Moteur à induction : loi de Lenz-Faraday $U = -\partial_t \phi$

- On a des courants triphasés (à 50Hz)
- On veut se passer de collecteur et de bagues
- On laisse les courants rotoriques être **induits** par les courants statoriques



# Construction : tôles d'acier électriques et cage d'écureuil



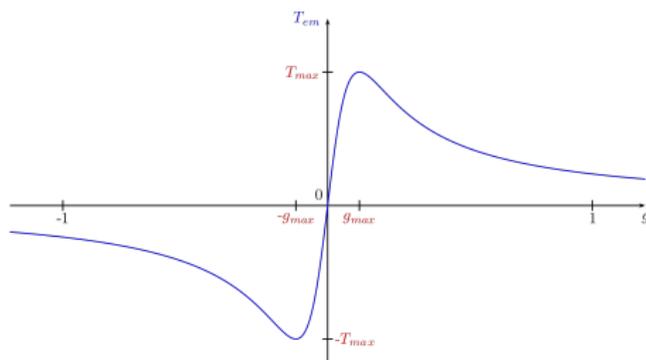
- Dentelle d'acier électrique
- Empilement de tôles minces isolées pour minimiser les courants induits
- Tout s'articule autour de l'entrefer
- Rotor robuste mais délicat à construire
- Couteau suisse de l'ingénierie électrique (industrie, traction, éolienne, ...)

# Machine asynchrone ?

- Les courants rotoriques ont une fréquence différente ( $f_r \ll f$ )

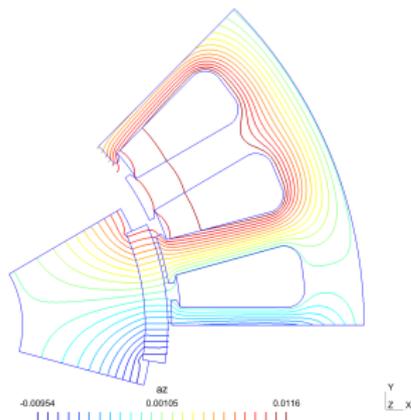
$$\omega_r = 2\pi f(1 - g)/pp \quad , \quad g = f_r/f$$

- Démarre toujours (le couple n'est jamais nul)
- Qu'est-ce qui cloche ?
  - ▶ La vitesse dépend du couple
  - ▶ Seules certaines vitesses sont possibles



# PMSM - BLDC

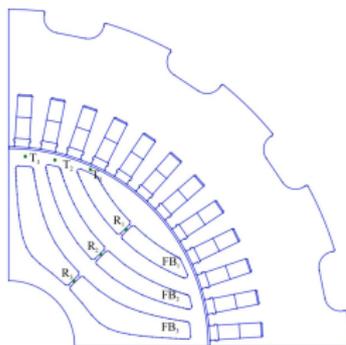
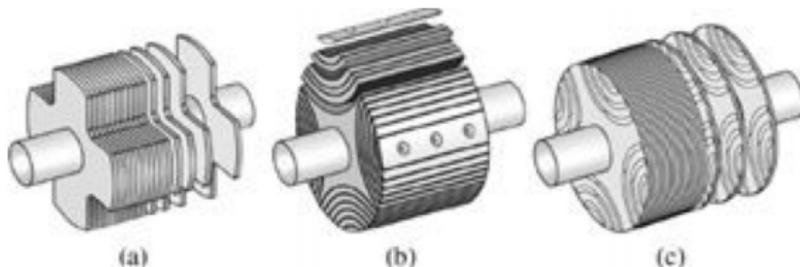
- PMSM : **Permanent Magnet Synchronous** Machine - BLDC : **Brushless** DC machine. Le meilleur des deux mondes : pas de courant injecté au rotor (PM), pas de balai (brushless)
- Compact car magnétisé au rotor par les **aimants**
- Mais pour démarrer, il faut commuter les courants statoriques **en fonction de la position du rotor**
- Du coup, on peut **contrôler la vitesse** !
- **Electronique de puissance** : thyristor, transistor, MOSFET, ...
- Modélisation en électromagnétisme : exploiter les symétries



# Machine à réluctance

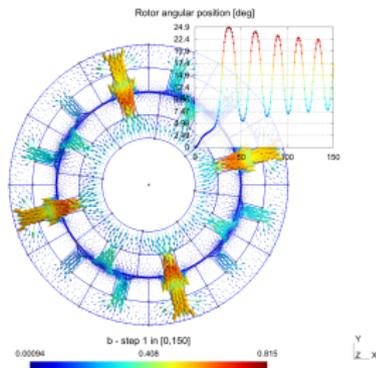
On veut parfois

- Robustesse et simplicité : rotor en acier massif, pas d'aimants
- Peu efficace : positionnement seulement
- Pas cher (Combien de moteurs électriques dans une voiture ?)



