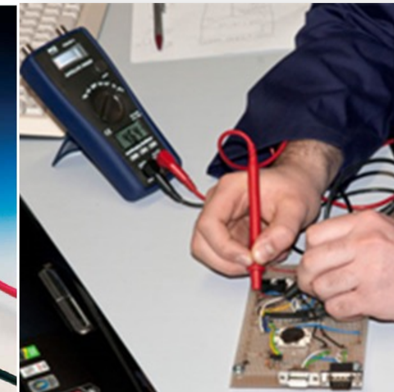
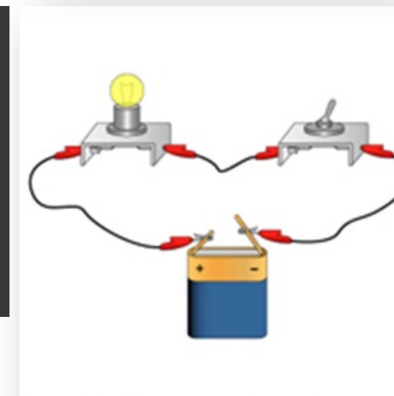
UCLouvain
École polytechnique de Louvain



LEPL1201
Cours 12 : Circuits en courant continu et circuits RC



Enseignant: **L. Francis**

Année académique 2023-2024

Agenda LEPL1201

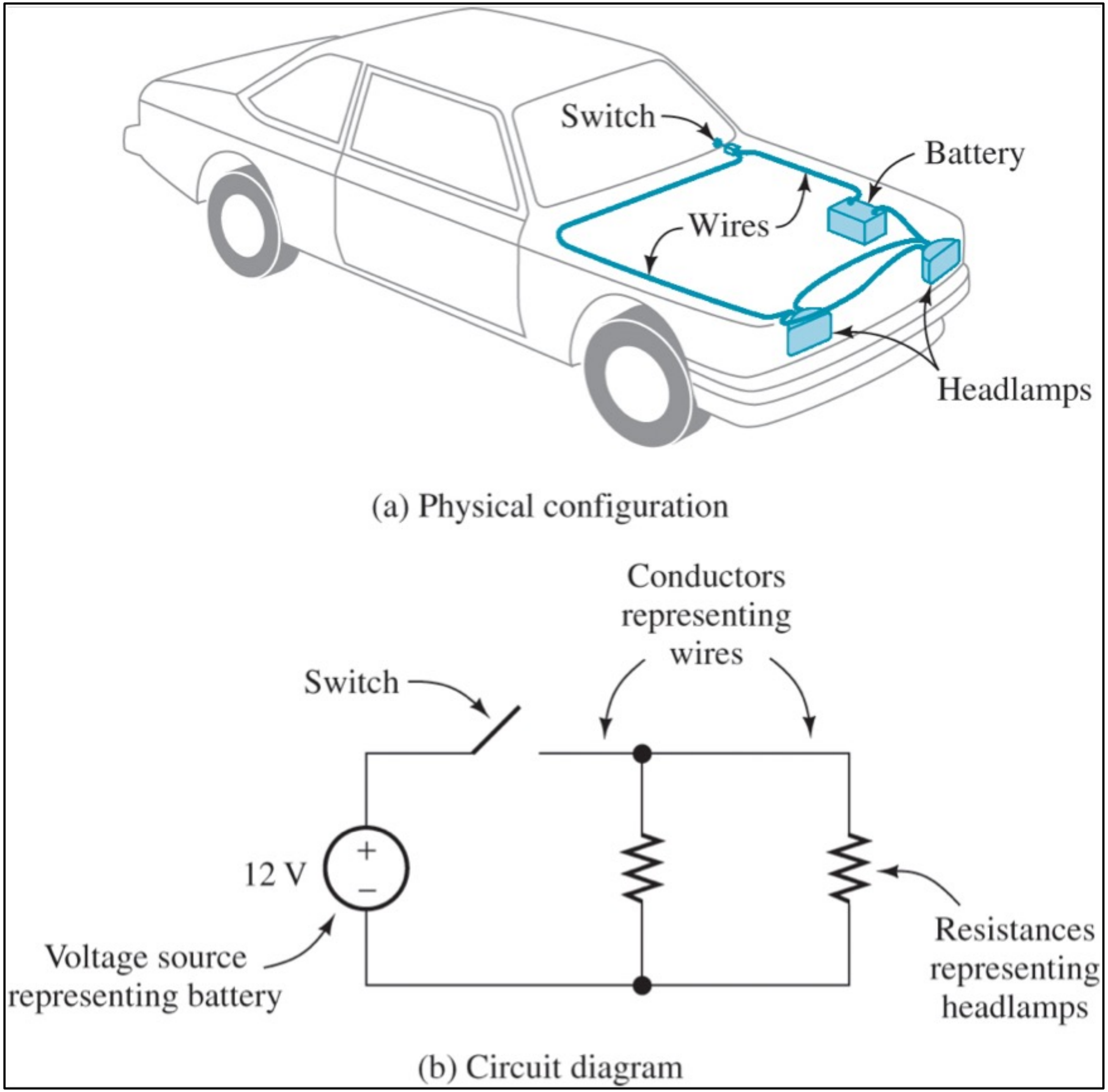
S2	Marddi 26/9	**Cours 1** : **Unités, vecteurs, cinématique** + APP le jeudi
S3	Mardi 3/10	**Cours 2** : **Lois de Newton et gravité** (I) + APP le jeudi
S4	Mardi 10/10	**Cours 3** : **Force de Coulomb** + APP le jeudi
S5	Mardi 17/10	**Cours 4** : **Loi de Gauss** + APP le jeudi
S6	Mardi 24/10	**Cours 5** : **Forces de frottement** (and co) + APP le jeudi
S7	Lundi 30/10	**Cours 6 : Travail, énergie, puissance** + APP le jeudi + **Devoir Python**
S8	Mardi 7/11	**Cours 7** : **Potentiel électrique et moments** + APP le jeudi
S9	Mardi 14/11	**Cours 8** : **Capacités et diélectriques** + APP le jeudi + **LABO 1**
S10	Mardi 21/11	**Cours 9** : **Mouvements circulaires** + APP le jeudi
S11	Mardi 28/10	**Cours 10** : **Mécanique des corps rigides** + APP le jeudi
S12	Mardi 5/12	**Cours 11** : **Courant électrique et résistance** + APP le jeudi
S13	Mardi 12/12	**Cours 12** : **Circuit RC** + APP le jeudi + **LABO 2**
S14		**---**

Agenda Cours 12

1. **Association de résistances et circuits diviseurs**
2. **Circuits équivalents de Thévenin et de Norton**
3. **Lois de Kirchhoff**
4. **Résoudre des circuits complexes**
5. **Circuits RC**
6. **Instruments de mesure**

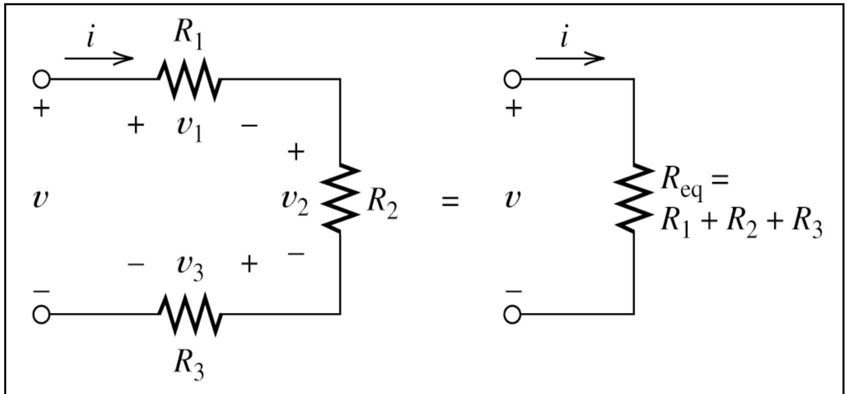
Agenda Cours 12

1. Association de résistances et circuits diviseurs
2. Circuits équivalents de Thévenin et de Norton
3. Lois de Kirchhoff
4. Résoudre des circuits complexes
5. Circuits RC
6. Instruments de mesure



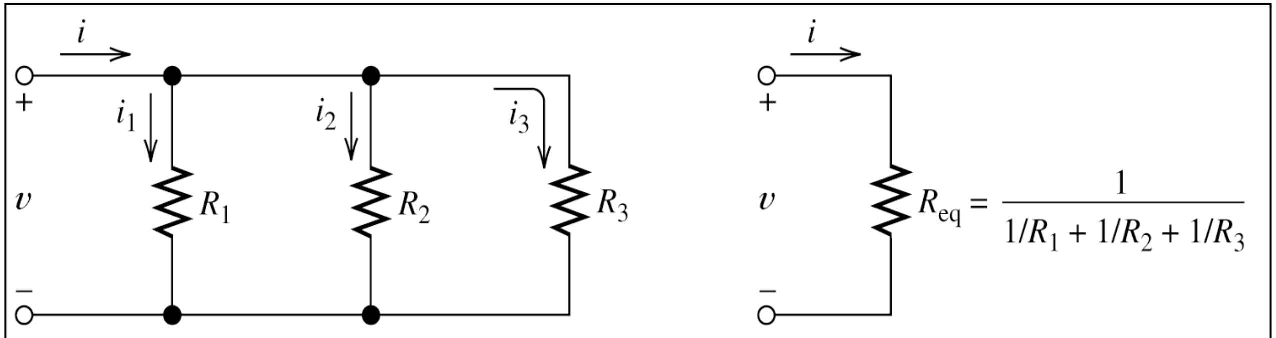
Switch
Battery
Wires
Headlamps
(a) Physical configuration
Conductors
representing
wires
Switch
12 V
+
−
Voltage source
representing battery
Resistances
representing
headlamps
(b) Circuit diagram

