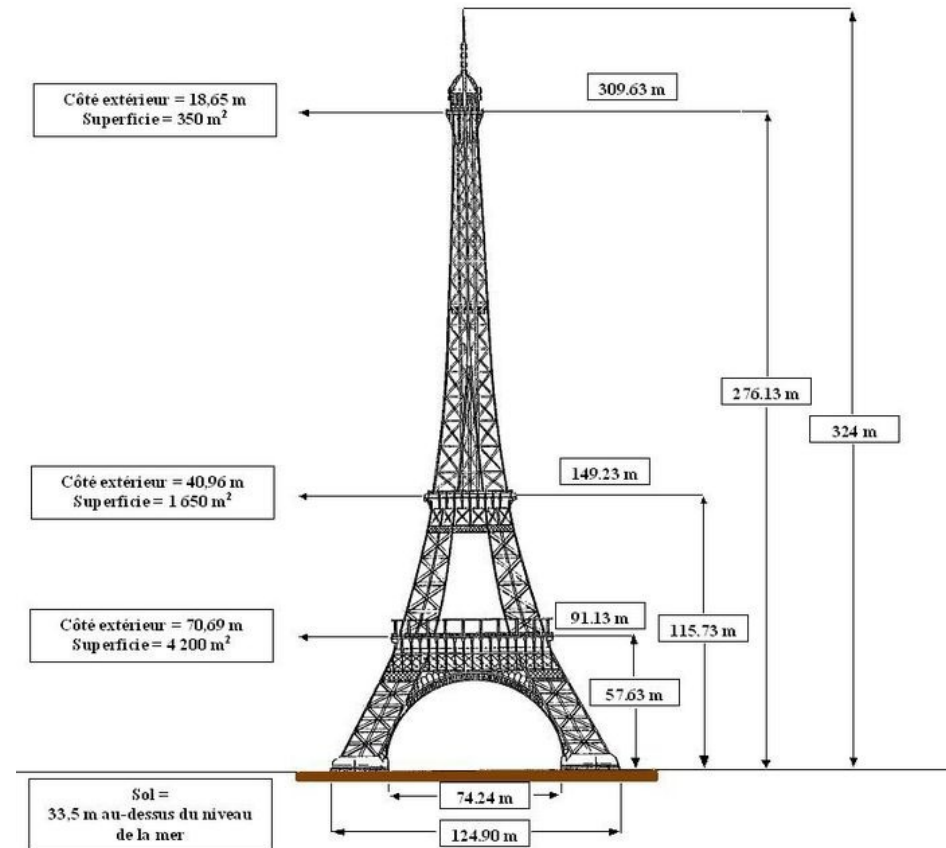
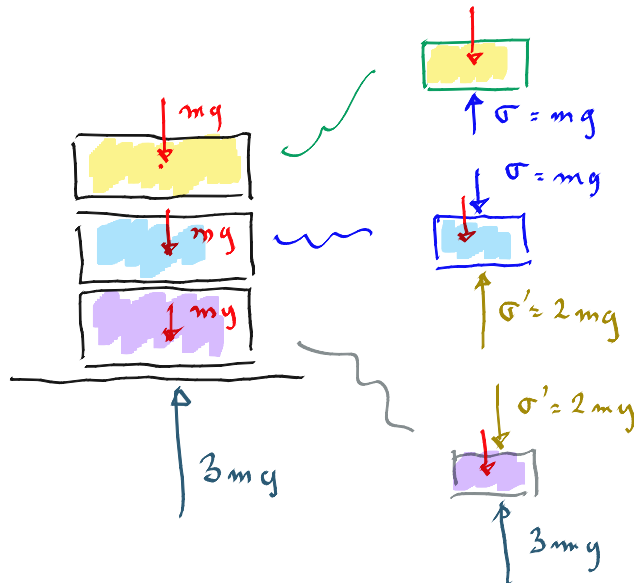


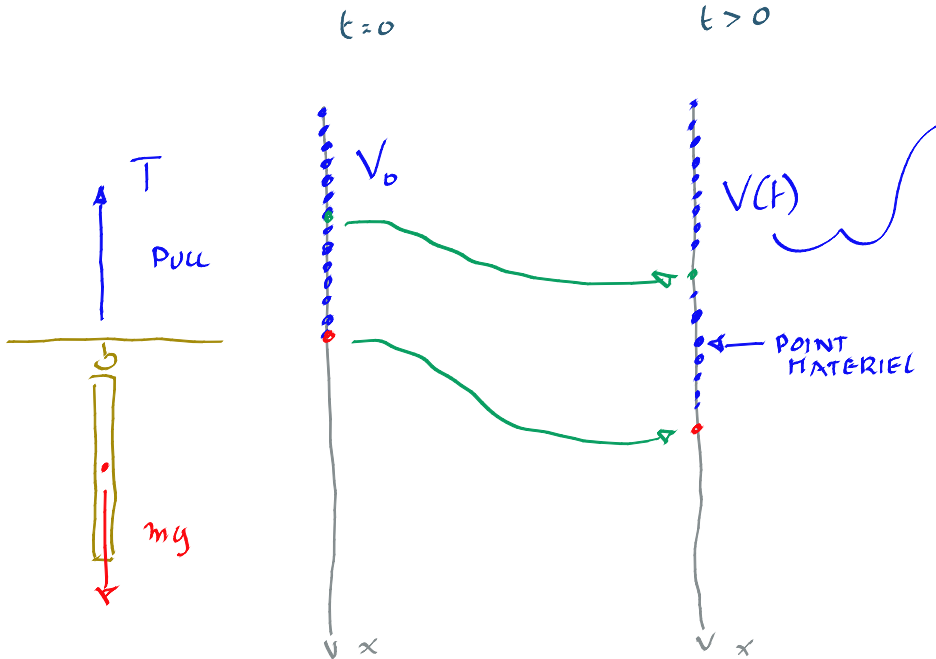
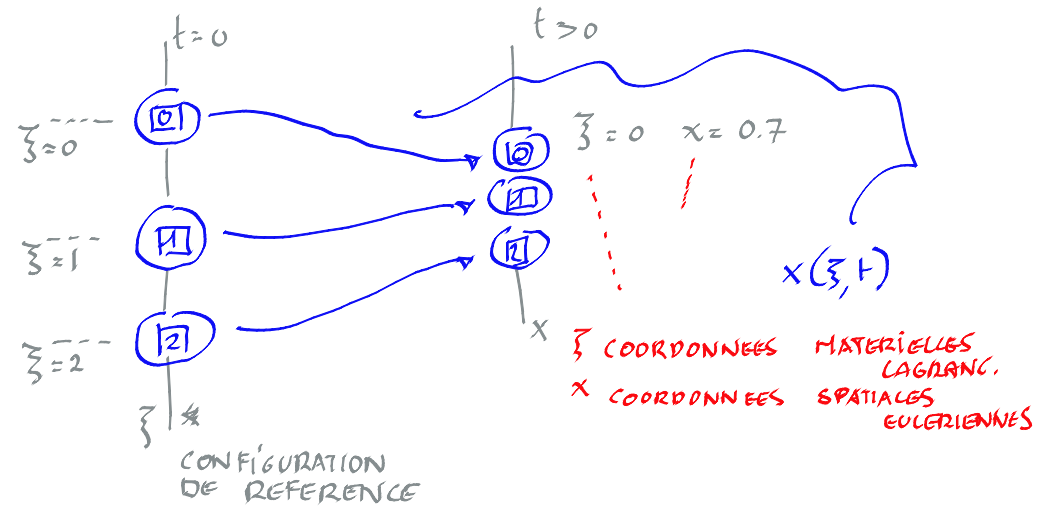
Monsieur,
j'ai pas eu MMC, moi ?



Ouuupps !

Mais, MMC, MSD et Flotte : quelle horreur !

Un volume matériel !



VOLUME MATERIEL

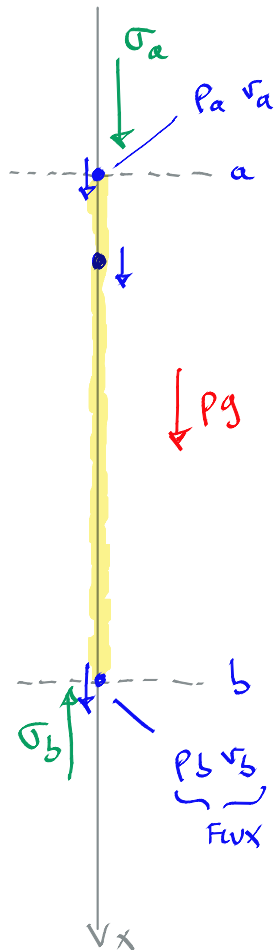
= ENSEMBLE
DE POINTS MATERIELS
SE DEPLACANT
A UNE VITESSE

$$\underline{v}(\underline{x}, t) = \sum v_i(\underline{x}, t) \hat{e}_i$$

VITESSE
MACROSCOPIQUE !

Bilan de quantité de mouvement

$\sigma < 0$ COMPRESSION
 $\sigma > 0$ TRACTION



INTERVALLE

L'ACCROISSEMENT
DE QUANTITE
DE MVT

= CE QUI ENTRE - CE QUI SORT + FORCES

$[\sigma]$

$$\frac{d}{dt} \int_a^b \rho(x,t) v(x,t) dx = \underbrace{p_a v_a^2 - p_b v_b^2}_{- [pr]_a^b} + \int_a^b \rho g + \underbrace{(-\sigma_a) - (-\sigma_b)}_{V_{\sigma,b}}$$

FORME GLOBALE

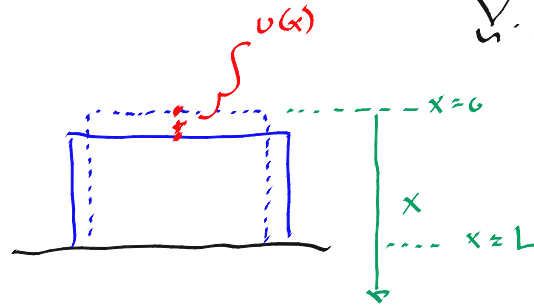
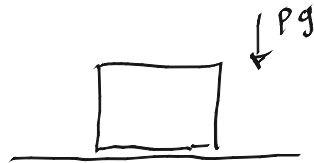
$$V_{a,b} \int_a^b \frac{\partial}{\partial t}(\rho v) + \frac{\partial}{\partial x}(\rho v^2) dx = \int_a^b \rho g + \frac{\partial \sigma}{\partial x}$$

$$\underbrace{\frac{\partial}{\partial t}(\rho v) + \frac{\partial}{\partial x}(\rho v^2)}_{\rho \frac{Dv}{Dt}} = \rho g + \frac{\partial \sigma}{\partial x}$$

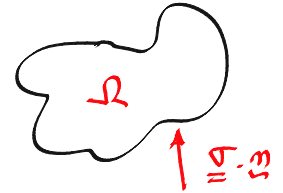
FORME
LOCALE

Loi de Hooke ! So easy !

$$\frac{\partial \sigma}{\partial x} + \rho g = 0$$



$$\nabla \cdot \underline{\underline{\sigma}} + \rho \underline{\underline{g}} = 0$$



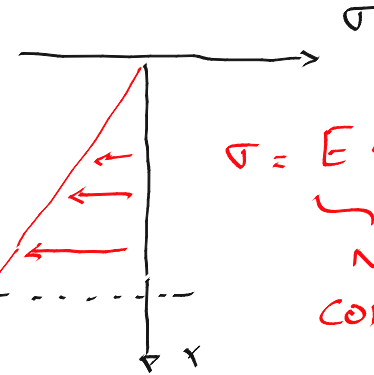
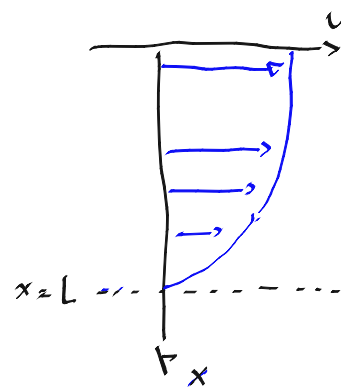
$$\sigma = E \frac{du}{dx}$$

$$E \frac{d^2 u}{dx^2} = -\rho g$$

$$u'(0) = 0$$

$$u(L) = 0$$

PROBLEME
DE CAUCHY



$$\sigma = E \frac{du}{dx}$$

NEGATIVE
COMPRESSION



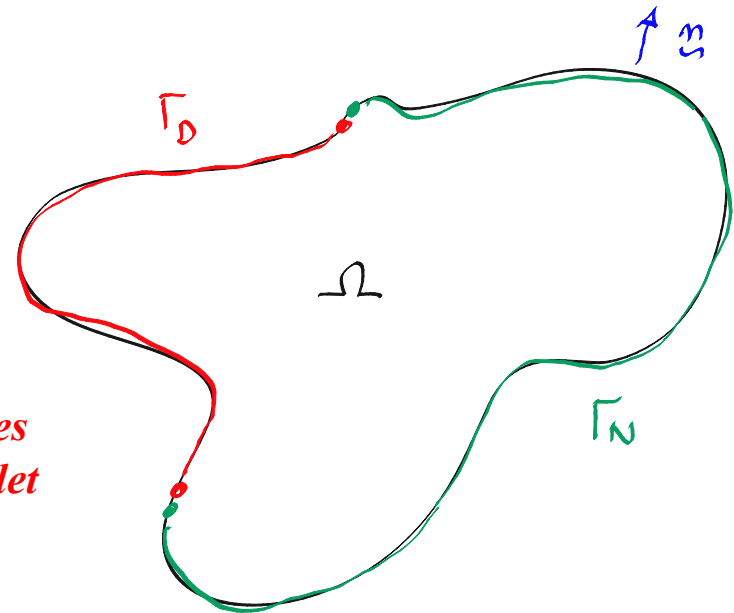
Typical elliptic boundary value problem

$$\nabla_{\Omega} \cdot (\nabla_{\Omega} u) + f = 0 \quad \text{sur } \Omega$$

$$u = t \quad \text{sur } \Gamma_D$$

$$\mathbf{n} \cdot \nabla u = g \quad \text{sur } \Gamma_N$$

Conditions essentielles
Conditions de Dirichlet



Conditions naturelles
Conditions de Neumann

En général, la fonction $\mathbf{n}$ n'est pas connue...