ALSTOM :

CSL :



# Machine électriques : 200 ans d'histoire technologique

## Historique [ modifier | modifier le code ]

En 1821, après la découverte du phénomène du lien entre électricité et magnétisme, l'**électromagnétisme**, par le chimiste danois **Ørsted**, le **théorème d'Ampère** et la **loi de Biot et Savart**, le physicien anglais **Michael Faraday** construit deux appareils pour produire ce qu'il appela une « rotation électromagnétique » : le mouvement circulaire continu d'une force magnétique autour d'un fil, en fait la démonstration du premier moteur électrique.

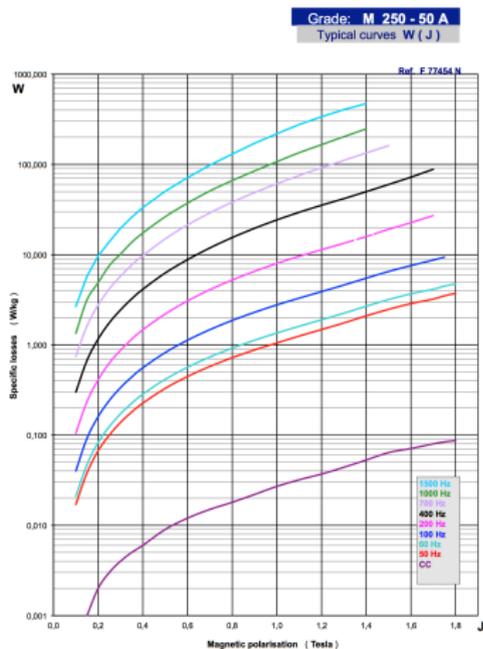
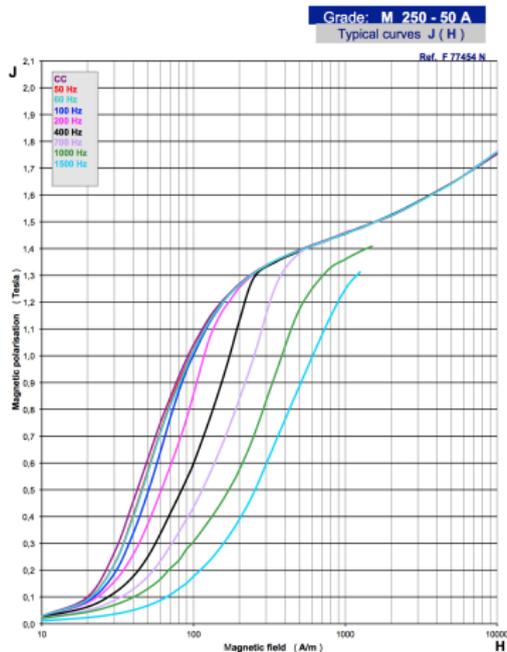
## Machines tournantes

- Machines DC **mais** collecteur
- (Turbo-)alternateurs (machines synchrones) **mais** courant au rotor
- Moteurs à induction (machines asynchrones) **mais** pas de vitesse variable sans électronique de puissance
- PMSM - BLDC **mais** les aimants sont chers et fragiles
- Machine à réluctance/pas à pas **mais** les performances sont moins bonnes
- ...

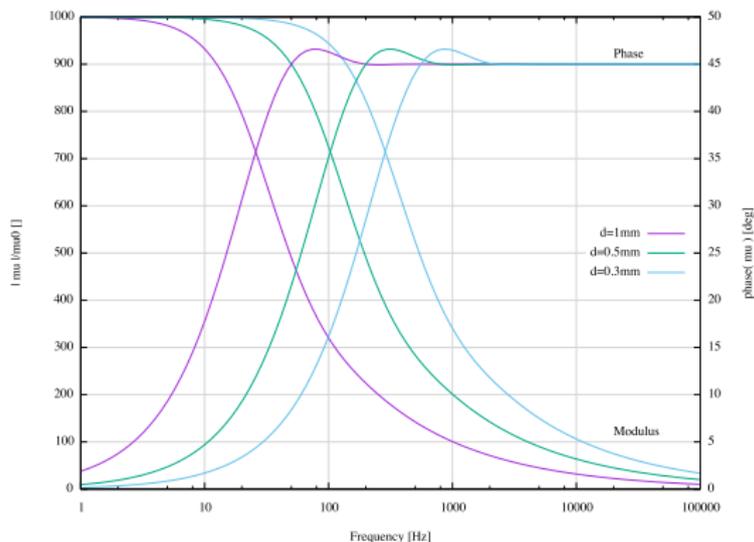
## Autre types de machines électriques

- Transformateurs, Actionneurs, Relais, Capteurs, ...