Résistances en série et en parallèle



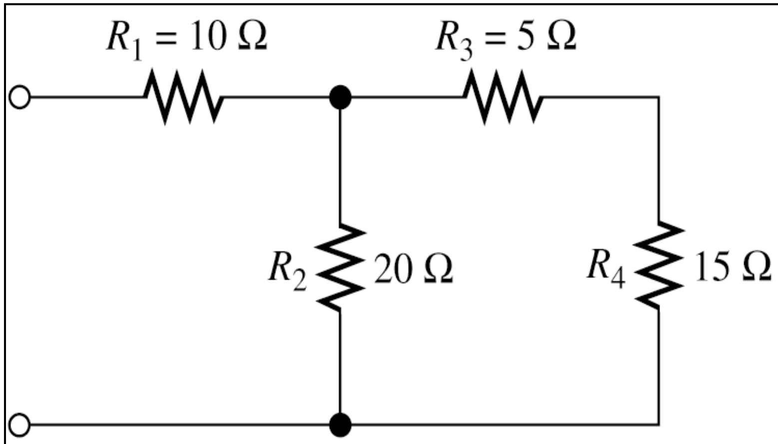
(a) Three resistances in series

(b) Equivalent resistance

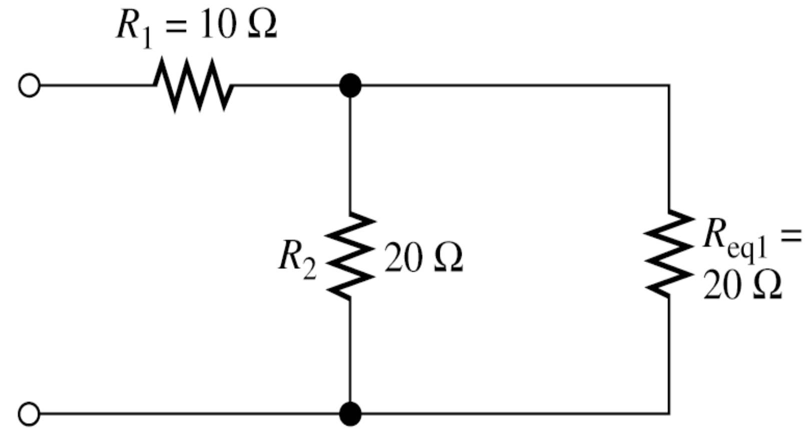


(a) Three resistances in parallel

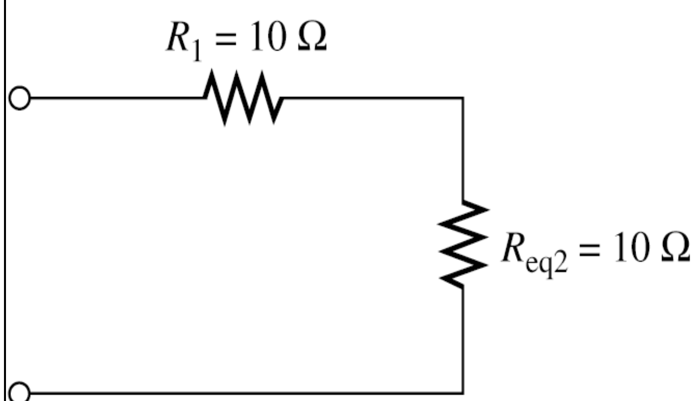
(b) Equivalent resistance



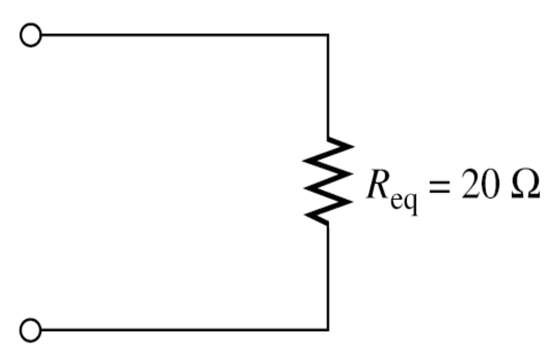
(a) Original network



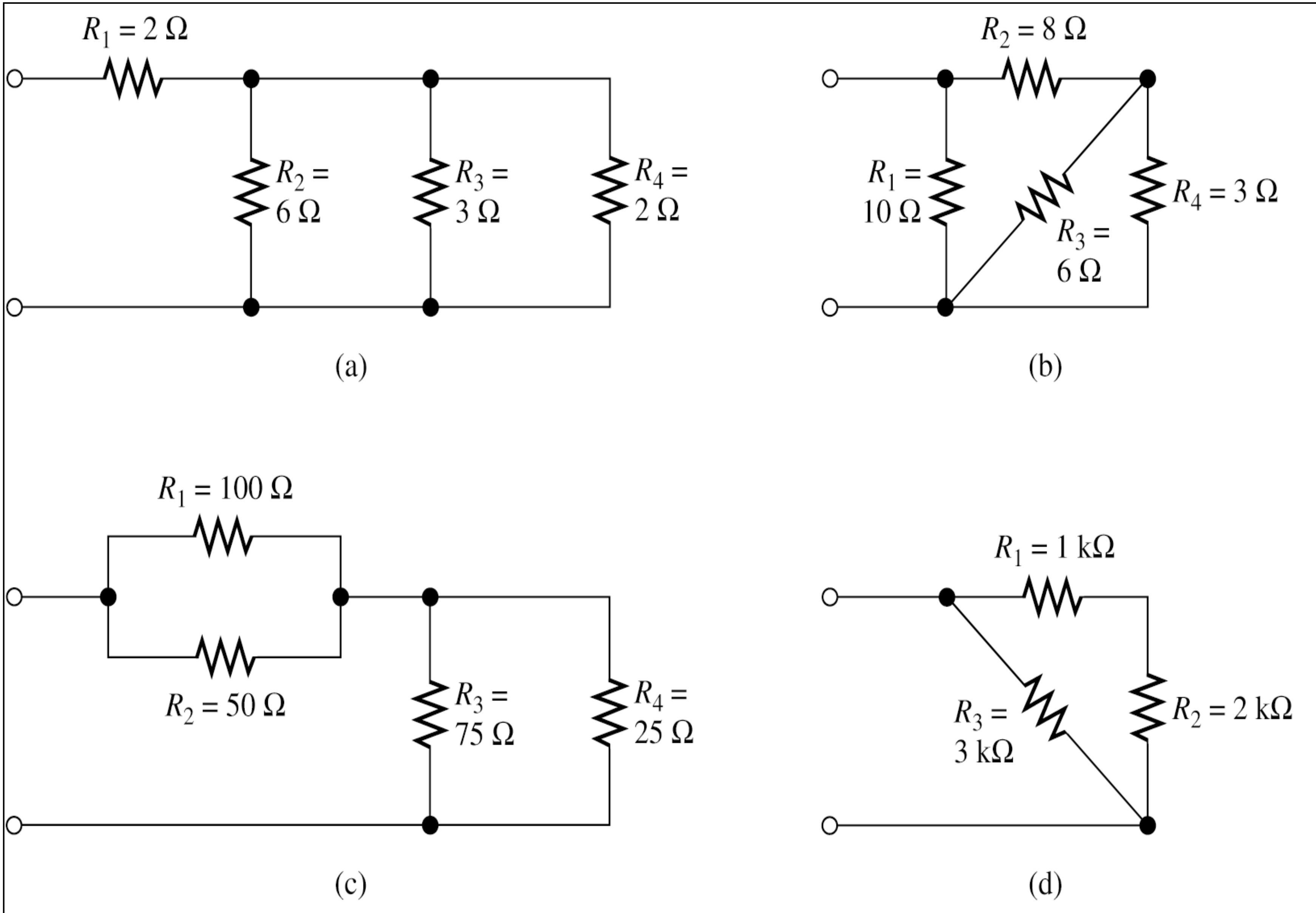
(b) Network after replacing R_3 and R_4 by their equivalent resistance



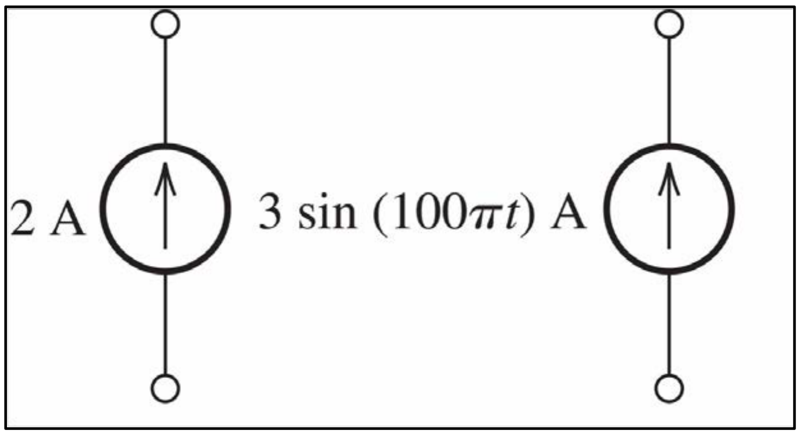
(c) Network after replacing R_2 and R_{eq1} by their equivalent

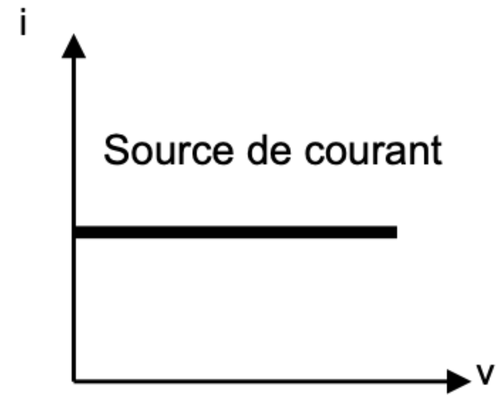


(d) Combining R_1 and R_{eq2} in series yields the equivalent resistance of the entire network


$R_1 = 2\ \Omega$
$R_2 = 6\ \Omega$
$R_3 = 3\ \Omega$
$R_4 = 2\ \Omega$
(a)
$R_2 = 8\ \Omega$
$R_1 = 10\ \Omega$
$R_3 = 6\ \Omega$
$R_4 = 3\ \Omega$
(b)
$R_1 = 100\ \Omega$
$R_2 = 50\ \Omega$
$R_3 = 75\ \Omega$
$R_4 = 25\ \Omega$
(c)
$R_1 = 1\ k\Omega$
$R_3 = 3\ k\Omega$
$R_2 = 2\ k\Omega$
(d)

Source (idéale) de courant

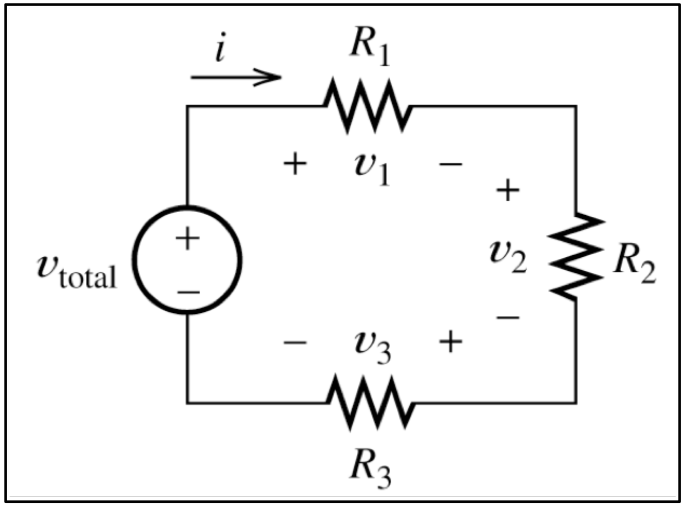


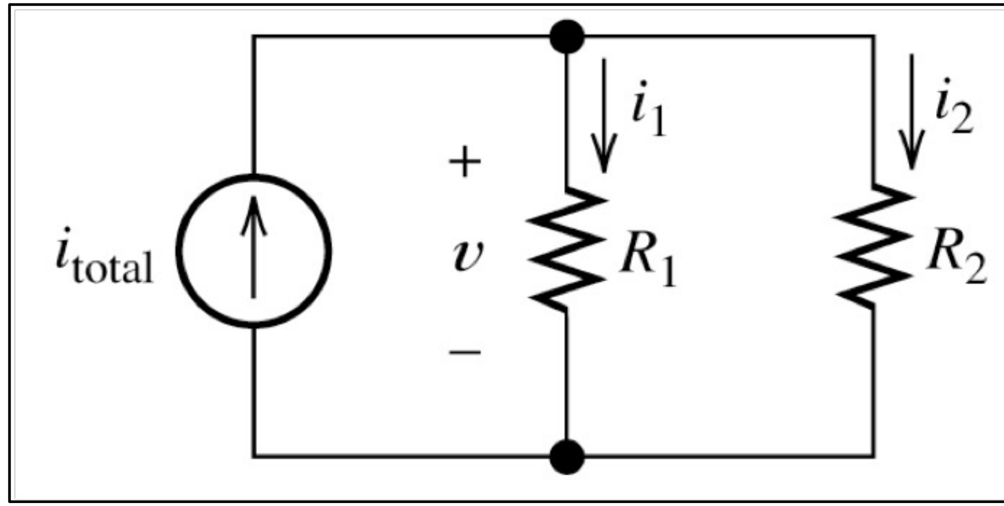


C'est un modèle !