Mais, c'est la solution d'une équation aux dérivées partielles !

Commençons par une équation de Poisson

Some nice spaces and notations...

$$\mathcal{U} = \{ u \dots \text{tel que } u = t \text{ sur } \Gamma_0 \}$$
$$\hat{\mathcal{U}} = \{ \hat{u} \dots \text{tel que } \hat{u} = 0 \text{ sur } \Gamma_0 \}$$

$$\langle fg \rangle = \int_{\Omega} fg \, d\Omega$$
$$\ll fg \gg = \int_{\partial\Omega} fg \, d\Omega$$

$$\ll fg \gg_N = \int_{\Gamma_N} fg \, d\Omega$$

Ne faisons pas comme les mathématiciens...

On ne va pas être rigoureux maintenant !

On fera cela plus tard...

D'ailleurs, est-ce que cela est utile ?

Et pourtant, oui !

... to do calculus !

Three tips !

$$\langle \hat{\sigma} (\nabla \cdot \nabla u - f) \rangle = 0$$

$\forall \hat{\sigma} \in \hat{U}$

TIP 1

$$(fg)' = f'g + g'f$$

$$\langle \underbrace{\hat{\sigma}}_{\in \hat{U}} \underbrace{\nabla \cdot \nabla u}_{\in U} \rangle = \underbrace{\langle \nabla \cdot (\hat{\sigma} \nabla u) \rangle}_{\text{blue arrow}} - \langle \nabla \hat{\sigma} \cdot \nabla u \rangle$$

TIP 2

$$\langle \nabla \cdot g \rangle = \langle\langle \nabla \cdot g \rangle\rangle$$

$$\langle\langle \nabla \cdot \nabla u \rangle \hat{\sigma} \rangle$$

TIP 3

$$\hat{\sigma} \in \hat{U}$$

$$\langle\langle \underbrace{(\nabla \cdot \nabla u)}_g \hat{\sigma} \rangle\rangle_N$$

And it is all !

Strong formulation



$$\begin{aligned} & ? u \text{ TEL QUE} \\ & \nabla \cdot \nabla u + f = 0 \quad \text{sur } \Omega \\ & m \cdot \nabla u = g \quad \text{sur } \Gamma_N \\ & u = t \quad \text{sur } \Gamma_D \end{aligned}$$



FORMULATION FAIBLE

$$\begin{aligned} & ? u \in U \\ & \underbrace{\langle \nabla \hat{u} \cdot \nabla u \rangle}_{a(u, \hat{u})} = \underbrace{\ll g \hat{u} \gg_N + \langle f \hat{u} \rangle}_{b(\hat{u})} \quad \forall \hat{u} \in \hat{U} \end{aligned}$$



$$? u \in U \quad J(u) = \min_{v \in U} \underbrace{\frac{1}{2} a(v, v)}_{J(v)} - b(v)$$

PROBLEME DE MINIMUM



Weak formulation

La formulation faible

$$J(u) = \langle \nabla u, \nabla u \rangle - \langle f, u \rangle$$

c'est un problème de minimum !



FORMULATION FAIBLE

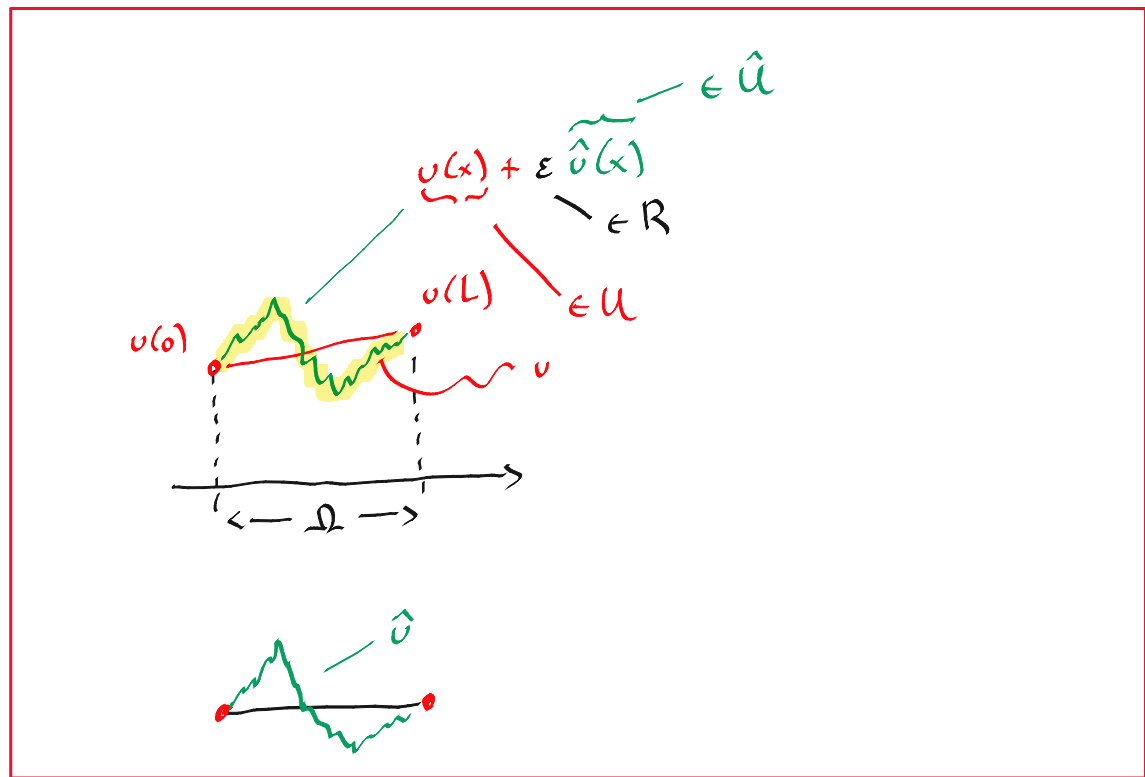
$$\begin{aligned} &? u \in U \\ &\underbrace{\langle \nabla \hat{v}, \nabla u \rangle}_{a(u, \hat{v})} = \underbrace{\ll g, \hat{v} \gg_N}_{b(\hat{v})} + \underbrace{\langle f, \hat{v} \rangle}_{\text{}} \quad \forall \hat{v} \in \hat{U} \end{aligned}$$



$$? u \in U \quad J(u) = \min_{v \in U} \underbrace{\frac{1}{2} a(v, v)}_{J(v)} - \underbrace{b(v)}_{\text{}}$$

PROBLEME DE MINIMUM





$$J(u) = \langle \nabla u, \nabla u \rangle - \langle f, u \rangle$$

$$\left. \frac{dJ(u + \epsilon \hat{u})}{d\epsilon} \right|_{\epsilon=0} = 0$$

$$\sqrt{\epsilon} \hat{u} \in \hat{U}$$

Variational
Calculus

$$\left. \frac{dJ(u + \varepsilon \hat{u})}{d\varepsilon} \right|_{\varepsilon=0} = 0 \quad \forall \hat{u} \in \hat{U}$$

$$J(u + \varepsilon \hat{u}) = \frac{1}{2} \langle \nabla u, \nabla u \rangle + \varepsilon \langle \nabla u, \nabla \hat{u} \rangle + \frac{\varepsilon^2}{2} \langle \nabla \hat{u}, \nabla \hat{u} \rangle - \langle f, u \rangle - \varepsilon \langle f, \hat{u} \rangle$$

$$\underbrace{\left. \frac{dJ}{d\varepsilon}(u + \varepsilon \hat{u}) \right|_{\varepsilon=0}}_{=0} = \langle \nabla u, \nabla \hat{u} \rangle - \langle f, \hat{u} \rangle$$



$\Rightarrow$



$$\underbrace{\left. \frac{dJ}{d\varepsilon}(u + \varepsilon \hat{u}) \right|_{\varepsilon=0}}_{=0} = \langle \nabla u, \nabla \hat{u} \rangle - \langle f, \hat{u} \rangle$$

$$\forall \hat{u} \in \hat{U}$$



$$J(u+\hat{v}) \approx \underbrace{\langle \nabla u \nabla u \rangle}_{- \langle f u \rangle} + \underbrace{\langle \nabla u \nabla \hat{v} \rangle}_{=0} + \underbrace{\langle \nabla \hat{v} \nabla \hat{v} \rangle}_{>0 \text{ :-)}}$$

$J(u)$

SOLUTION
FAIBLE

$= 0$
 CAR u
 SOLUTION
 FAIBLE

$$J(u+\hat{v}) > J(u)$$

ET
ZOU!



The Finite Element is a variational method

$$J(v) = \min_{v \in U} \frac{1}{2} a(v, v) - b(v)$$

$$J(v) < J(v^h) \quad \text{''''}$$

$$v \approx v^h \in U^h \subset U$$

$$v \approx \sum U_i \tau_i$$

VALEURS
NODALES
INCONNUES

FONCTIONS
DE
FORME
DEFINIES
A PRIORI

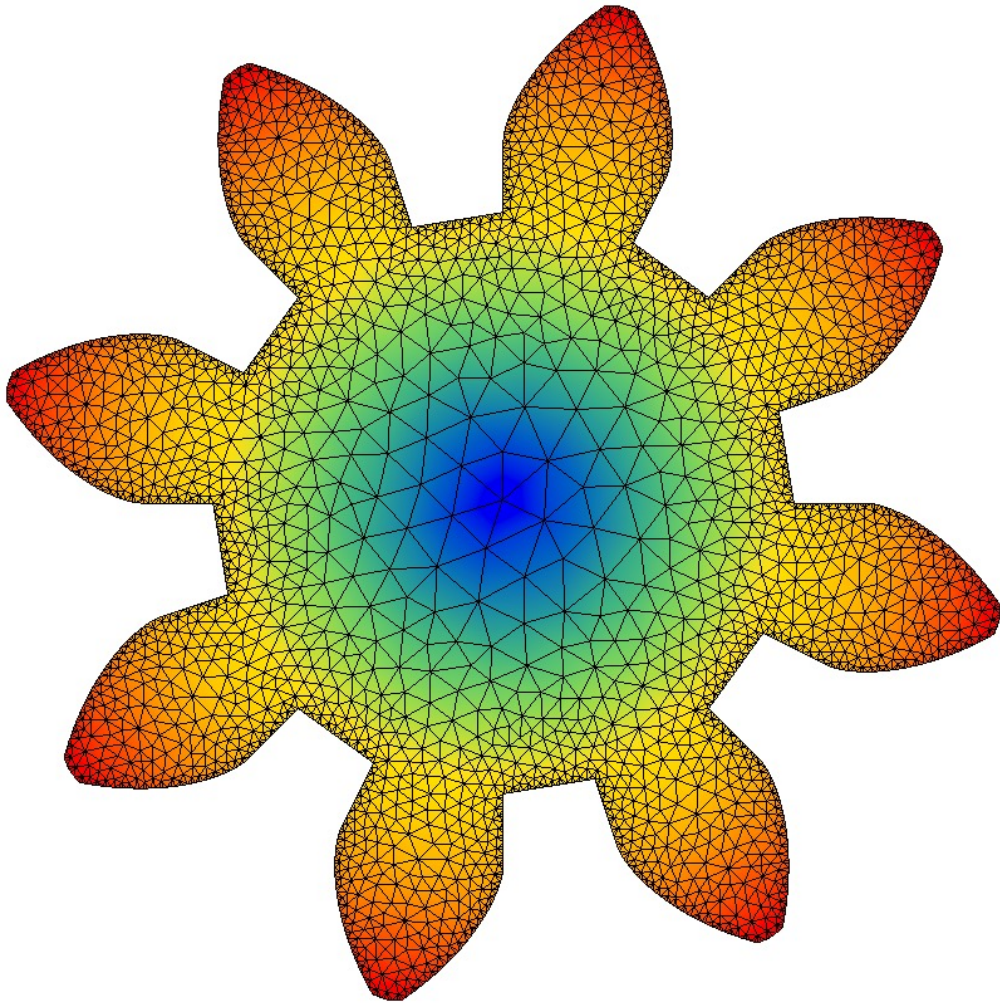
$\in U$

$$J(v^h) = \frac{1}{2} \langle \nabla \sum U_i \tau_i, \nabla \sum U_j \tau_j \rangle + \langle f, \sum U_i \tau_i \rangle$$