# Aciers électriques : saturation, courants induits, hystérésis



# Feuilletage des noyaux ferromagnétiques



Aciers électriques de différentes **épaisseurs** et **qualités** :

0.50mm : M600-50A M400-50A M310-50A M250-50A

0.35mm : M330-35A M270-35A M235-35A

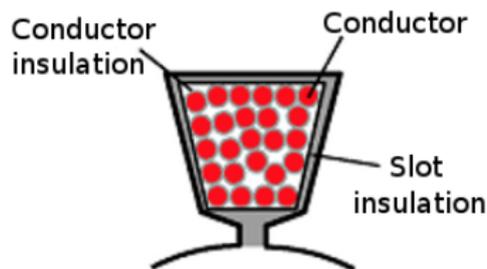
0.30mm : M230-30A

# Coils : Nombre de tours, coefficient de remplissage

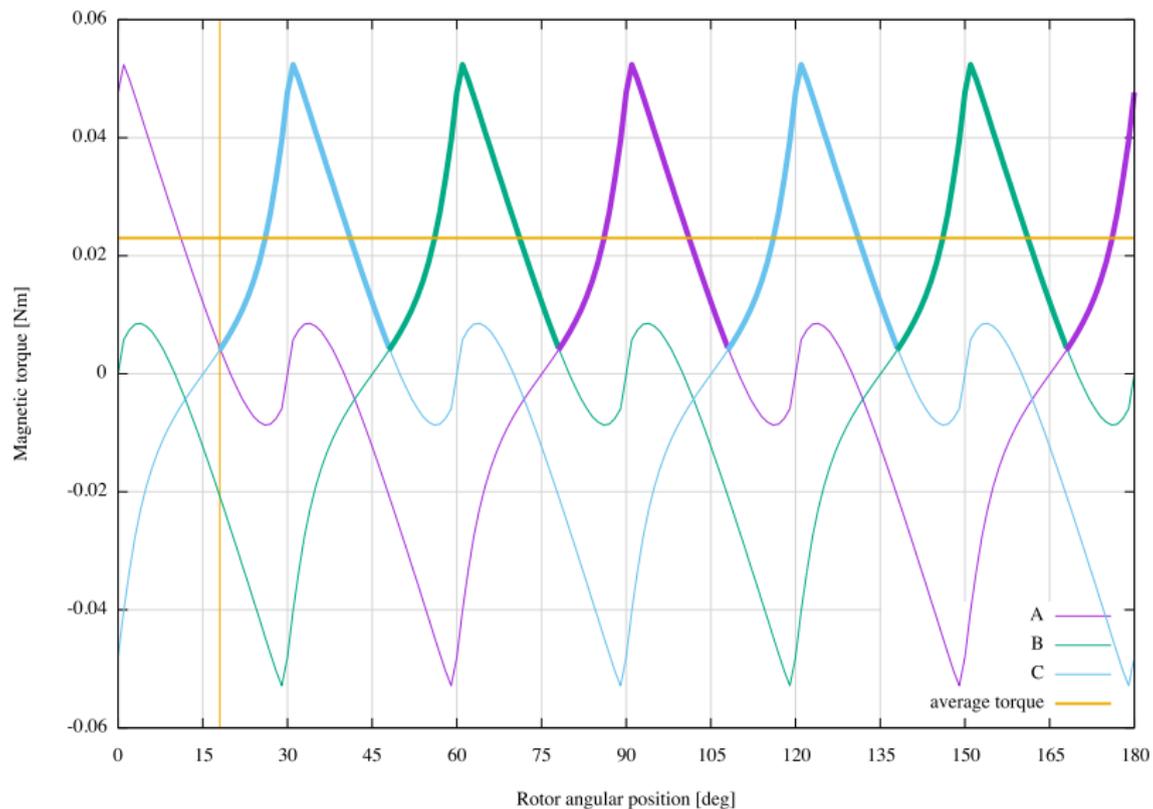
- **Force magnéto-motrice** = nombre d'Ampère-tours =  $NI = JS$
- Seule donnée nécessaire pour le modèle magnétique :  $J$  (densité de courant) et  $S$  (surface d'encoche)
- Le nombre de tours  $N$  détermine tension, courant et impédance

$$I = \frac{JS}{N} \quad , \quad U = NU_{\text{spire}} \quad , \quad Z = \frac{U}{I} = N^2 \frac{U_{\text{spire}}}{JS}$$