Fourni un **courant constant** quel que soit la tension à ses bornes

Circuits résistifs diviseurs





Diviseur de **tension** :

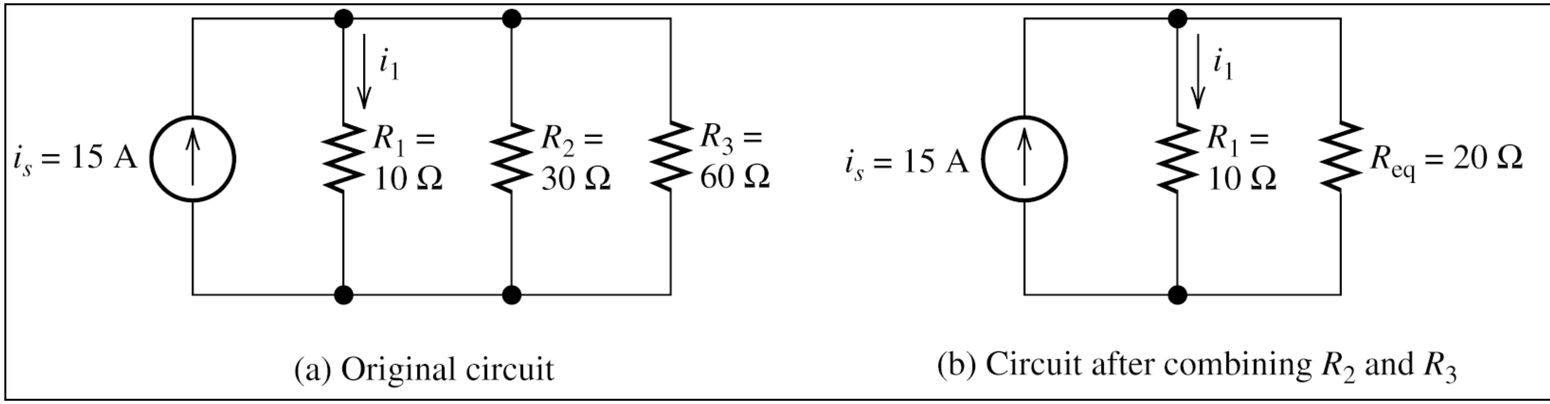
$$v_{total} = (R_1 + R_2 + R_3)i$$

$$v_2 = R_2 i = \frac{R_2}{R_1 + R_2 + R_3} v_{total}$$

Diviseur de **courant** : $v = R_1 i_1 = R_2 i_2$

$$i_{total} = i_1 + i_2 = i_1 + \frac{R_1}{R_2} i_1$$

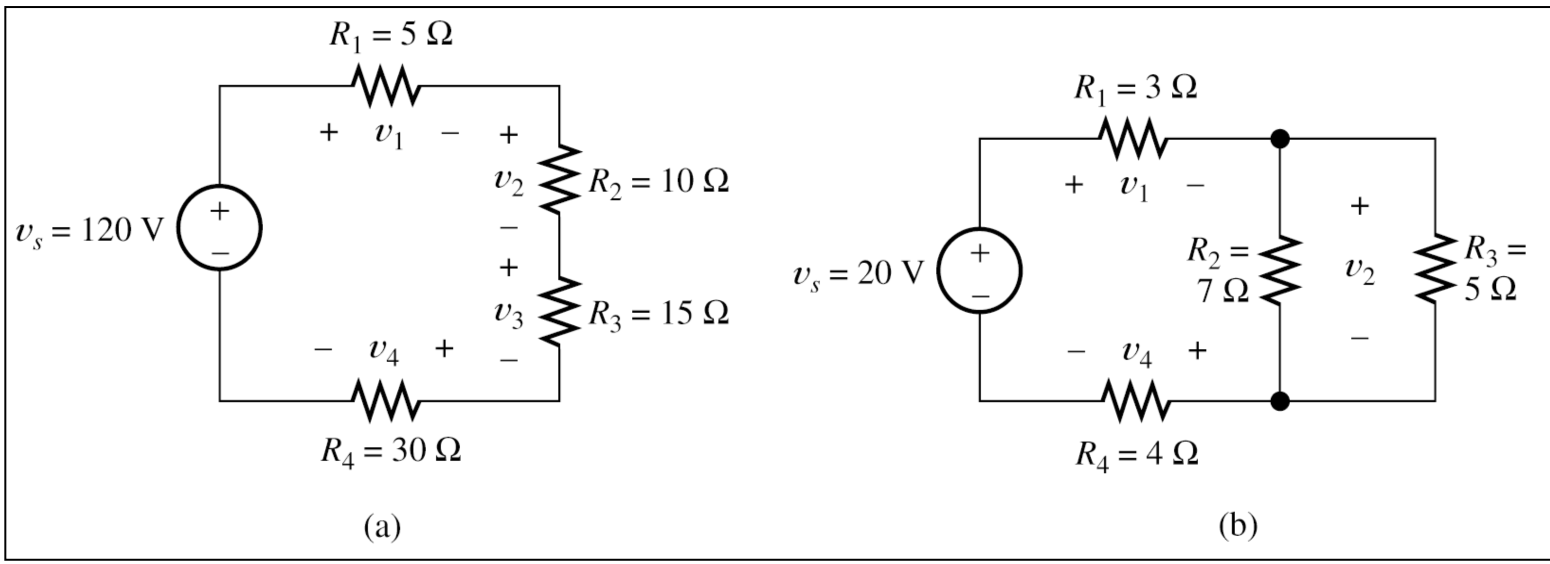
$$i_1 = \frac{R_2}{R_1 + R_2} i_{total}$$



(a) Original circuit

(b) Circuit after combining R_2 and R_3

i1 = 15 x (20 / (10+20)) = 10 A



(a)

(b)

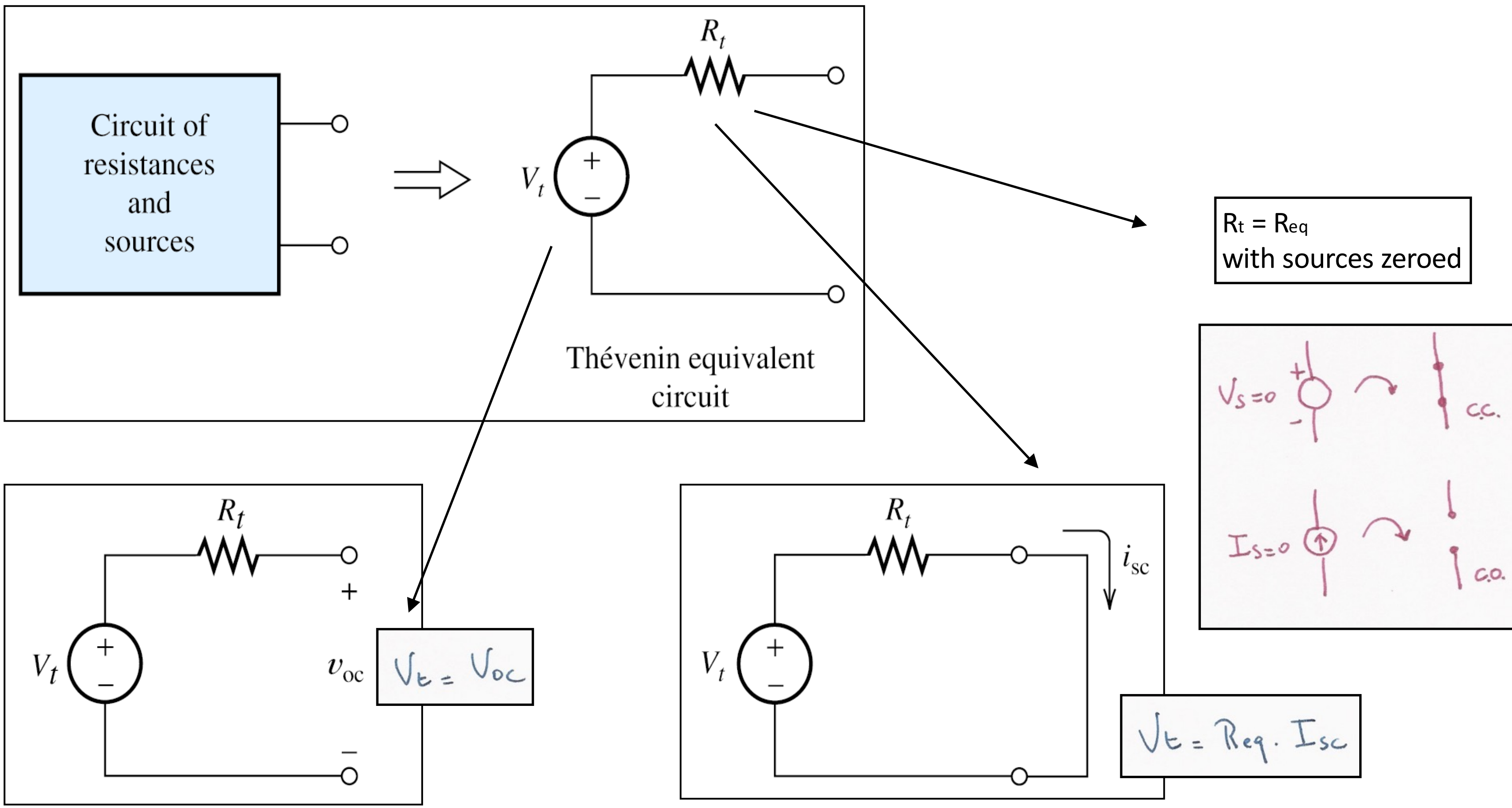
2.a) v1 = 10 V, v2 = 20 V, v3 = 30 V, v4 = 60 V