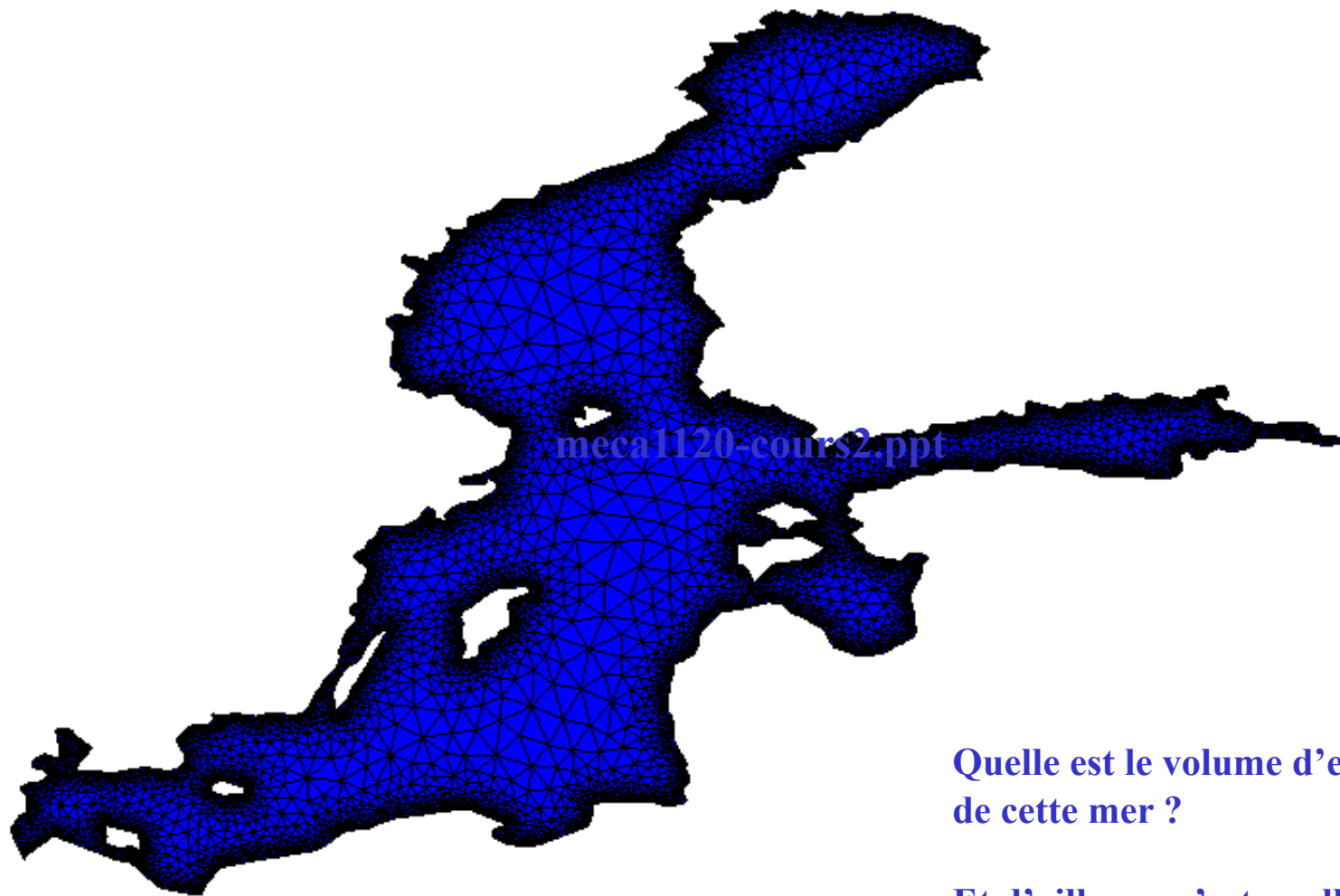
$$\frac{1}{2} \sum_i \sum_j U_i U_j \underbrace{\langle \nabla \tau_i, \nabla \tau_j \rangle}_{A_{ij}} + \sum_i U_i \underbrace{\langle f, \tau_i \rangle}_{B_i}$$

$$\frac{\partial J}{\partial U_i} = 0$$

$$\sum_j U_j A_{ij} = B_i$$

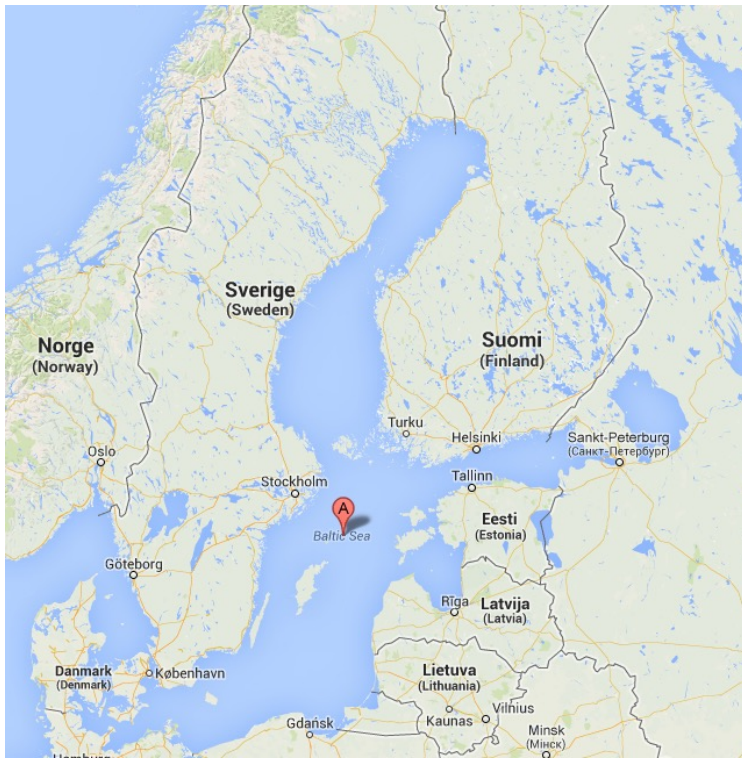


Quelle est l'inertie de cet engrenage ?

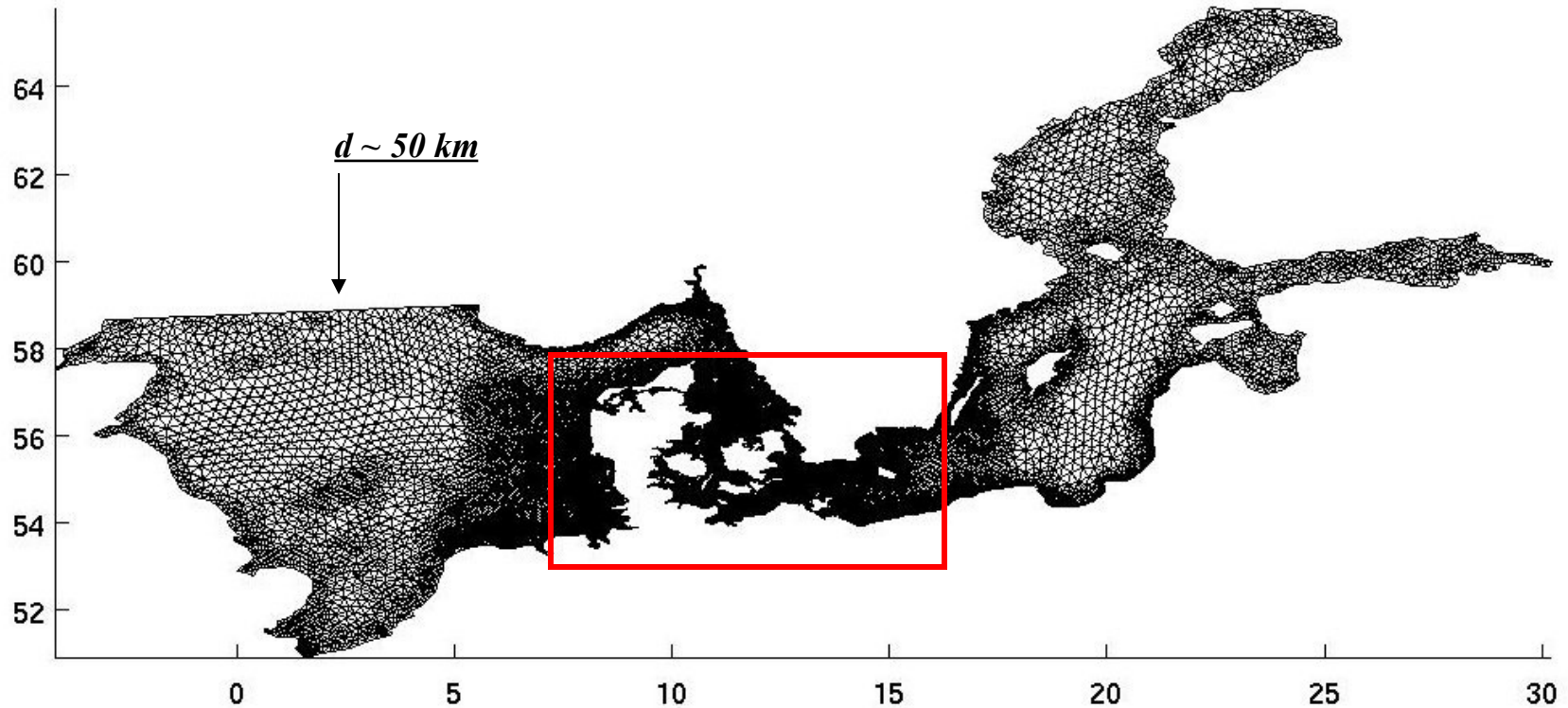


Quelle est le volume d'eau
de cette mer ?

Et d'ailleurs, c'est quelle mer ?

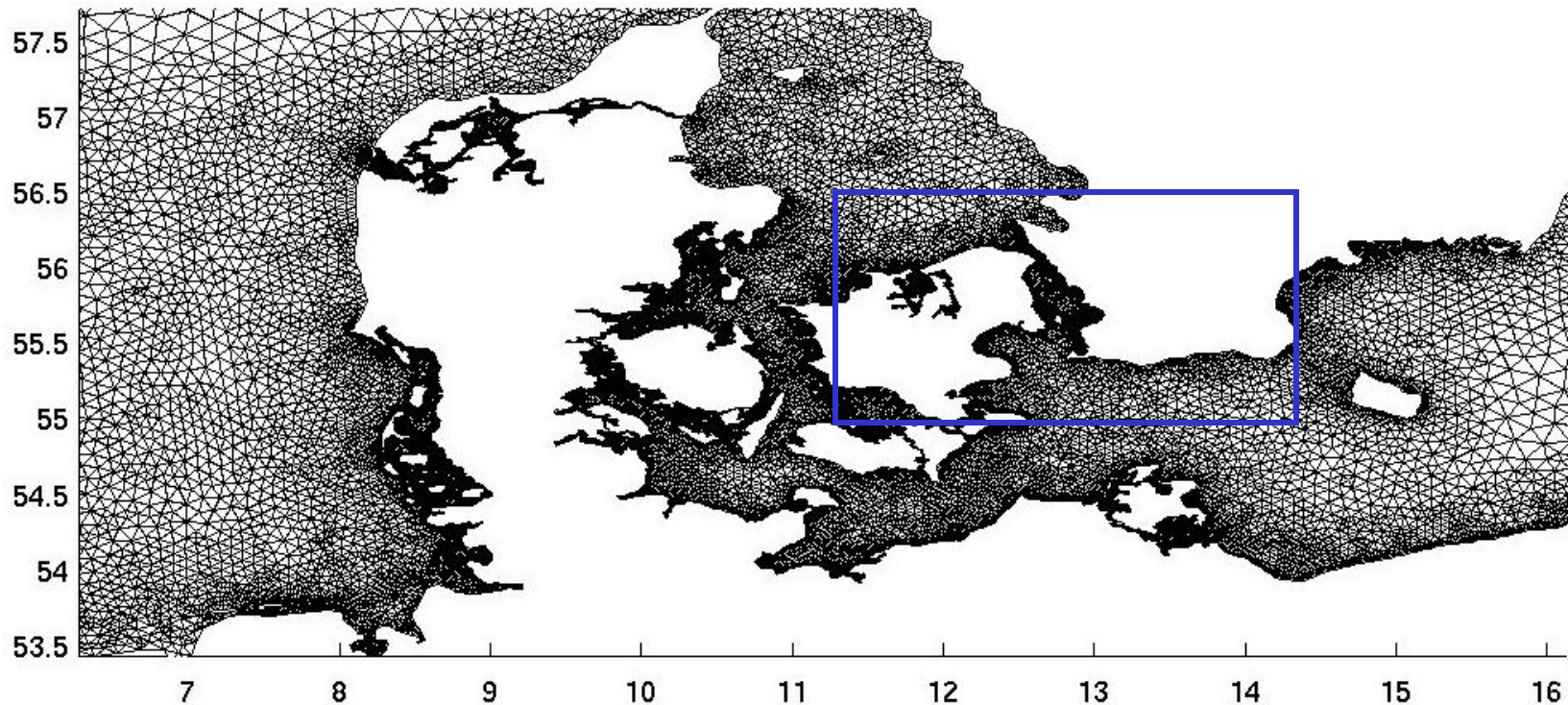


Pourquoi des maillages non structurés ?



