Séance 9

Equations des eaux peu profondes

$$\left\{\begin{array}{rcl}\dfrac{\partial \eta}{\partial t} + \dfrac{\partial}{\partial x}\Big(hu\Big) + \dfrac{\partial}{\partial y}\Big(hv\Big) & = & 0\\[2mm] \dfrac{\partial u}{\partial t} + \dfrac{\partial}{\partial x}\Big(g\eta\Big) & = & -\gamma u + fv + \dfrac{\tau}{\rho h}\\[2mm] \dfrac{\partial v}{\partial t} + \dfrac{\partial}{\partial y}\Big(g\eta\Big) & = & -\gamma v - fu\end{array}\right.$$

27 Pour modéliser notre tsunami en omettant le terme de Coriolis, nous considérons le modèle unidimensionnel :

$$\left\{\begin{array}{rcl}\dfrac{\partial \eta}{\partial t} + h\dfrac{\partial u}{\partial x} & = & 0\\[2mm] \dfrac{\partial u}{\partial t} + g\dfrac{\partial \eta}{\partial x} & = & \dfrac{\tau}{\rho h} - \gamma u\end{array}\right.$$

Donner les unités de τ et de γ.
Expliquer brièvement le sens physique de ces deux paramètres.

28 Fournir l'expression symbolique de la vitesse de propagation des vagues pour les équations ci-dessus. Ensuite, en estimant numériquement certains paramètres, donner une estimation de cette vitesse en km/h.

29 Nous allons maintenant ajouter le terme d'inertie à notre modèle : cela aura évidemment un impact sur la vitesse de propagation de l'onde qui propage à l'avant et à l'arrière de l'impact initial. La norme de deux vitesses ne sera plus identique !

$$\left\{\begin{array}{rcl}\dfrac{\partial \eta}{\partial t} + h\dfrac{\partial u}{\partial x} & = & 0\\[2mm] \dfrac{\partial u}{\partial t} + u\dfrac{\partial u}{\partial x} + g\dfrac{\partial \eta}{\partial x} & = & \dfrac{\tau}{\rho h} - \gamma u\end{array}\right.$$

Calculer les deux vitesses de propagation en calculant les valeurs propres de la matrice du système différentiel.