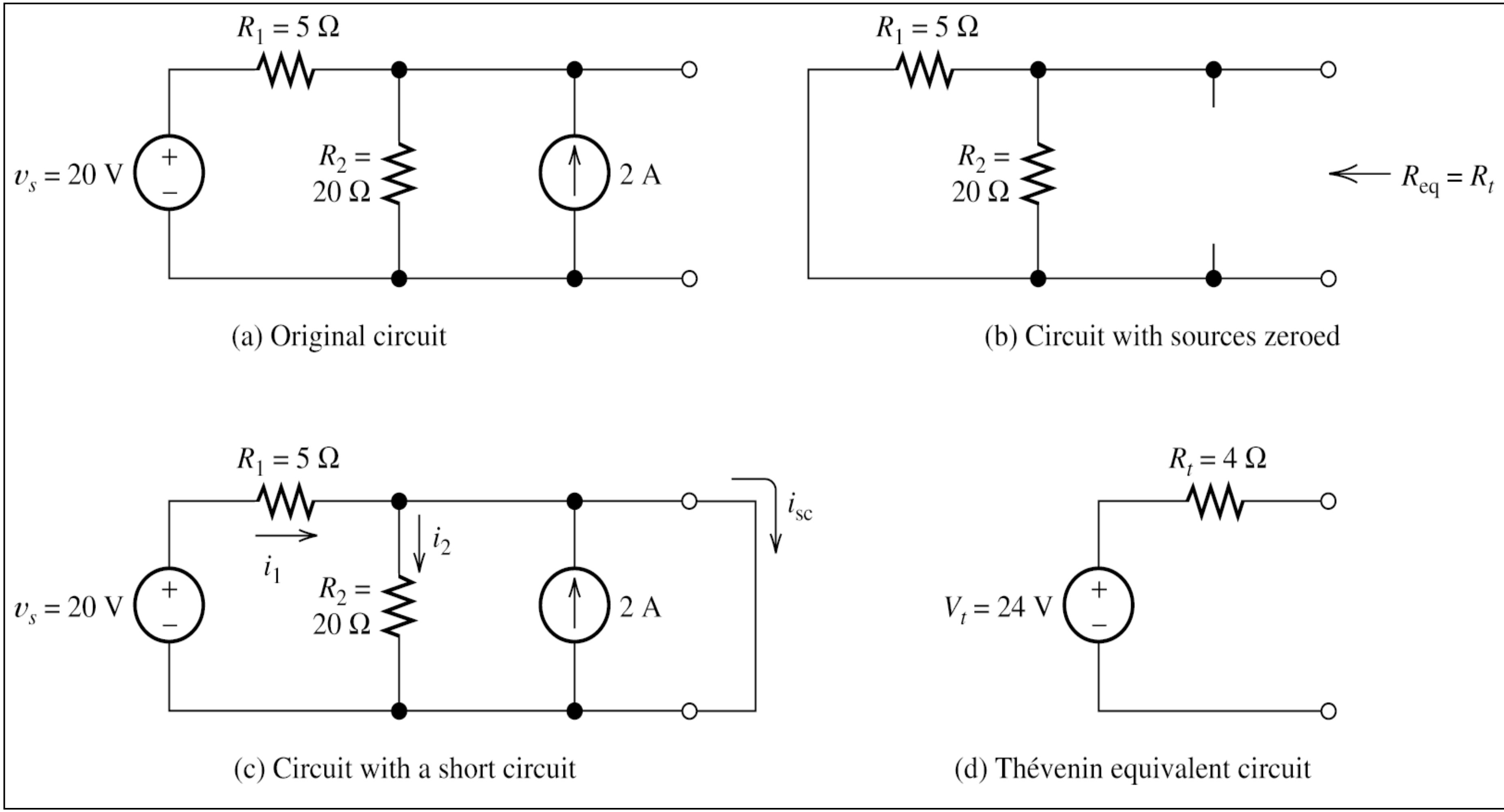
2.b) v1 = 6,05 V, v2 = 5,88 V, v4 = 8,07 V

Agenda Cours 12

1. Association de résistances et circuits diviseurs
2. Circuits équivalents de Thévenin et de Norton
3. Lois de Kirchhoff
4. Résoudre des circuits complexes
5. Circuits RC
6. Instruments de mesure

Circuits équivalents : modèle de Thévenin





(a) Original circuit

(b) Circuit with sources zeroed

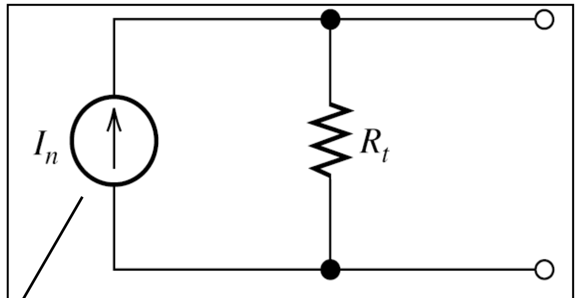
(c) Circuit with a short circuit

(d) Thévenin equivalent circuit

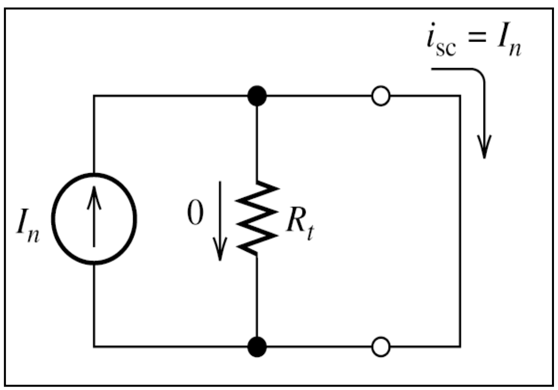
i_{sc} = 2 [A] + 20/5 [A] = 6 A

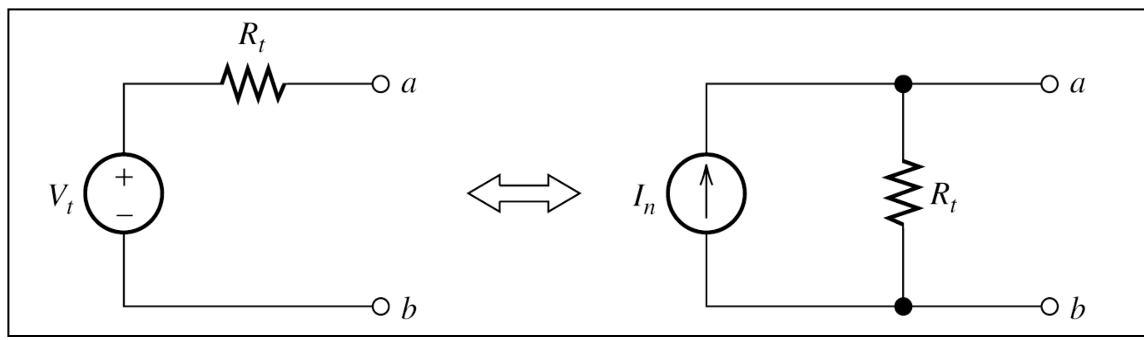
V_t = 4 [V] x 6 [V] = 24 V

Circuits équivalents : modèle de Norton



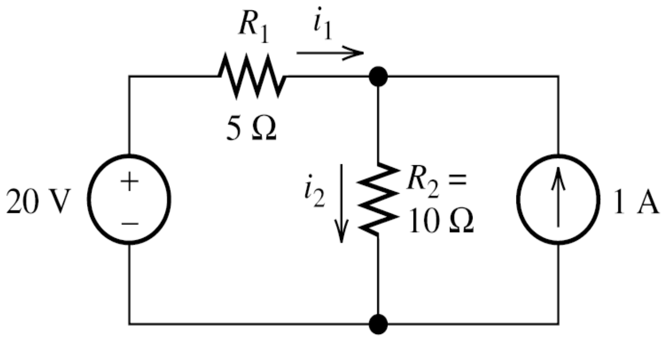
$$V_t = V_{oc}$$
$$I_n = I_{sc}$$
$$V_t = R_{eq} I_n$$



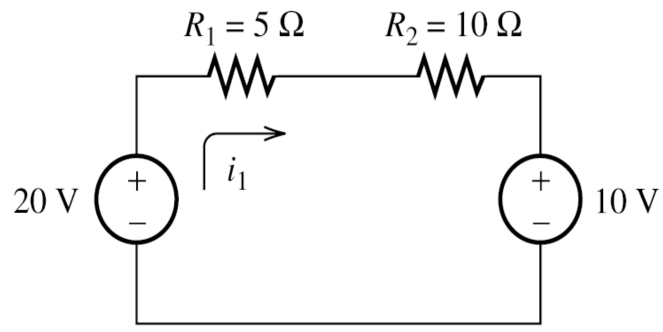


Thévenin et Norton sont interchangeables !