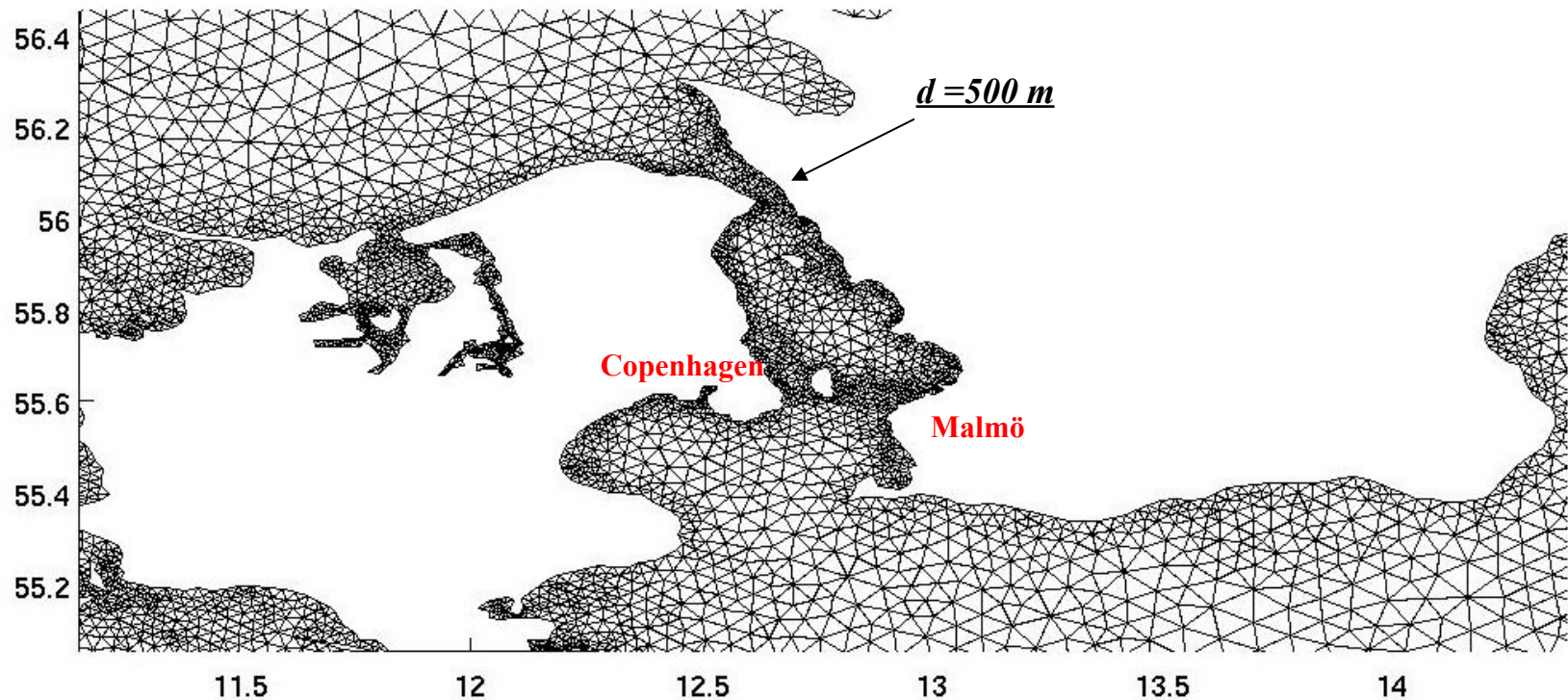
Courtesy of Dr. N. Kliem

Pourquoi des maillages non structurés ?

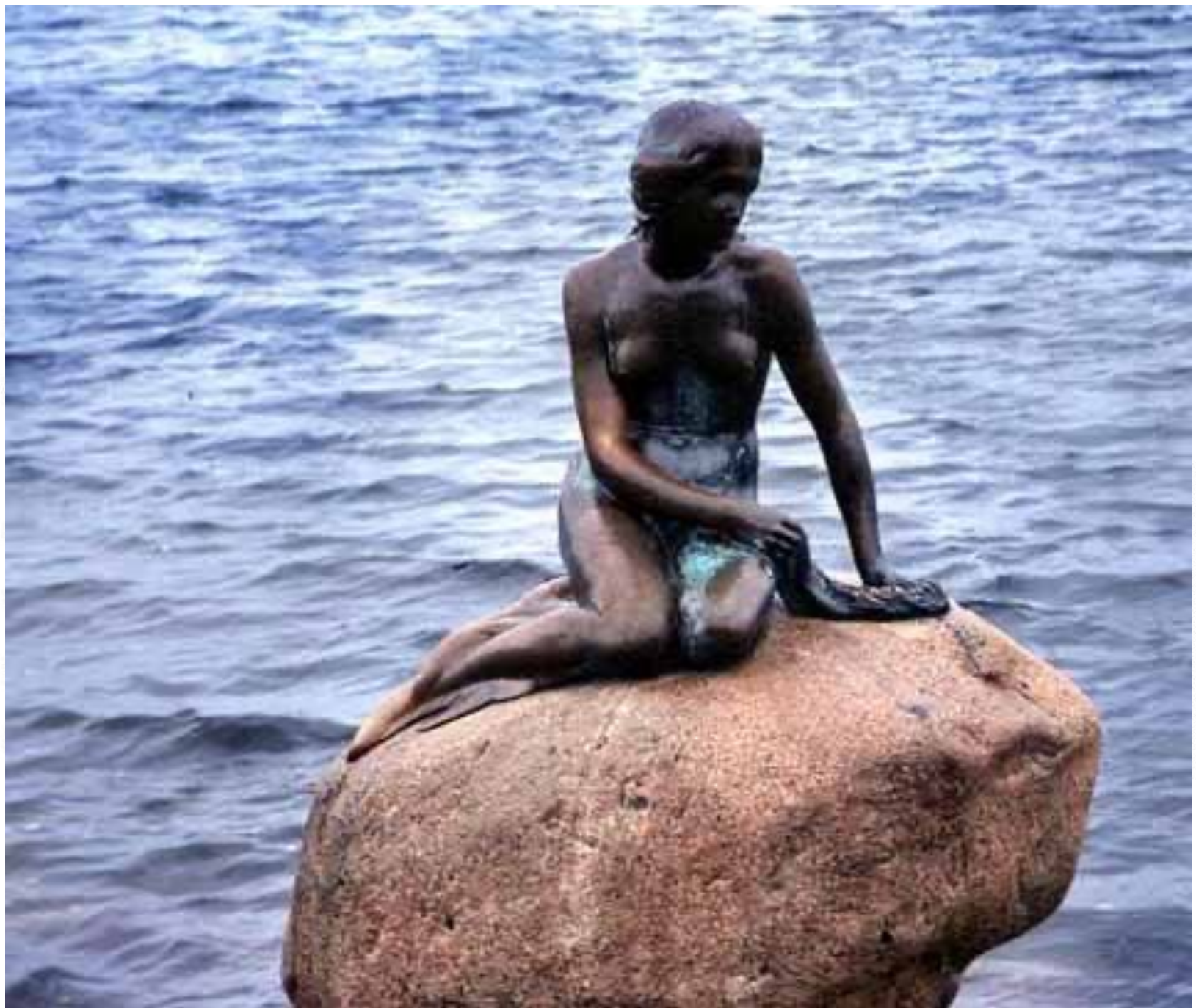


Courtesy of Dr. N. Kliem

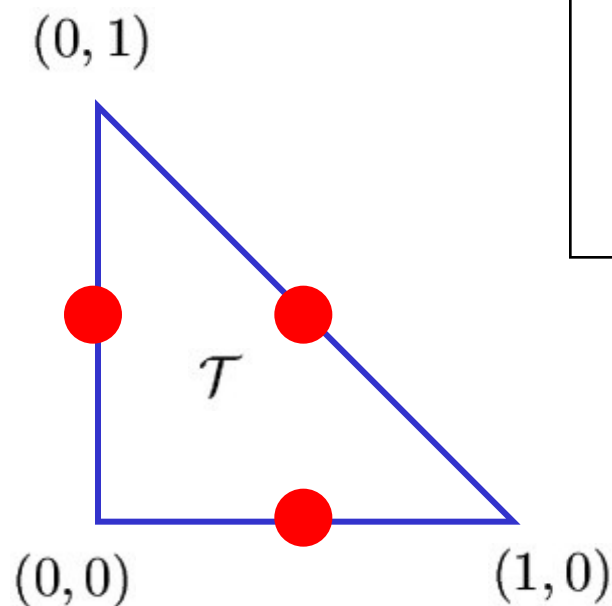
Pourquoi des maillages non structurés ?



Courtesy of Dr. N. Kliem



Intégration sur un triangle : Règle de Hammer à 3 points



$$\underbrace{\int_{\mathcal{T}} f(x,y) \, dx \, dy}_I \approx \underbrace{\sum_{k=1}^3 w_k f(X_k, Y_k)}_{I^h}$$

	X_k	Y_k	w_k
1	0.5	0.0	1/6
2	0.5	0.5	1/6
3	0.0	0.5	1/6

Démontrer que la formule de Hammer à trois points permet d'intégrer exactement n'importe quel polynôme à deux variables de degré deux : $a + bx + cy + dx^2 + ey^2 + fxy$

Question

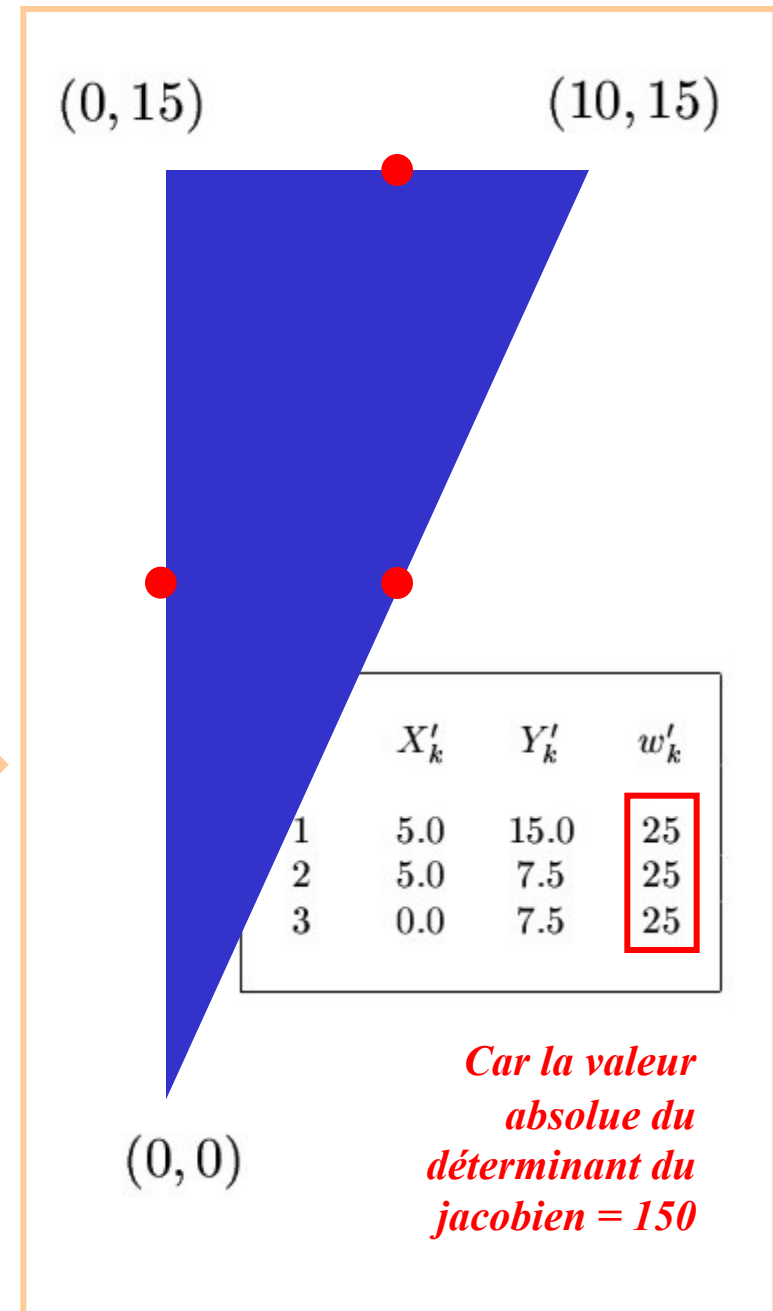
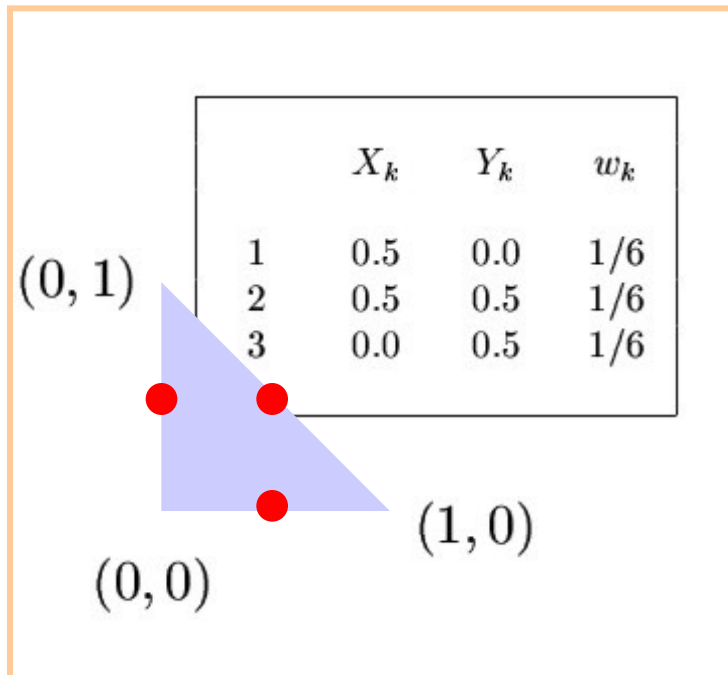
$$\begin{aligned}
 I &= \frac{a}{2} + b \int_0^1 x \int_0^{1-x} dy \, dx + c \int_0^1 y \int_0^{1-y} dx \, dy \\
 &\quad + d \int_0^1 x^2 \int_0^{1-x} dy \, dx + e \int_0^1 y^2 \int_0^{1-y} dx \, dy + f \int_0^1 x \int_0^{1-x} y \, dy \, dx \\
 &= \frac{a}{2} + b \left[\frac{x^2}{2} - \frac{x^3}{3} \right]_0^1 + c \left[\frac{y^2}{2} - \frac{y^3}{3} \right]_0^1 \\
 &\quad + d \left[\frac{x^3}{3} - \frac{x^4}{4} \right]_0^1 + e \left[\frac{y^3}{3} - \frac{y^4}{4} \right]_0^1 + f \left[\frac{x^2}{4} - \frac{x^3}{3} + \frac{x^4}{8} \right]_0^1 \\
 &= \frac{a}{2} + \frac{b}{6} + \frac{c}{6} + \frac{d}{12} + \frac{e}{12} + \frac{f}{24} \\
 &= I^h
 \end{aligned}$$