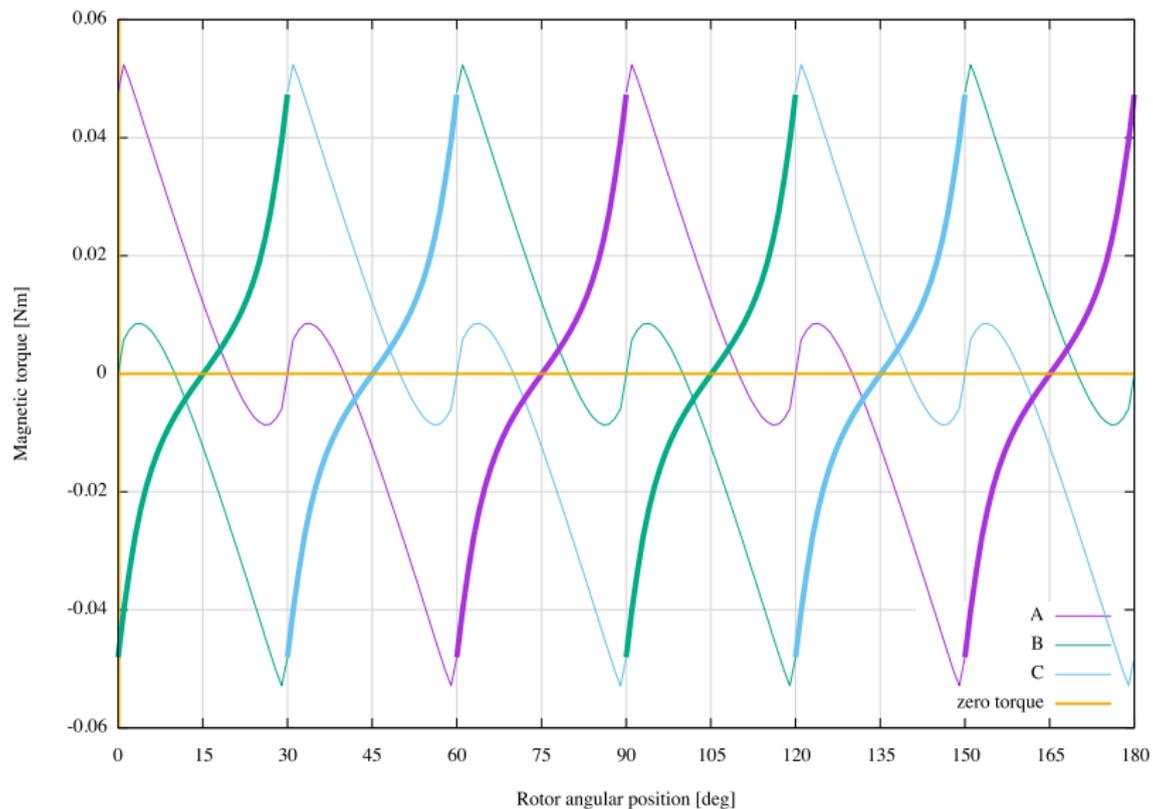
- **Facteur de remplissage** des encoches : difficile de dépasser 55%



# Contrôle du couple : couple maximum



# Contrôle du couple : couple nul



# Credits

<https://people.montefiore.uliege.be/geuzaine/ELEC0431>

inductionMachine2.png:  
<https://www.indiamart.com>

inductionMachine2.png:  
<https://gearmotorblog.wordpress.com/2016/06/08/ac-induction-gearmotors/>

laminations2.png:  
<http://www.polarislaserlaminations.com/motor-laminations.html>

laminations3.jpg:  
[https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Motor\\_laminations\\_by\\_Zureks.jpg](https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Motor_laminations_by_Zureks.jpg)

momentMagnetique:  
[http://www.lkb.upmc.fr/quantumoptics/wp-content/uploads/sites/23/2015/12/CM9\\_web.pdf](http://www.lkb.upmc.fr/quantumoptics/wp-content/uploads/sites/23/2015/12/CM9_web.pdf)

collecteur:  
[http://colbertserv.lyceecolbert-tg.org:3007/cours\\_motorisation\\_electrique/medias/2250.jpg](http://colbertserv.lyceecolbert-tg.org:3007/cours_motorisation_electrique/medias/2250.jpg)

collecteur2:  
<http://sa.ge.sts.free.fr/Wiki/pmwiki.php?n=SA.MCCDescription>

poleSaillant:  
<https://www.jeumontelectric.com/>

IMtorque:  
[https://en.wikipedia.org/wiki/Induction\\_motor#/media/File:Couple\\_glissement\\_MAs.svg](https://en.wikipedia.org/wiki/Induction_motor#/media/File:Couple_glissement_MAs.svg)

Faraday  
[https://fr.wikipedia.org/wiki/Machine\\_électrique](https://fr.wikipedia.org/wiki/Machine_électrique)