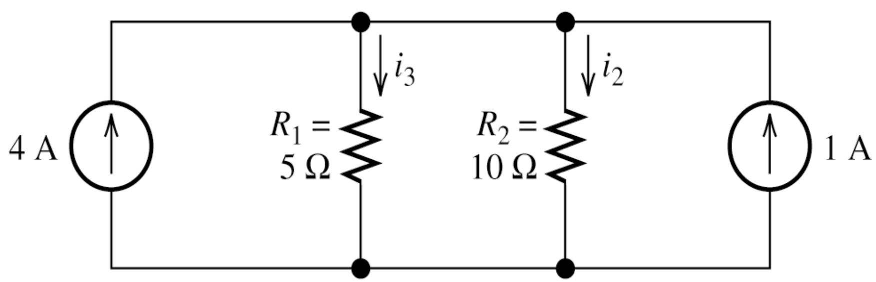
- mêmes résistances
- $V_t = R_t I_n$



(a) Original circuit

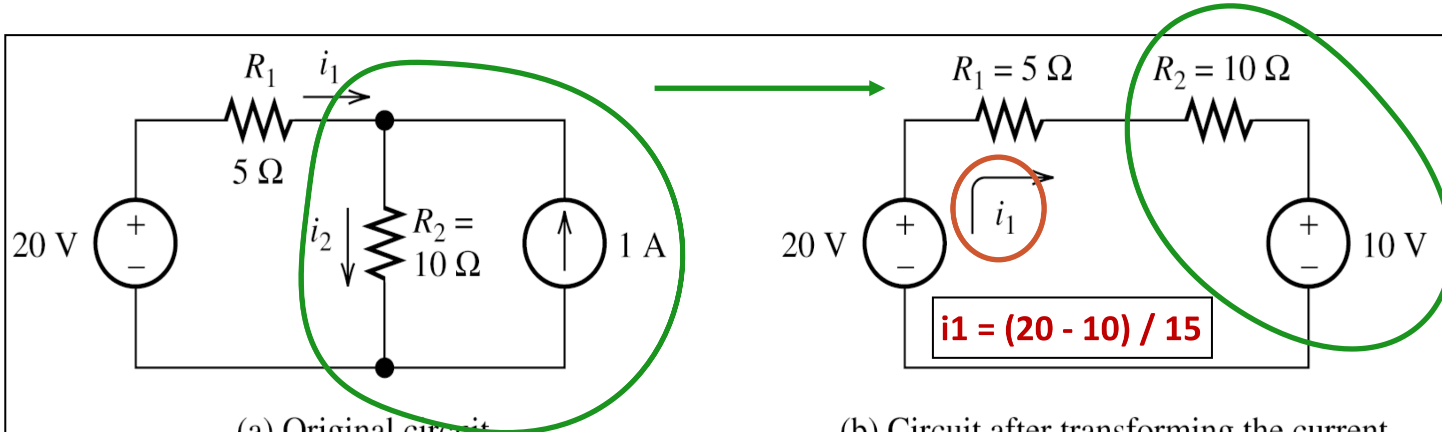


(b) Circuit after transforming the current source into a voltage source



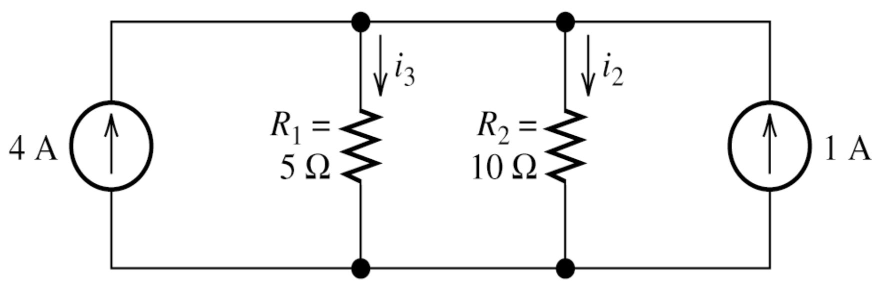
(c) Circuit after transforming the voltage source into a current source

Transformation Norton → Thévenin



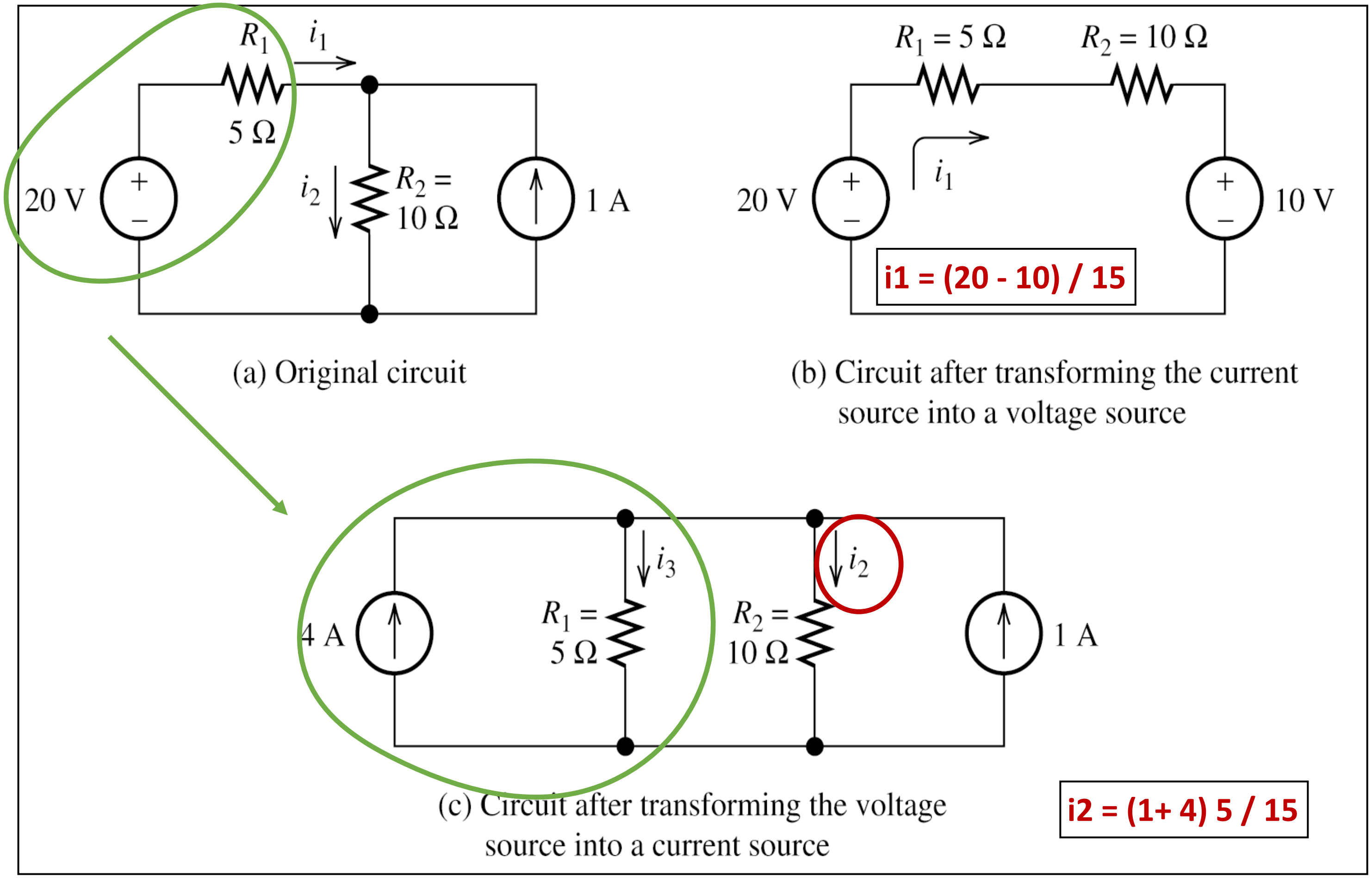
(a) Original circuit

(b) Circuit after transforming the current source into a voltage source



(c) Circuit after transforming the voltage source into a current source

Transformation Thévenin → Norton

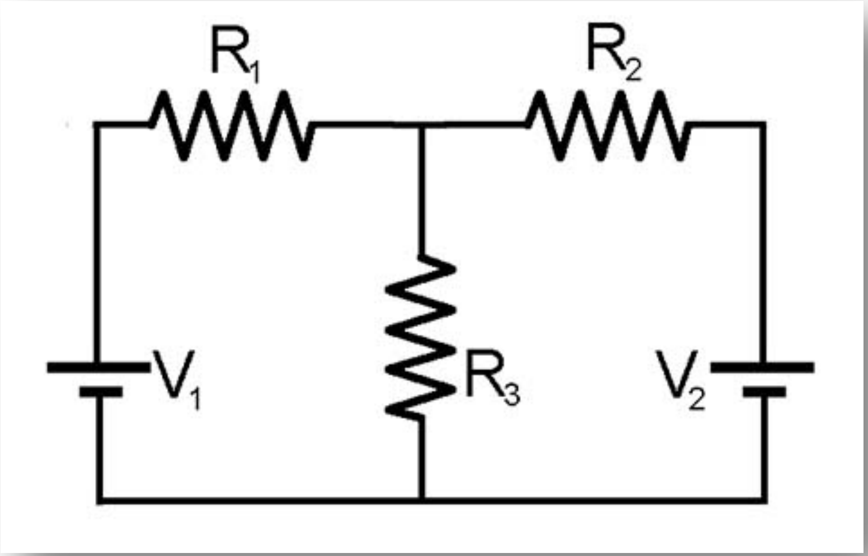


Agenda Cours 12

1. Association de résistances et circuits diviseurs
2. Circuits équivalents de Thévenin et de Norton
3. Lois de Kirchhoff
4. Résoudre des circuits complexes
5. Circuits RC
6. Instruments de mesure

Lois de Kirchhoff

Permet la résolution de circuits complexes

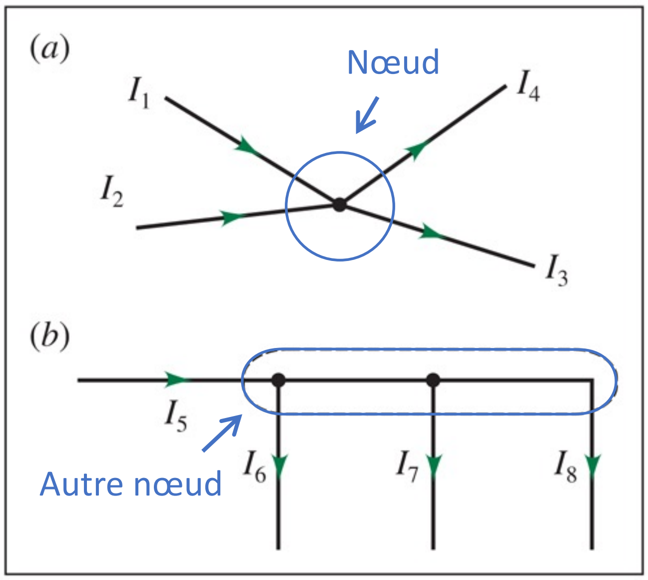


Loi des nœuds ou loi des courants
(Kirchhoff Current Law = KCL)

Loi des mailles ou loi des tensions
(Kirchhoff Voltage Law = KVL)

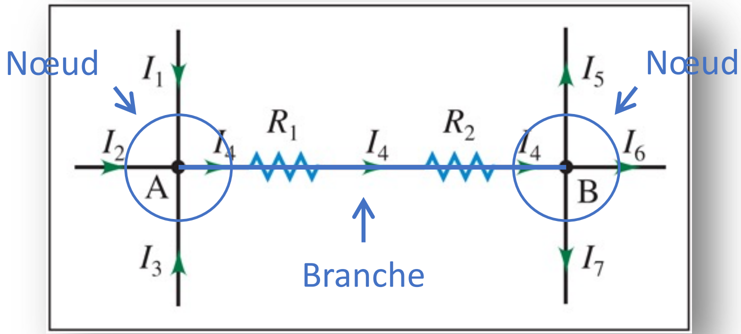
Gustav R. Kirchhoff (1824-1887)

Définition d'un **nœud**



Définition
Un nœud est un point (ou une petite zone sans résistances ou autres composantes) d'un circuit où trois fils ou plus se rencontrent.

Définition d’une **branche**



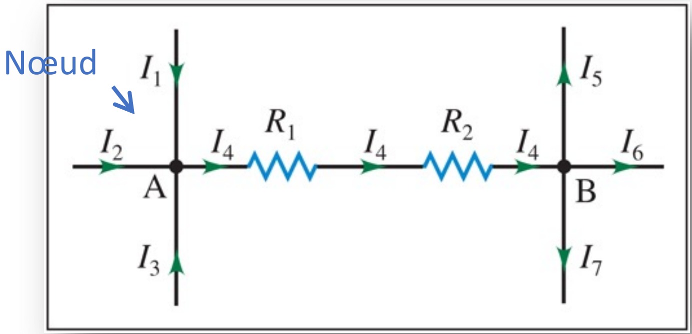
Définition
Une branche est une portion de circuit reliant deux nœuds **consécutifs parcouru par un même courant** et ne comportant donc aucun embranchement.