**Degré de
précision**

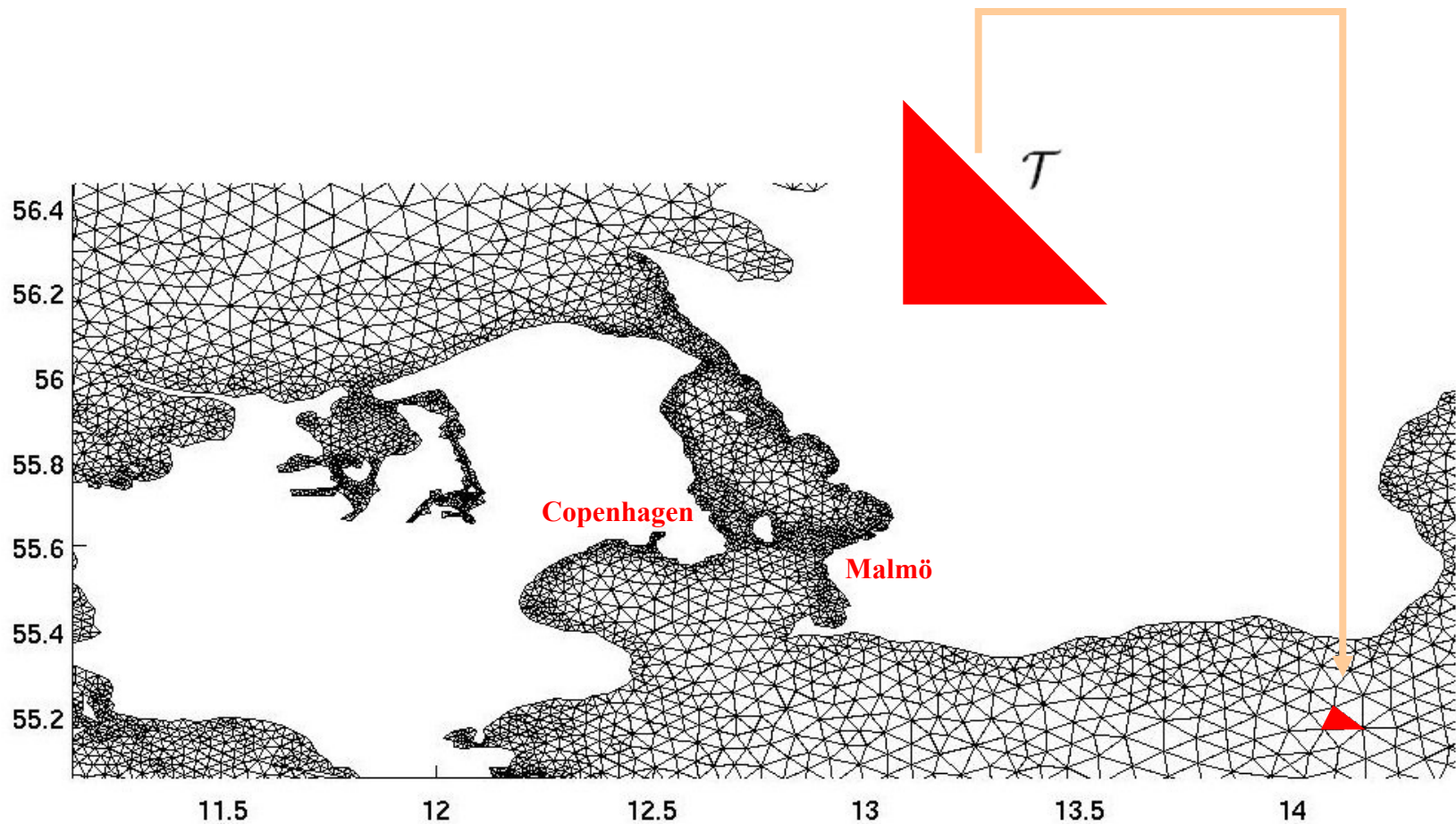
Et un autre triangle ?

$$\begin{aligned}x' &= 10x \\ y' &= 15 - 15y\end{aligned}$$

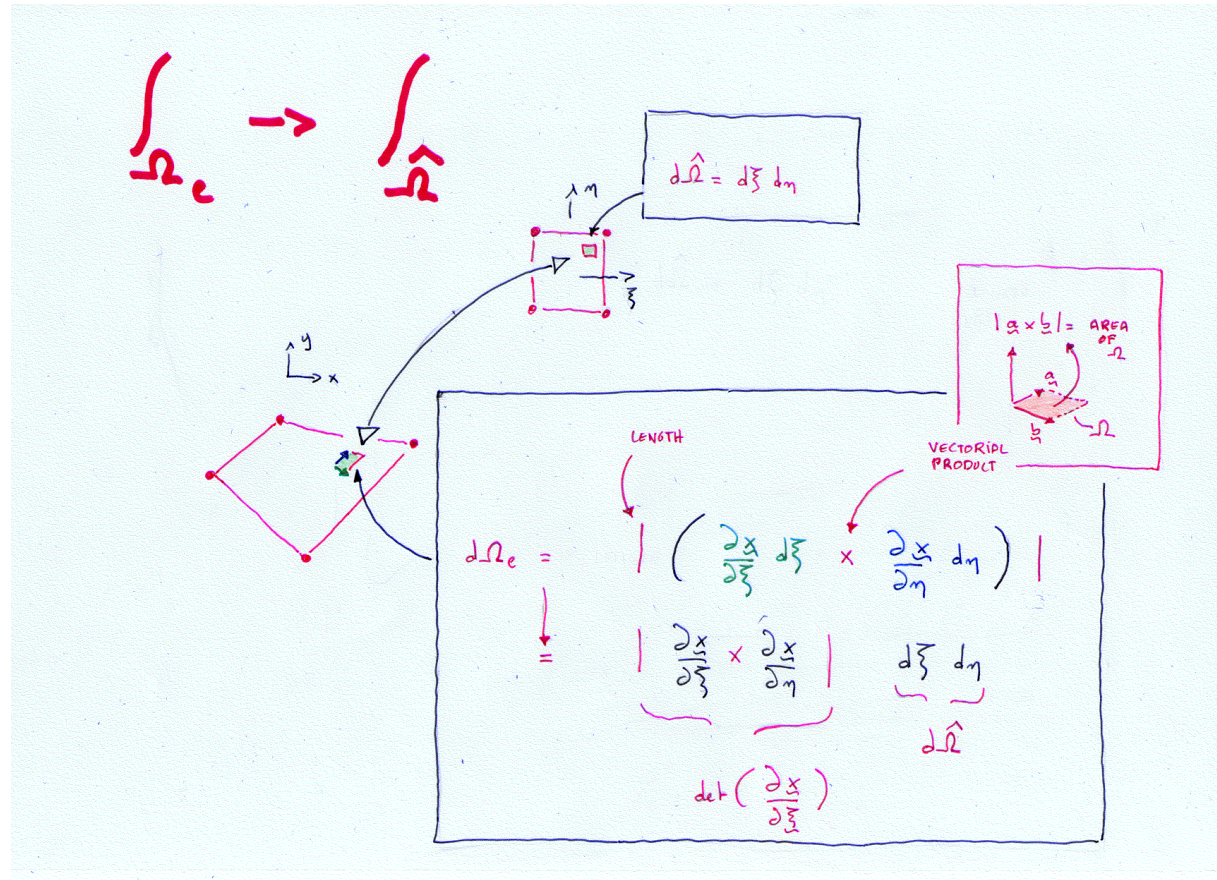
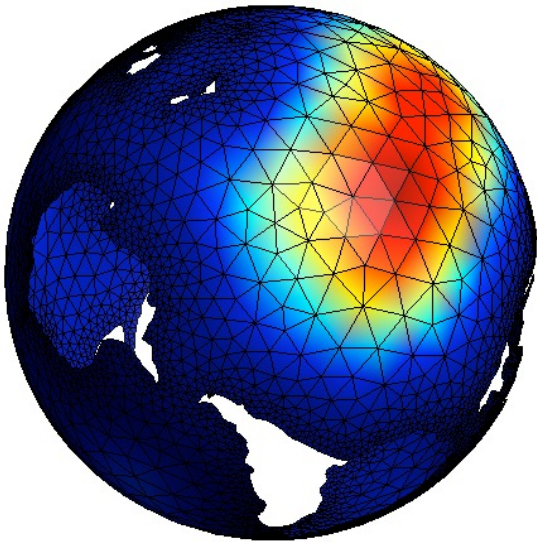


Application to Finite Elements

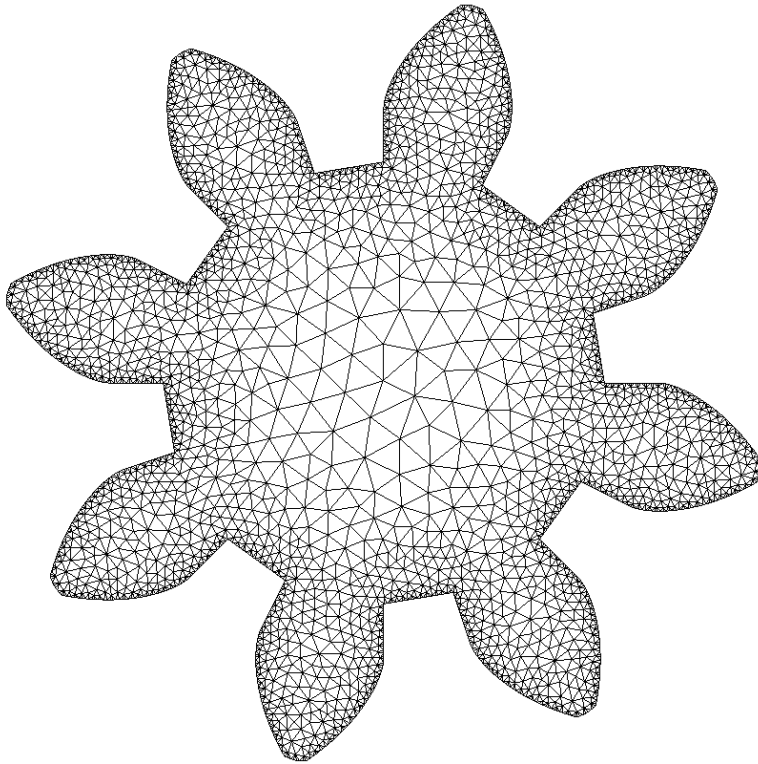
*Each triangle can be transformed in
the parent element through a linear
transformation.*



Intégrer sur un élément quelconque...



Définir un maillage

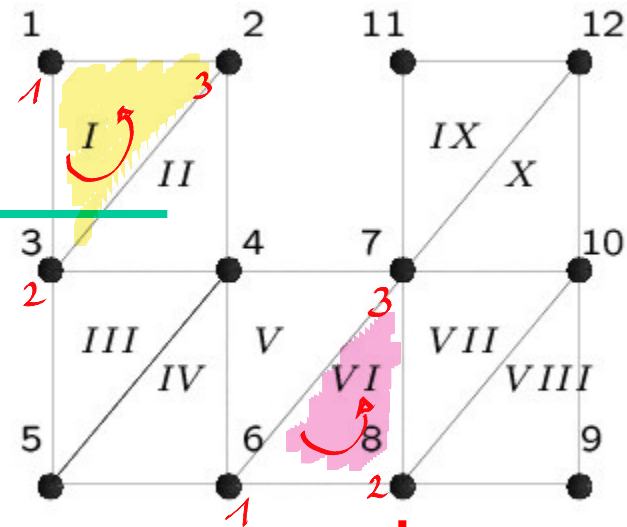


Coordonnées de noeuds
Tableau d'appartenance des triangles
Nombre de noeuds : nNode
Nombre de triangles : nElem

```
typedef struct  
{  
    int *elem;  
    double *X;  
    double *Y;  
    int nElem;  
    int nNode;  
} femMesh;
```

$$\bar{\Omega} = \bigcup_{e=1}^{N_1} \{\bar{\Omega}_e\}, \quad \Omega_e \cap \Omega_f = \emptyset, \quad \text{si } e \neq f.$$

Et concrètement c'est quoi un maillage ?



Triangle	Sommets		
1	1	3	2
2	3	4	2
3	5	4	3
4	5	6	4
5	6	7	4
6	6	8	7
7	8	10	7
8	8	9	10
9	7	12	11
10	10	12	7

Sommet	X_i	Y_i
1	0.0	2.0
2	1.0	2.0
3	0.0	1.0
4	1.0	1.0
5	0.0	0.0
6	1.0	0.0
7	2.0	1.0
8	2.0	0.0
9	3.0	0.0
10	3.0	1.0
11	2.0	2.0
12	3.0	2.0

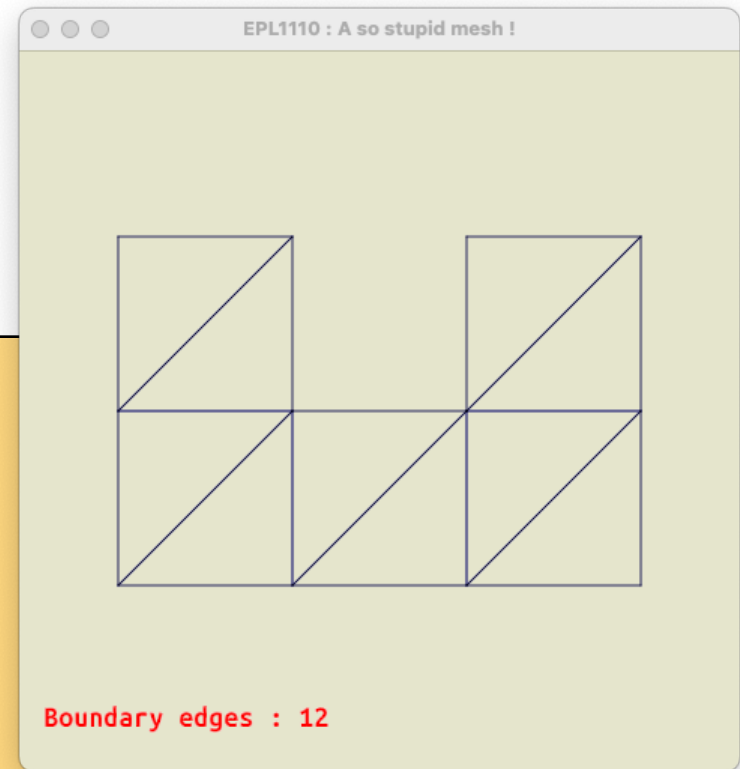
Et vraiment concrètement ?