Considérons une branche quelconque.

- Plusieurs composantes de circuit peuvent être assemblées en série dans cette branche, mais **le courant est partout le même dans une même branche**.
- Le courant qui arrive à la résistance correspond donc à celui qui la quitte et il en va de même pour chacune des composantes situées sur une même branche.

Il serait incorrect de penser que le courant qui quitte $\boldsymbol{R_1}$ est plus faible que celui qui entre dans $\boldsymbol{R_1}$ en raison d’une perte d’énergie.

Loi des nœuds de Kirchhoff (KCL)



Considérons maintenant ce qui se produit quand le courant atteint un nœud du circuit.

Au nœud, la charge n’est ni créée ni détruite et elle ne s’accumule pas en ce point.

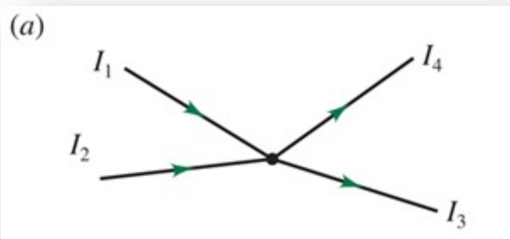
En conséquence, on peut formuler l’énoncé suivant, qui s’appelle la **loi des nœuds** de Kirchhoff :

$$\sum I = 0$$

La somme algébrique des courants qui entrent dans un nœud et qui en sortent est nulle.

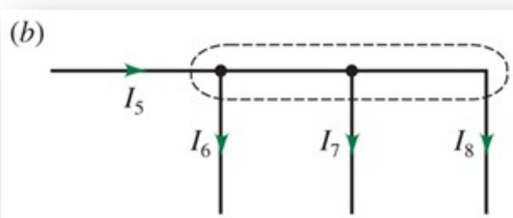
Le signe attribué à un courant pénétrant dans un nœud est opposé à celui d’un courant qui en sort.

Loi des nœuds : quelques exemples



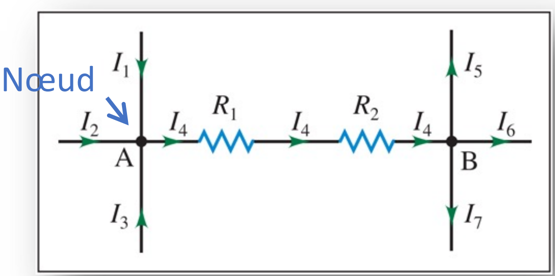
Pour les courants représentés sur la figure, on peut écrire :

$$I_1 + I_2 - I_3 - I_4 = 0$$



Pour les courants représentés sur la figure, on peut écrire :

$$I_5 - I_6 - I_7 - I_8 = 0$$



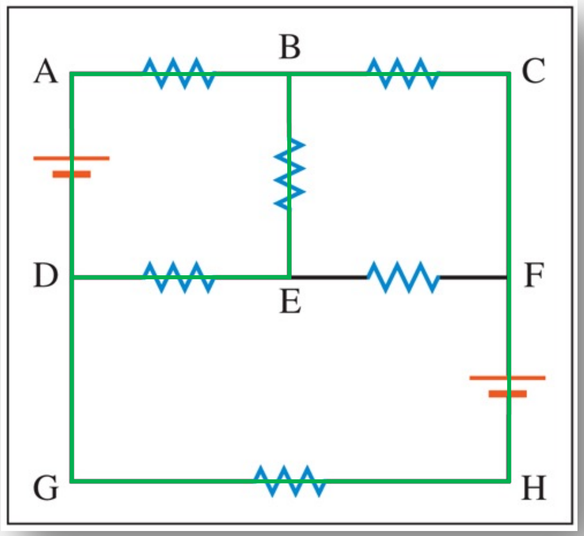
Pour le nœud A de la figure, on peut écrire :

$$I_1 + I_2 + I_3 - I_4 = 0$$

Un nœud particulier : la *masse* ou la *terre*

- Les potentiels d'un circuit sont tous relatifs
- Un des nœuds peut donc être placé à un potentiel de référence égal à 0 V
- Ce nœud est alors appelé la *masse* ou la *terre* (→ image)
- Symboles usuels :

Définition de la **maille**



Définition
Une maille est n'importe quel parcours fermé dans un circuit.

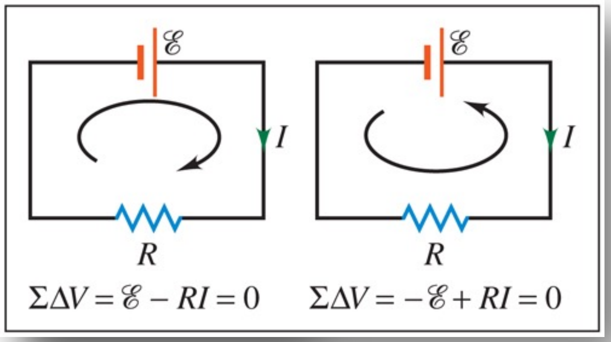
Exemples

- ABEDA est une maille.
- BEDGHFCB est une autre maille.

Loi des mailles de Kirchhoff (KVL)

$$\sum \Delta V = 0$$

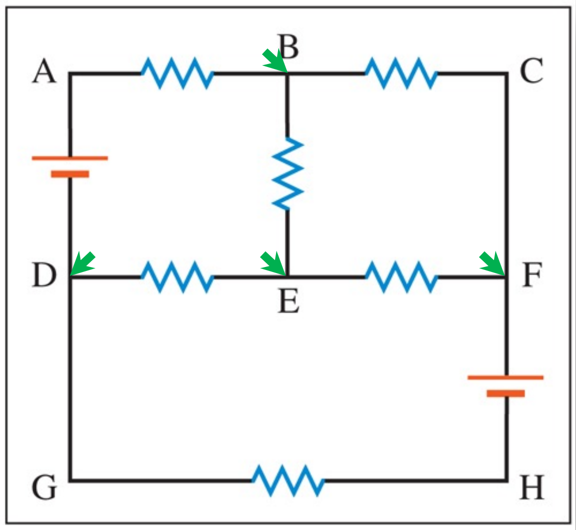
La somme algébrique des variations de potentiel dans un parcours fermé (maille) est nulle.



Lorsqu'on additionne les variations de potentiel, on peut parcourir la maille, soit dans le même sens, soit dans le sens contraire au sens connu (ou présumé) du courant.

Physics exam : "Apply Kirchoffs law"

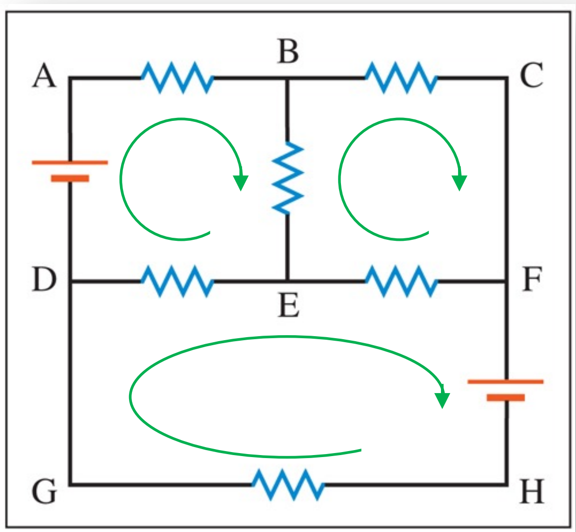
Combien de nœuds ?



Un nœud est un point où trois fils ou plus se rejoignent.

On compte donc quatre nœuds dans ce circuit, soit les points B, D, E et F.

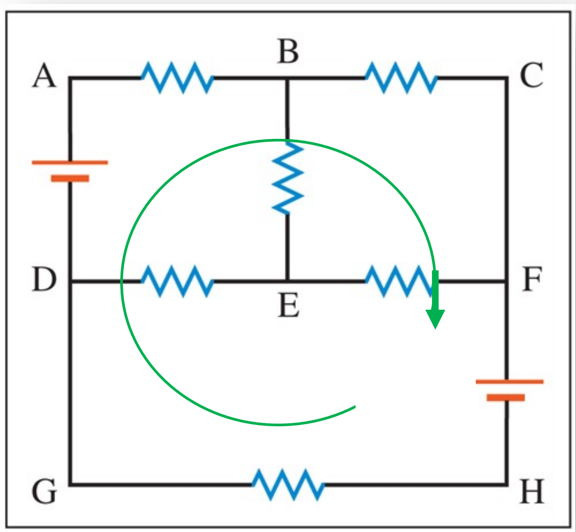
Combien de mailles ?



Une maille est un parcours fermé.

Les premières qui sautent aux yeux sont les « petites » mailles ABEDA, BCFEB et DFHGD.

Combien de mailles ?



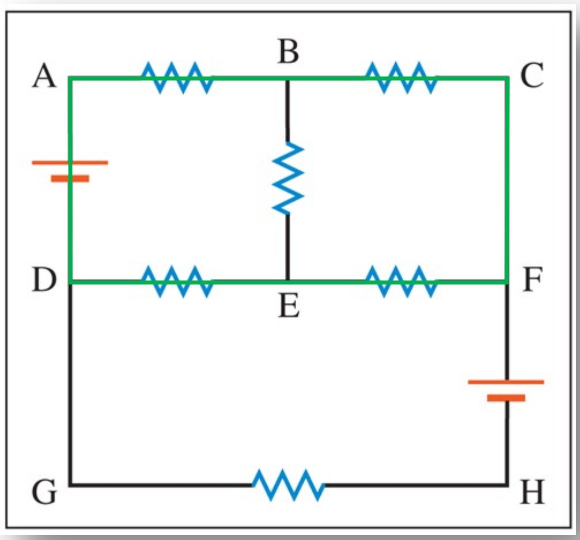
Une maille est un parcours fermé.

Les premières qui sautent aux yeux sont les « petites » mailles ABEDA, BCFEB et DFHGD.

Par contre, la loi des mailles peut être appliquée à *n'importe quel parcours fermé*, ce qui ne se limite pas aux trois parcours le plus petits.

Le plus grand parcours possible est ACHGA.

Combien de mailles ?



Une maille est un parcours fermé.

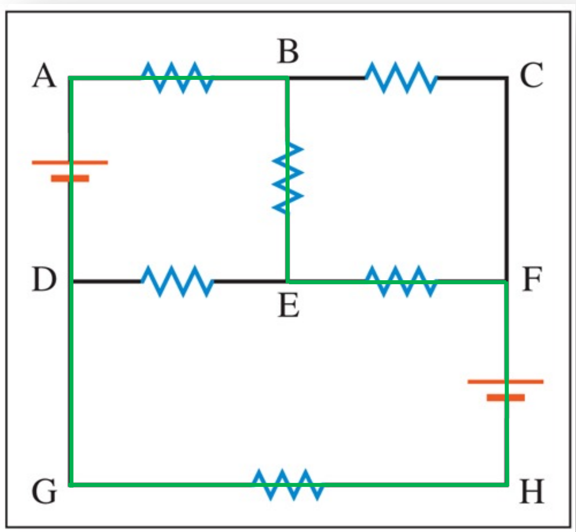
Les premières qui sautent aux yeux sont les « petites » mailles ABEDA, BCFEB et DFHGD.

Par contre, la loi des mailles peut être appliquée à *n'importe quel parcours fermé*, ce qui ne se limite pas aux trois parcours le plus petits.

Le plus grand parcours possible est ACHGA.

Il y a aussi des parcours de taille intermédiaire : ACFDA, ABEFHGA et BCFHGDEB.

Combien de mailles ?



Une maille est un parcours fermé.

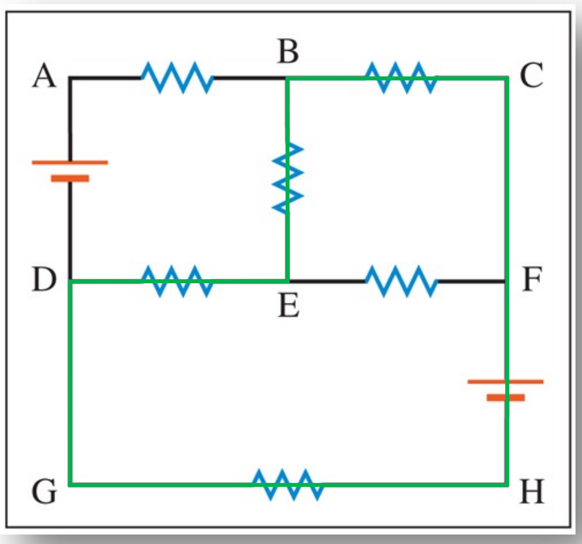
Les premières qui sautent aux yeux sont les « petites » mailles ABEDA, BCFEB et DFHGD.

Par contre, la loi des mailles peut être appliquée à *n'importe quel parcours fermé*, ce qui ne se limite pas aux trois parcours le plus petits.

Le plus grand parcours possible est ACHGA.

Il y a aussi des parcours de taille intermédiaire : ACFDA, ABEFHGA et BCFHGDEB.

Combien de mailles ?



Une maille est un parcours fermé.

Les premières qui sautent aux yeux sont les « petites » mailles ABEDA, BCFEB et DFHGD.

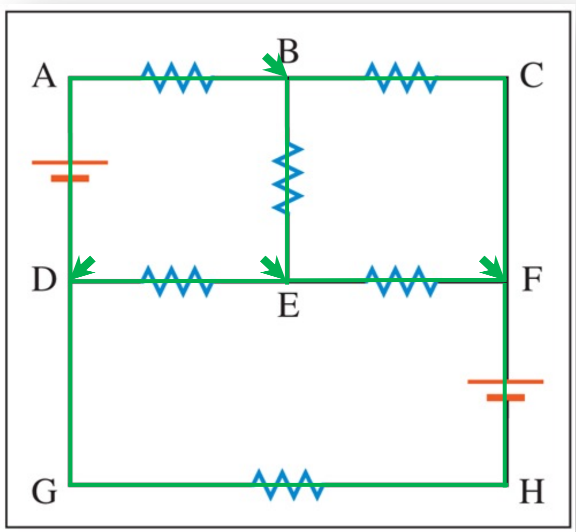
Par contre, la loi des mailles peut être appliquée à *n'importe quel parcours fermé*, ce qui ne se limite pas aux trois parcours le plus petits.

Le plus grand parcours possible est ACHGA.

Il y a aussi des parcours de taille intermédiaire : ACFDA, ABEFHGA et BCFHGDEB.

En tout, il y a donc minimalement sept mailles différentes dans ce circuit.

Combien de branches ?



Une branche est un tronçon qui relie deux nœuds consécutifs.

On compte les branches DAB, BCF, BE, DE, EF, DGHF.

On identifie une maille par une série de lettres qui débute et se termine par la même lettre, ce qui indique que le parcours est fermé.
Il faut donc distinguer DGHFD, qui est une maille, et DGHF, qui est la branche allant du nœud D au nœud F.

Agenda Cours 12

1. Association de résistances et circuits diviseurs
2. Circuits équivalents de Thévenin et de Norton
3. Lois de Kirchhoff
4. Résoudre des circuits complexes
5. Circuits RC
6. Instruments de mesure

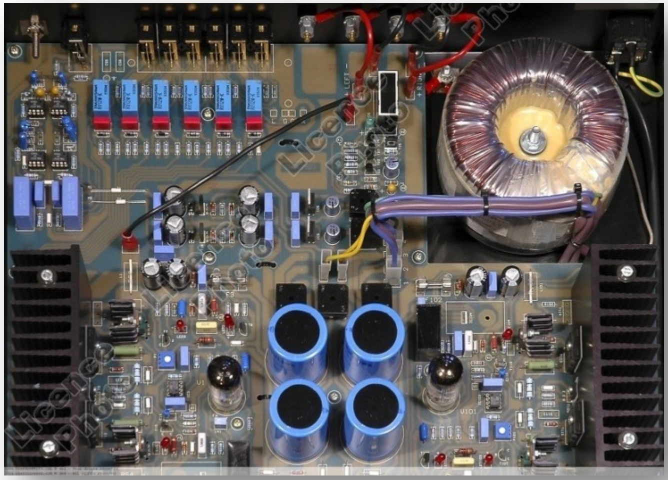
Résoudre des circuits complexes

La résolution d'un circuit complexe consiste habituellement à :

- trouver la valeur du courant dans les différentes branches du circuit
- chercher d'autres paramètres, une fois la valeur du courant connue

Deux approches de résolution d'un circuit :

1. *La méthode de résolution globale de Kirchhoff*
   Elle consiste en l'application systématique de la loi des nœuds et de la loi des mailles un nombre suffisant de fois.
   Elle permet toujours de « résoudre le circuit ».
2. *Les méthodes applicables à certains cas simples*
   L'application de la méthode globale de Kirchhoff peut s'avérer lourde et fastidieuse.
   En utilisant une ou plusieurs à la fois certains méthodes s'appliquant à des cas simples, il est possible de l'éviter.

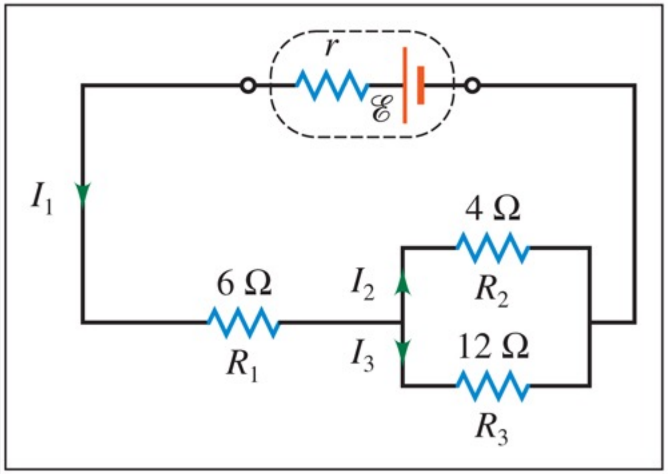


Résoudre des circuits complexes

Cas simple 1

Contexte :

- une seule pile
- possibilité de regrouper les résistances en associations en série ou en parallèle



Méthode de résolution :

1. Calcul de la résistance équivalente aux bornes de la pile.
2. Application de la loi d'Ohm à cette résistance équivalente pour déterminer le courant « total » débité par la pile : $I = \Delta V / R_{éq}$.
3. Utilisation si nécessaire de la loi des nœuds et de la loi des mailles ou d'une autre des méthodes suivantes pour déterminer comment le courant se sépare dans les diverses branches du circuit.

Résoudre des circuits complexes

Cas simple 2

Contexte :

- certains courants ou certaines différences de potentiel sont connus

Méthode de résolution :

Application de la loi d'Ohm à chacune des résistances pertinentes et se servir du résultat pour réduire le nombre d'inconnues.

La différence de potentiel aux bornes d'une résistance R_i parcourue par un courant I_i est $|\Delta V| = R_i I_i$.

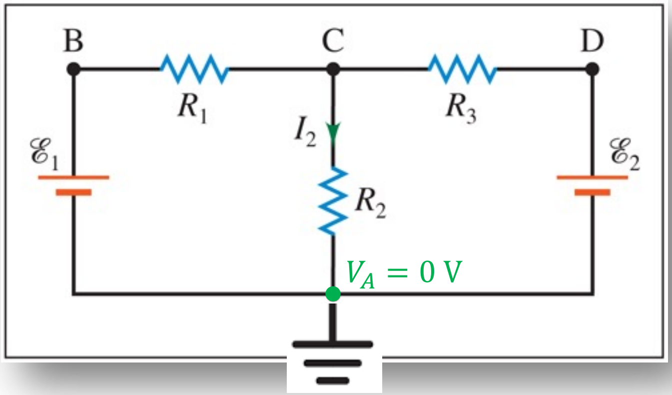
Le signe de la différence de potentiel est très important quand on applique la loi des mailles. Pour trouver ce signe, il suffit de se rappeler que **le courant circule des potentiels les plus élevés (+) vers les potentiels les moins élevés (-)**.

Résoudre des circuits complexes

Cas simple 3

« Astuce » :

1. Pour résoudre un circuit complexe, il peut être utile de fixer arbitrairement $V = 0\ \mathrm{V}$ en un point du circuit (= masse).
2. En parlant de ce point de référence, on détermine ensuite les potentiels des points voisins du circuit.



Résoudre des circuits complexes

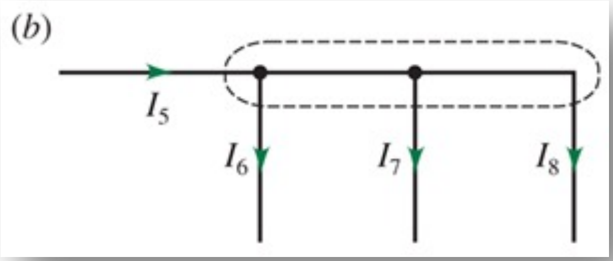
La méthode est basée sur le principe suivant :

- Il y a en général autant d'inconnues que de branches car on cherche habituellement le courant dans chaque branche.
- On écrit les équations décrivant le circuit.
    - *Les équations dont nous avons besoin sont tout simplement les équations de Kirchhoff pour les différents nœuds et mailles du circuit.*
- On résout le système d'équations.

Résoudre des circuits complexes

Les étapes suggérées pour résoudre un problème par la méthode de résolution globale de Kirchhoff :

Etape 1
Numéroter chaque branche et assigner un courant I_i dans chacune, avec un sens (flèche).