Number of nodes 12

0 :	0.0000000e+00	2.0000000e+00
1 :	1.0000000e+00	2.0000000e+00
2 :	0.0000000e+00	1.0000000e+00
3 :	1.0000000e+00	1.0000000e+00
4 :	0.0000000e+00	0.0000000e+00
5 :	1.0000000e+00	0.0000000e+00
6 :	2.0000000e+00	1.0000000e+00
7 :	2.0000000e+00	0.0000000e+00
8 :	3.0000000e+00	0.0000000e+00
9 :	3.0000000e+00	1.0000000e+00
10 :	2.0000000e+00	2.0000000e+00
11 :	3.0000000e+00	2.0000000e+00

Number of triangles 10

0 :	0	2	1
1 :	2	3	1
2 :	4	3	2
3 :	4	5	3
4 :	5	6	3
5 :	5	7	6
6 :	7	9	6
7 :	7	8	9
8 :	6	11	10
9 :	9	11	6

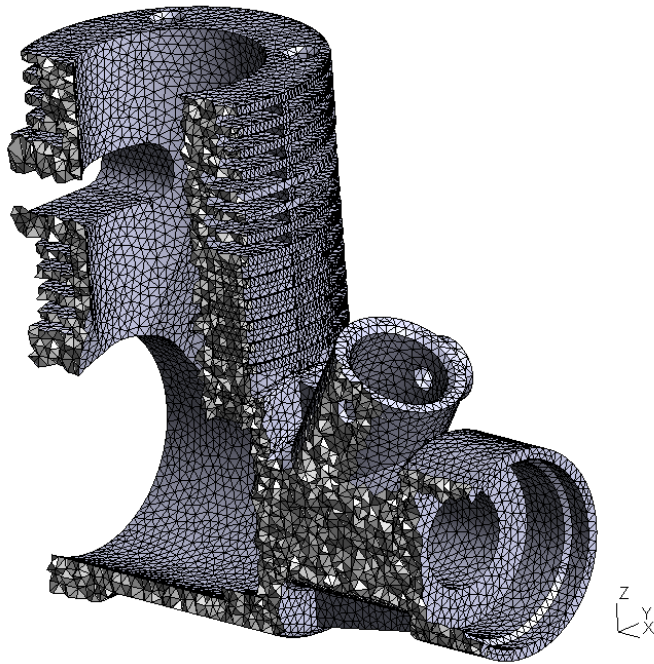


**Il existe des algorithmes pour générer
automatiquement les maillages.**

Voir cours de géométrie numérique MECA2170

<http://www.geuz.org/gmsh/>

Définir localement une fonction sur un maillage



Fonctions de base
spécifiées a priori

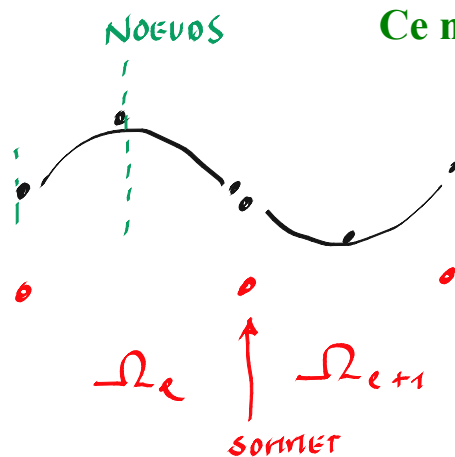
$$u(\mathbf{x}) \approx u^h(\mathbf{x}) = \sum_{j=1}^n U_j \tau_j(\mathbf{x})$$

Valeurs nodales inconnues

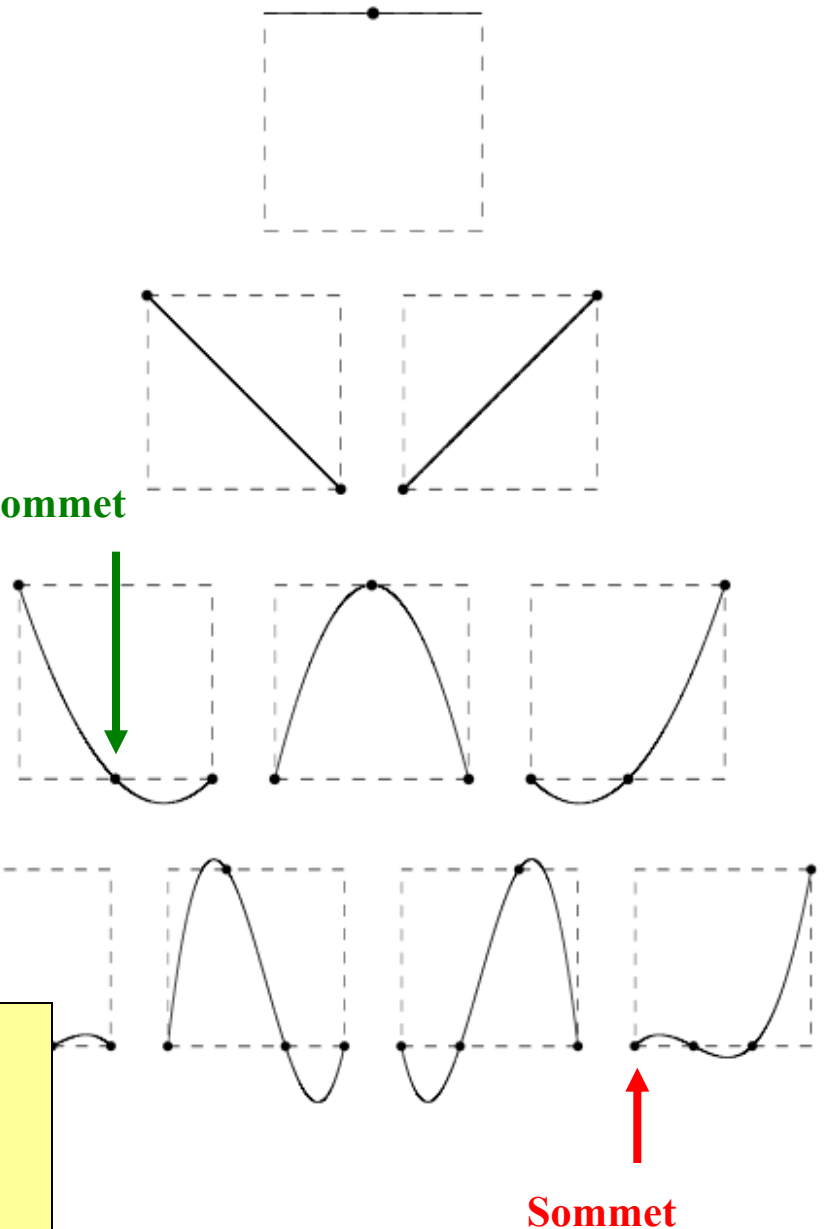
The problem geometry is divided in small finite elements.

On each element, the solution is approximated
by means of unknown nodal values and given polynomials

Fonctions de forme unidimensionnelles de Lagrange



Ce nœud n'est pas un sommet



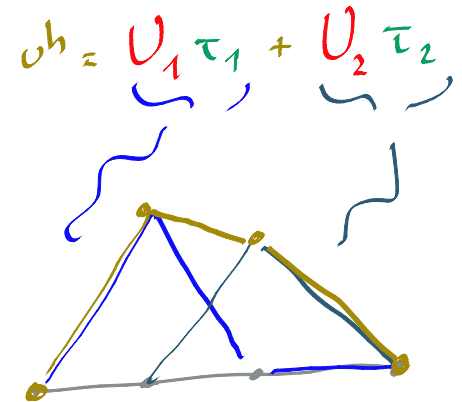
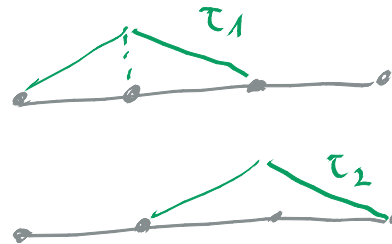
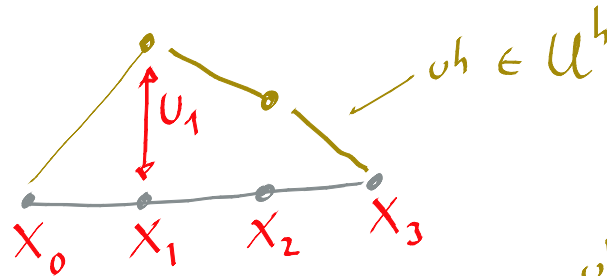
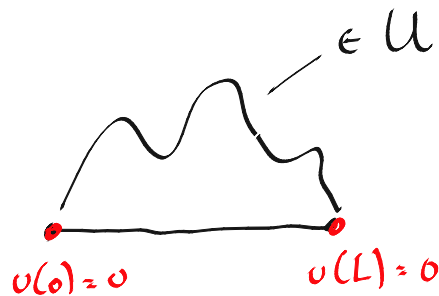
Nodes and other nodes :-)

Nodes of the meshes = vertices

Location of nodal values = nodes

For linear piecewise interpolation, all nodes are vertices

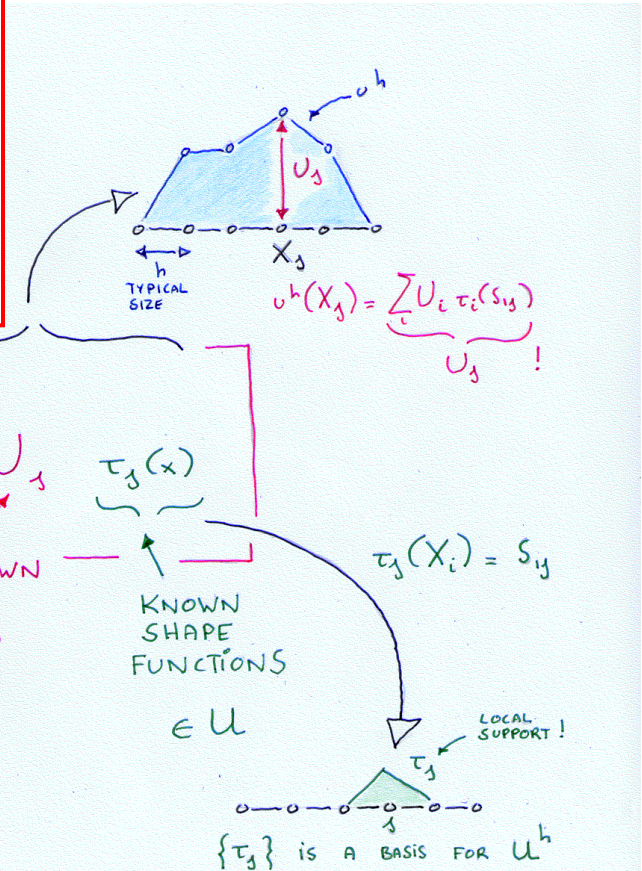
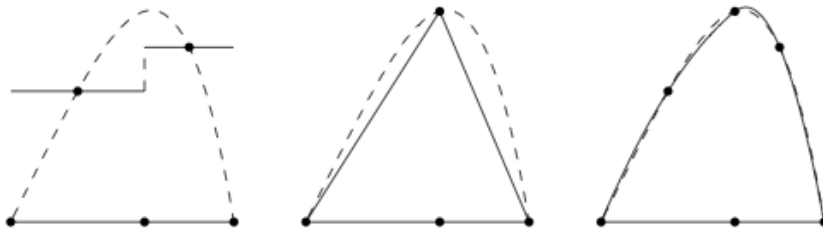
Interpolation linéaire par morceaux : so easy !



$$\tau_i(X_j) = \delta_{ij}$$

$$u_h(X_j) = \sum_i U_i \underbrace{\tau_i(X_j)}_{\delta_{ij}} = U_j$$

En une dimension...



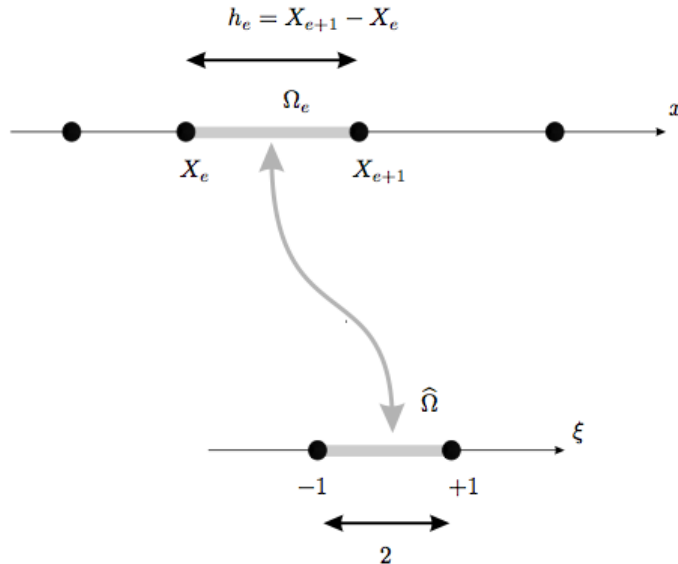
Un élément parent (template) pour définir les fonctions de forme

$$x(\xi) = X_e \phi_1(\xi) + X_{e+1} \phi_2(\xi)$$



$$\phi_1(\xi) = (1-\xi)/2$$

$$\phi_2(\xi) = (1+\xi)/2$$

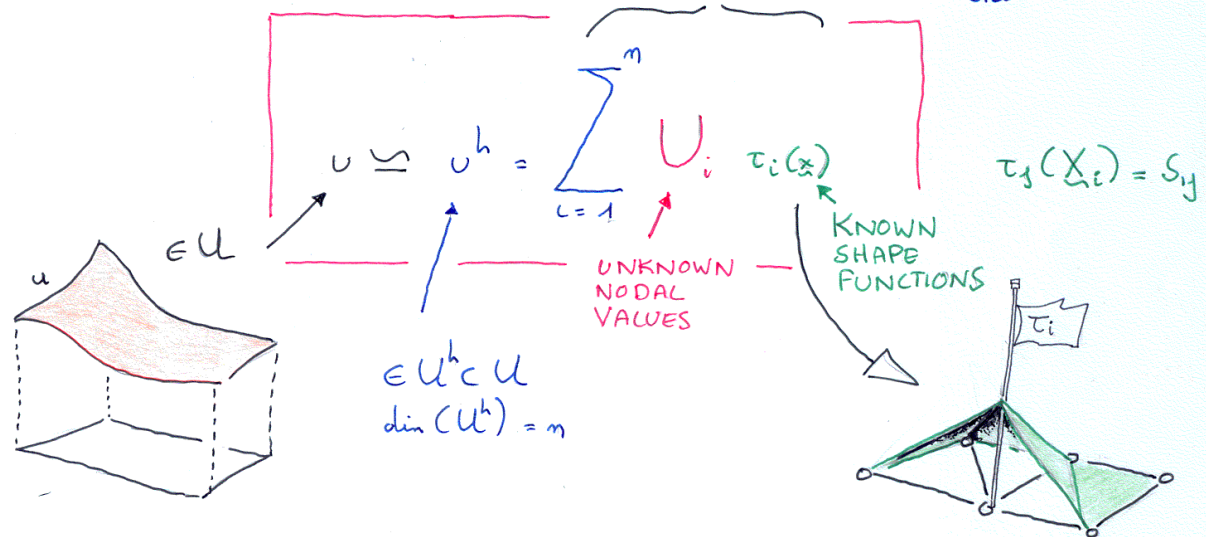
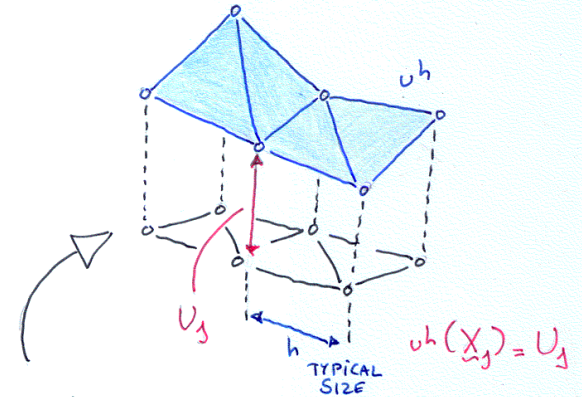
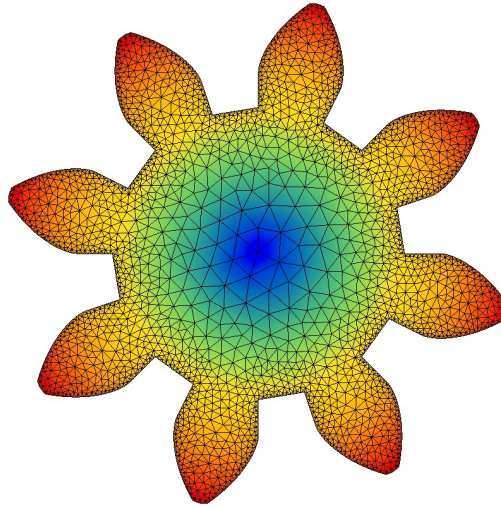


$$x(\xi) = \xi \frac{(X_{e+1} - X_e)}{2} + \frac{(X_{e+1} + X_e)}{2},$$

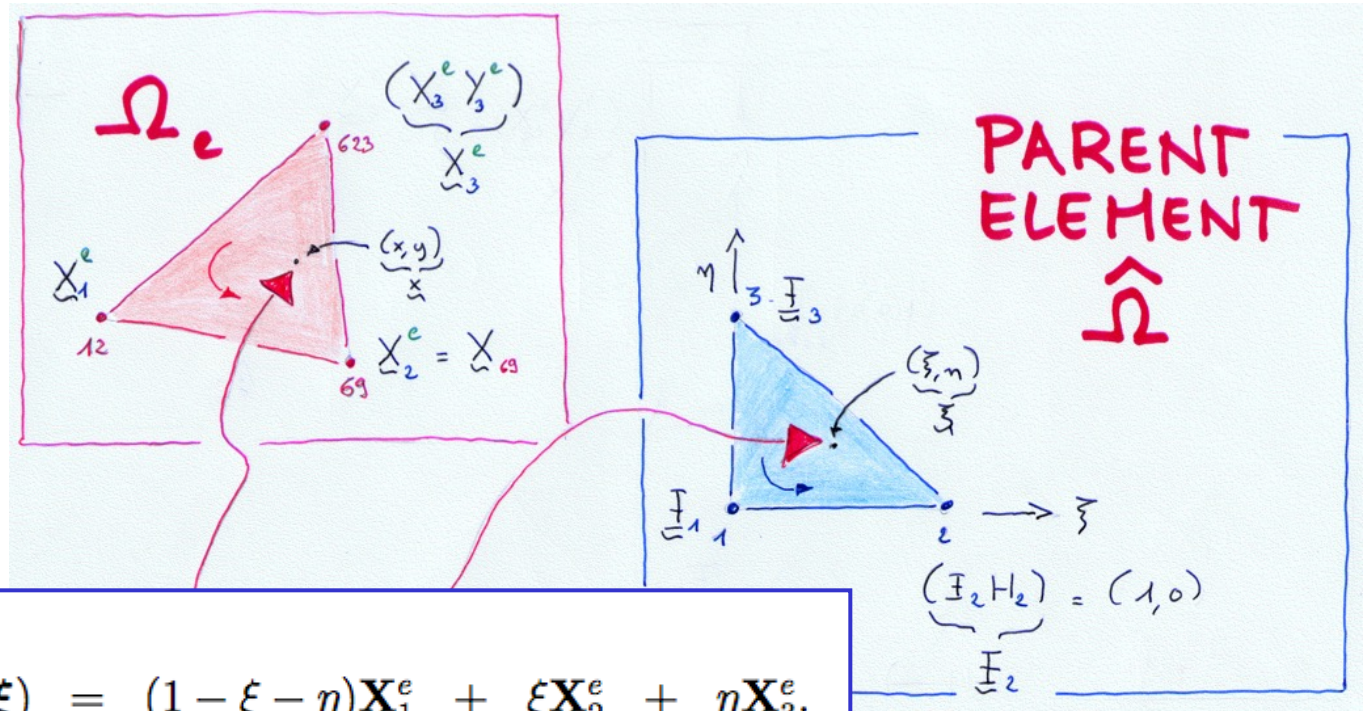
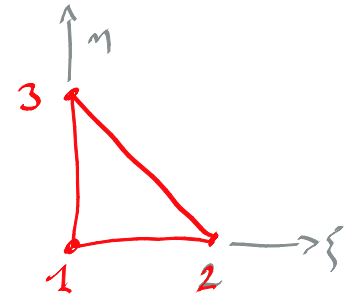
$$\xi(x) = \frac{2x - (X_{e+1} + X_e)}{(X_{e+1} - X_e)}.$$

**Isomorphisme linéaire entre l'élément parent
et tous les autres éléments...**

En deux dimensions



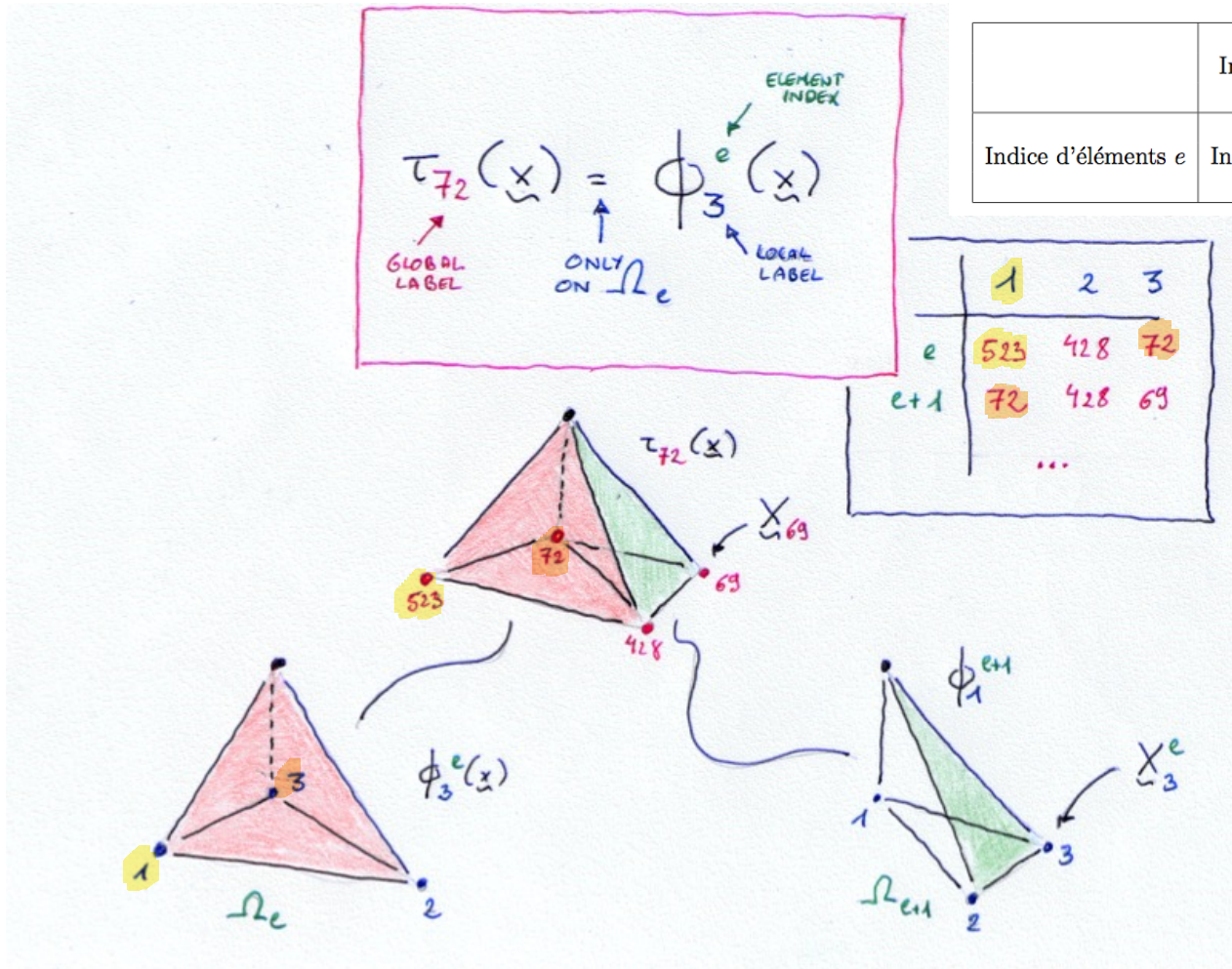
Un triangle parent pour définir toutes les fonctions de forme



$$\mathbf{x}(\xi) = \underbrace{(1 - \xi - \eta)}_{\text{weight}} \mathbf{X}_1^e + \underbrace{\xi}_{\text{weight}} \mathbf{X}_2^e + \underbrace{\eta}_{\text{weight}} \mathbf{X}_3^e.$$

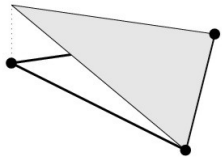
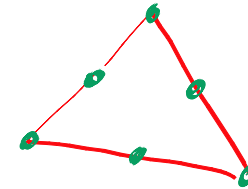
Isomorphisme linéaire entre le triangle parent
et tous les autres triangles...

Global shape functions...



... and
local
shape
functions

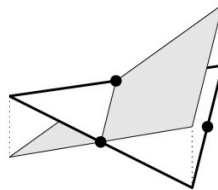
Fonctions de forme usuelles sur le triangle parent



$$\begin{aligned}\phi_1(\xi, \eta) &= (1 - \xi - \eta), \\ \phi_2(\xi, \eta) &= \xi, \\ \phi_3(\xi, \eta) &= \eta.\end{aligned}$$

Fonctions linéaire continue : P_1-C_0

$$\begin{aligned}\phi_1(\xi, \eta) &= 1 - 2\eta, \\ \phi_2(\xi, \eta) &= -1 + 2(\xi + \eta), \\ \phi_3(\xi, \eta) &= 1 - 2\xi.\end{aligned}$$



Fonctions linéaire non-conforme : P_1-C_1

$$\begin{aligned}\phi_1(\xi, \eta) &= 1 - 3(\xi + \eta) + 2(\xi + \eta)^2, \\ \phi_2(\xi, \eta) &= \xi(2\xi - 1), \\ \phi_3(\xi, \eta) &= \eta(2\eta - 1), \\ \phi_4(\xi, \eta) &= 4\xi(1 - \xi - \eta), \\ \phi_5(\xi, \eta) &= 4\xi\eta, \\ \phi_6(\xi, \eta) &= 4\eta(1 - \xi - \eta).\end{aligned}$$

Fonctions quadratique continue : P_2-C_0

Il s'agit de fonctions polynomiales définies sur chaque élément

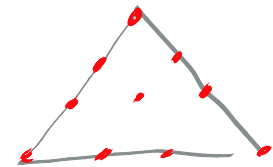
En fonction du choix des fonctions de base, le degré de continuité est différent...

En général, on essaie d'avoir le degré de continuité le plus élevé...

Quoique... on aura quelques surprises !

Le triangle semble optimal pour obtenir des approximations polynomiales complètes...

$P_3 - C_0$



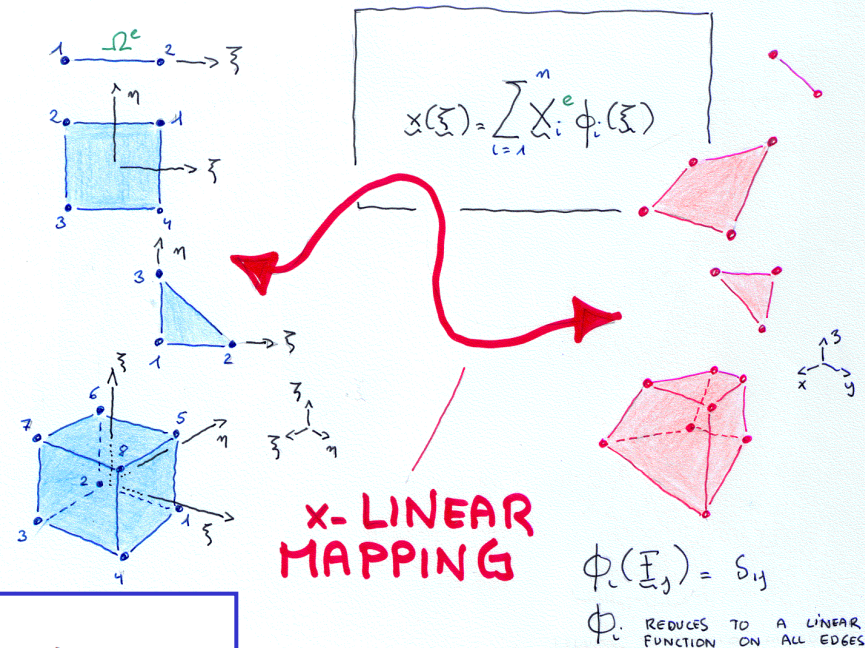
Triangle de Pascal

			1			0
		ξ		η		1
	ξ^2		$\xi\eta$		η^2	2
ξ^3		$\xi^2\eta$		$\xi\eta^2$		3

Une des caractéristiques des éléments triangulaires est la possibilité de construire un ensemble de fonctions de forme complètes sur le triangle parent avec un nombre optimal de degrés de liberté.

... et pourtant !

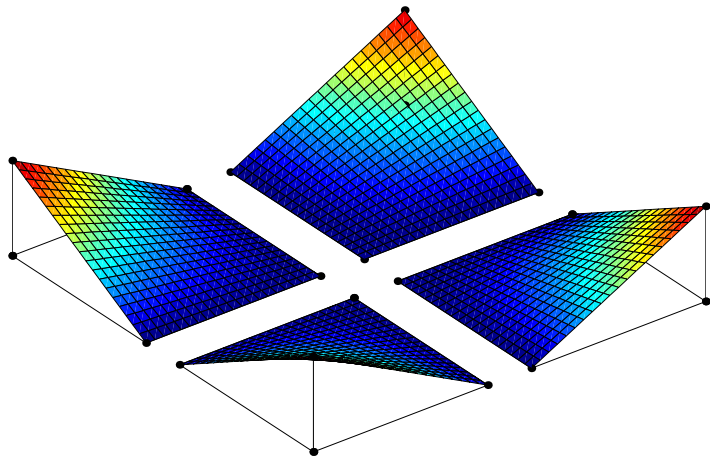
Et pourtant, on a aussi des maillages
de quadrilatères,
d'hexaèdres...



$$\begin{aligned} \mathbf{x}(\xi, \eta) = & \frac{(1+\xi)(1+\eta)}{4} \mathbf{X}_1^e + \frac{(1-\xi)(1+\eta)}{4} \mathbf{X}_2^e \\ & + \frac{(1-\xi)(1-\eta)}{4} \mathbf{X}_3^e + \frac{(1+\xi)(1-\eta)}{4} \mathbf{X}_4^e. \end{aligned}$$

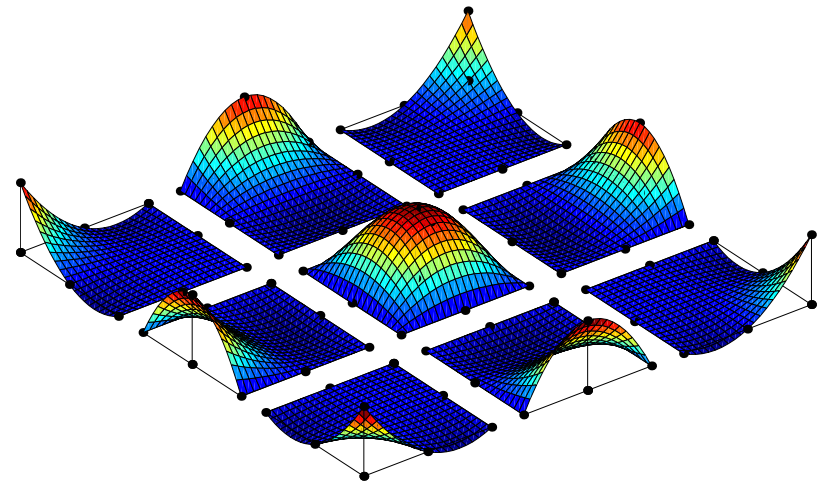
Isomorphisme bilinéaire (non linéaire donc !) entre le
carré parent et tous les autres quadrilatères

Eléments bilinéaires et biquadratiques



$$\begin{aligned}\phi_1(\xi, \eta) &= (1 + \xi)(1 + \eta)/4, \\ \phi_2(\xi, \eta) &= (1 - \xi)(1 + \eta)/4, \\ \phi_3(\xi, \eta) &= (1 - \xi)(1 - \eta)/4, \\ \phi_4(\xi, \eta) &= (1 + \xi)(1 - \eta)/4.\end{aligned}$$

Elément Q_1-C_0



$$\begin{aligned}\phi_1(\xi, \eta) &= \xi(1 + \xi)\eta(1 + \eta)/4, \\ \phi_2(\xi, \eta) &= -\xi(1 - \xi)\eta(1 + \eta)/4, \\ \phi_3(\xi, \eta) &= \xi(1 - \xi)\eta(1 - \eta)/4, \\ \phi_4(\xi, \eta) &= -\xi(1 + \xi)\eta(1 - \eta)/4, \\ \phi_5(\xi, \eta) &= (1 + \xi)(1 - \xi)\eta(1 + \eta)/2, \\ \phi_6(\xi, \eta) &= -\xi(1 - \xi)(1 - \eta)(1 + \eta)/2, \\ \phi_7(\xi, \eta) &= -(1 - \xi)(1 + \xi)\eta(1 - \eta)/2, \\ \phi_8(\xi, \eta) &= \xi(1 + \xi)(1 - \eta)(1 + \eta)/2, \\ \phi_9(\xi, \eta) &= (1 - \xi)(1 + \xi)(1 - \eta)(1 + \eta).\end{aligned}$$

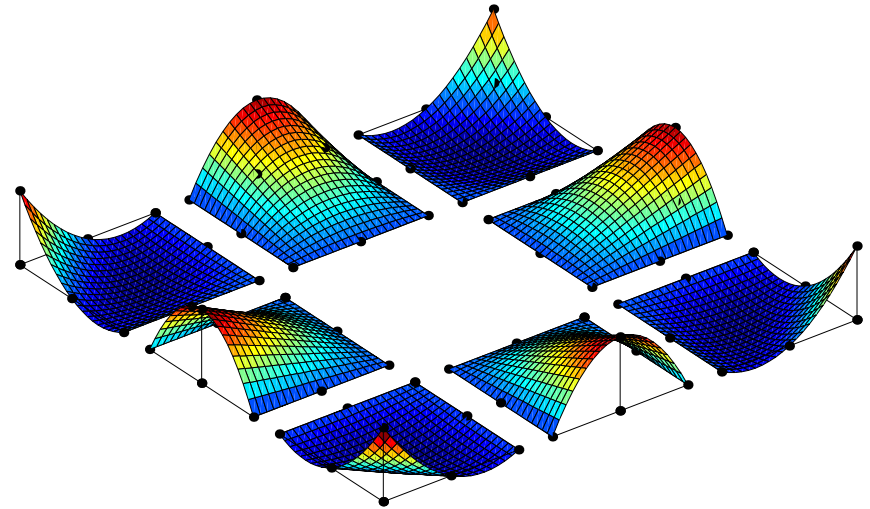
Elément Q_2-C_0

Elle sert à rien
la neuvième
fonction ?

	1		0
ξ		η	1
ξ^2	$\xi\eta$	η^2	2
$\xi^2\eta$	$\xi\eta^2$		3
$\xi^2\eta^2$			4

Lagrange

La neuvième fonction de Q_2-C_0
génère un terme d'ordre quatre
alors qu'on n'est même pas
complet à l'ordre 3 :-)



$$\begin{aligned}
 \phi_1(\xi, \eta) &= (1 + \xi)(1 + \eta)(\eta + \xi - 1)/4, \\
 \phi_2(\xi, \eta) &= (1 - \xi)(1 + \eta)(\eta - \xi - 1)/4, \\
 \phi_3(\xi, \eta) &= (1 - \xi)(1 - \eta)(-\eta - \xi - 1)/4, \\
 \phi_4(\xi, \eta) &= (1 + \xi)(1 - \eta)(-\eta + \xi - 1)/4, \\
 \phi_5(\xi, \eta) &= (1 - \xi)(1 + \xi)(1 + \eta)/2, \\
 \phi_6(\xi, \eta) &= (1 - \xi)(1 + \eta)(1 - \eta)/2, \\
 \phi_7(\xi, \eta) &= (1 + \xi)(1 - \xi)(1 - \eta)/2, \\
 \phi_8(\xi, \eta) &= (1 + \xi)(1 + \eta)(1 - \eta)/2.
 \end{aligned}$$

Élément de Serendip : S_2-C_0

L'erreur de Serendip !

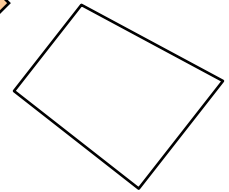
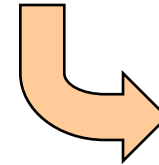
La démonstration du recteur :-)

L'élément de Serendip (8 nœuds) et celui de Lagrange (9 nœuds) sont complets à l'ordre deux sur le carré parent

$$a_1 + a_2\xi + a_3\eta + a_4\xi\eta + a_5\xi^2 + a_6\eta^2,$$



$$\begin{aligned} \mathbf{x}(\xi, \eta) = & \frac{(1+\xi)(1+\eta)}{4} \mathbf{X}_1^e + \frac{(1-\xi)(1+\eta)}{4} \mathbf{X}_2^e \\ & + \frac{(1-\xi)(1-\eta)}{4} \mathbf{X}_3^e + \frac{(1+\xi)(1-\eta)}{4} \mathbf{X}_4^e. \end{aligned}$$



$$b_1 + b_2x(\xi, \eta) + b_3y(\xi, \eta) + b_4x(\xi, \eta)y(\xi, \eta) + b_5x^2(\xi, \eta) + b_6y^2(\xi, \eta),$$

$$c_1 + c_2\xi + c_3\eta + c_4\xi\eta + c_5\xi^2 + c_6\eta^2 + c_7\xi\eta^2 + c_8\eta\xi^2 + c_9\eta^2\xi^2.$$

L'élément de Serendip (8 nœuds) **n'est pas complet** à l'ordre deux sur un quadrilatère quelconque.
L'élément de Lagrange (9 nœuds) est complet à l'ordre deux sur un quadrilatère quelconque.

Le C est un langage de bas niveau : les pointeurs ;-(

```
int main(void)
{
    int a = 4;
    printf(" ====   a === %d \n",a);
    printf(" ====   &a === %d \n",&a);
    int *b = &a; // &&a do not exist : why ?
    printf(" ====   &&a === %d \n",&b);
    exit(0);
}
```

Adresse de la case mémoire			
int	a	1606415436	4
*int	&a	1606415424	1606415436
**int	&&a	...	1606415424
Valeur			

L'utilisation des pointeurs permet d'écrire des codes très efficaces et rapides...
Par contre, programmer est une tâche plus délicate et fastidieuse.
Mais, la rapidité d'un code est critique pour la simulation numérique (et le jeux !) :
Le langage C (ou C++) est bon choix ici !

Le C est un langage de bas niveau les pointeurs ;-(

```
int a = 0;
int *b = &a;
b[0] = 4;
printf(" ====  *b  === %d \n", *b);
printf(" ==== b[0] === %d \n", b[0]);
printf(" ====   a  === %d \n", a);
printf(" ====   b  === %d \n", b);
```

```
int    a    *b    b[0]
*int   &a    b
```

Adresse de la
case mémoire

1606415436	4
1606415424	1606415436

L'utilisation des pointeurs permet d'écrire des codes très efficaces et rapides...
Par contre, programmer est une tâche plus délicate et fastidieuse.
Mais, la rapidité d'un code est critique pour la simulation numérique (et le jeux !) :
Le langage C (ou C++) est bon choix ici !

On peut écrire n'importe où dans
la mémoire de l'ordinateur !
Ouuuuuups : c'est pas joli

```
int a = 0;
int *b = &a;
b[0] = 4;
b[1] = 3;
printf("====  *b  === %d \n", *b);
printf("==== b[0] === %d \n", b[0]);
printf("==== b[1] === %d \n", b[1]);
printf("====  a  === %d \n", a);
printf("====  b  === %d \n", b);
printf("==== &b[0] == %d \n", &b[0]);
printf("==== &b[1] == %d \n", &b[1]);
```

```
int          b[1]
int    a    *b    b[0]
*int    &a    b
```

Adresse de la
case mémoire

b[1]	1606415440	3
b[0]	1606415436	4
	1606415424	1606415436

Et le pire, c'est que cela marche parfois...
Parfois pas : **Segmentation fault**