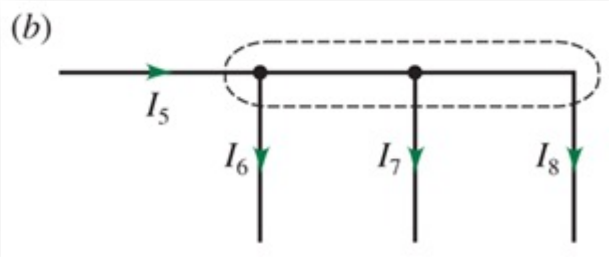
On ne connaît habituellement pas les sens des courants avant de commencer, mais ce n'est pas important: on fait une hypothèse pour chaque branche et, dans le cas des branches pour lesquelles on s'est trompé, la résolution des équations donnera un I négatif.

Ne jamais changer les hypothèses sur les orientations des courants en cours de résolution !

Résoudre des circuits complexes

Etape 2
Ecrire la loi des nœuds pour chaque nœud.

En général, une des équations est redondante (elle est une combinaison des autres équations), et on peut ainsi se limiter à $n - 1$ des n nœuds du problème.

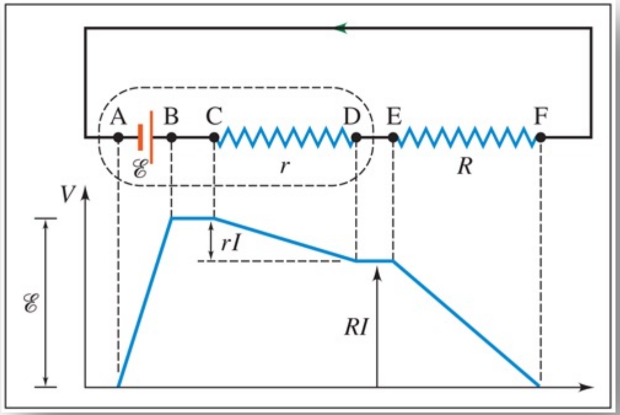


$$\sum I = 0$$

$$I_5 - I_6 - I_7 - I_8 = 0$$

Résoudre des circuits complexes

Etape 3
Ecrire la loi des mailles pour diverses mailles, jusqu'à obtenir assez d'équations pour résoudre le système global d'équations (N équations à N inconnues).



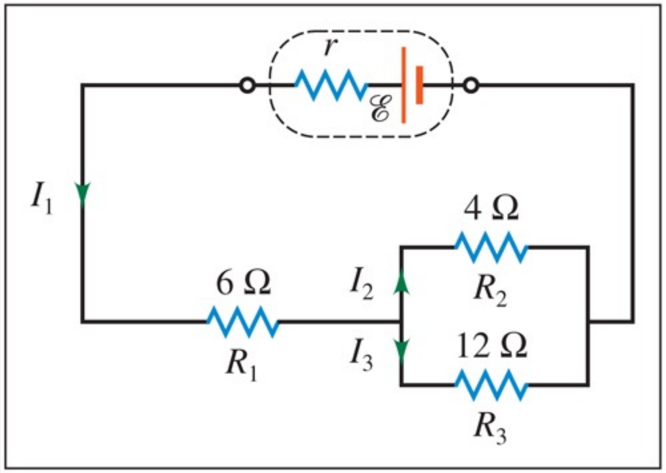
On peut parcourir une maille donnée dans un sens ou dans l'autre: cela n'a pas d'importance, car parcourir une maille dans le sens contraire ne fait que changer tous les signes des termes de l'équation.

Les règles à appliquer pour déterminer les signes des ΔV dans la loi des mailles :

- Traverser une pile $\mathcal{E}$ de la borne $-$ vers la borne $+$ correspond à une hausse de potentiel: $\Delta V = +\mathcal{E}$.
- Traverser une pile $\mathcal{E}$ de la borne $+$ vers la borne $-$ correspond à une baisse de potentiel: $\Delta V = -\mathcal{E}$.
- Traverser une résistance R dans le sens du courant I qui la parcourt (« descendre une résistance », par analogie avec un canot sur une rivière !) correspond à une baisse de potentiel $\Delta V = -RI$.
- Traverser une résistance R dans le sens contraire du courant I qui la parcourt (« remonter une résistance ») correspond à une hausse de potentiel $\Delta V = +RI$.

Résoudre des circuits complexes

Pour la résolution de cet exemple, nous utiliserons la méthode applicable au « cas simple 1 » précédemment décrite.



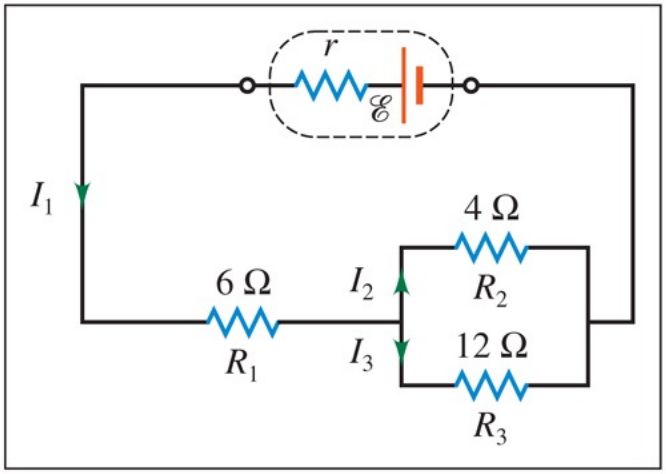
Principe de résolution

- La différence de potentiel aux bornes de la pile est égale à la somme des variations de potentiels aux bornes de la résistance interne et de la source de f.é.m. : $\Delta V = \mathcal{E} - rI_1$.
- Nous devons donc connaître le courant qui la traverse.
- Le courant qui la traverse est identique à celui qui traverse la résistance équivalente à toutes les résistances du circuit.
- Nous connaissons la valeur de toutes les résistances du circuit et la différence de potentiel aux bornes de cette résistance équivalente ($\mathcal{E}$). $I_1 = \mathcal{E}/R_{\text{éq}}$
- En appliquant la loi d'Ohm à cette résistance équivalente, nous pouvons donc calculer l'intensité du courant recherchée et en déduire la différence de potentiel aux bornes de la pile réelle.

Résoudre des circuits complexes

Une pile dont la f.é.m. est de $20\ \mathrm{V}$ et la résistance interne de $1\ \Omega$ est reliée à trois résistances selon le schéma de la figure. Déterminer la différence de potentiel aux bornes de la pile.

Résolution



- *Calcul de la résistance équivalente*

  Puisque $\frac{1}{4} + \frac{1}{12} = \frac{1}{3}$, la résistance équivalente à R_2 et R_3 vaut $3\ \Omega$.

  La résistance équivalente de l'ensemble du circuit est égale à $6\ \Omega + 3\ \Omega + 1\ \Omega = 10\ \Omega$.

- *Calcul de l'intensité du courant I_1*

  La différence de potentiel ΔV aux bornes de cette résistance équivalente est égale à la f.é.m. de la pile.

  Le courant est donc $I_1 = \mathcal{E}/R_{\text{éq}} = 2\ \mathrm{A}$.

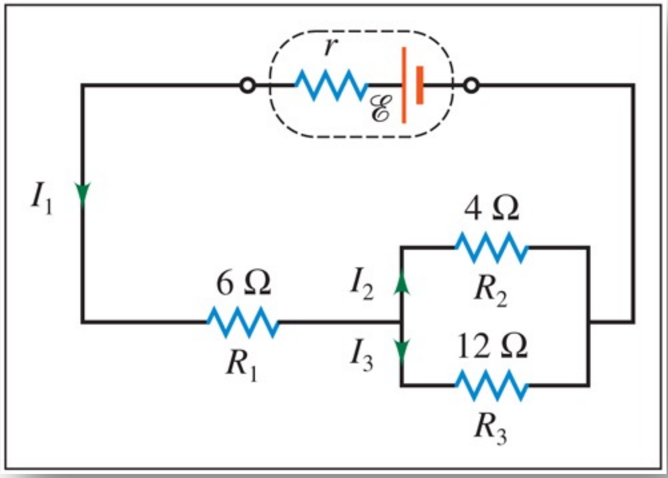
- *Calcul de la différence de potentiel aux bornes de la pile réelle*

  La différence de potentiel aux bornes de la pile est $\Delta V = \mathcal{E} - rI_1 = 18\ \mathrm{V}$.

Résoudre des circuits complexes

Une pile dont la f.é.m. est de $20\ \mathrm{V}$ et la résistance interne de $1\ \Omega$ est reliée à trois résistances selon le schéma de la figure. Déterminer la différence de potentiel aux bornes de la pile.

Résolution



- *Pour les résistances r et R_1*

Le courant I_1 étant connu, on calcule les différences de potentiel aux bornes de r et de R_1 en leur appliquant la loi d'Ohm :

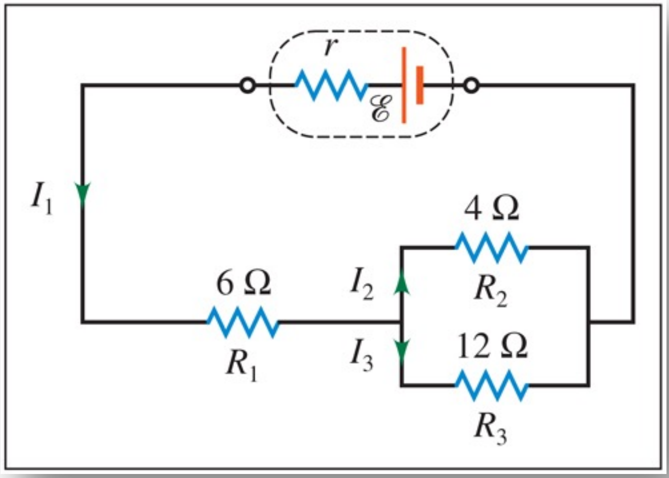
$$\Delta V_r = rI_1 = 1 \times 2 = 2\ \mathrm{V}$$

$$\Delta V_1 = R_1 I_1 = 6 \times 2 = 12\ \mathrm{V}$$

Résoudre des circuits complexes

Une pile dont la f.é.m. est de 20 V et la résistance interne de 1 Ω est reliée à trois résistances selon le schéma de la figure. Déterminer la différence de potentiel aux bornes de la pile.

Résolution



- *Pour les résistances R_2 et R_3*

Les résistances R_2 et R_3 étant en parallèle, $\Delta V_2 = \Delta V_3$.

Loi des mailles nous permet de calculer directement cette valeur, ΔV_1, ΔV_r et $\mathcal{E}$ étant connus :

$$\Delta V_2 = \Delta V_3 = \mathcal{E} - \Delta V_1 - \Delta V_r = 20 - 12 - 2 = 6\ \text{V}.$$

Les courants circulant dans R_2 et R_3 sont donc :

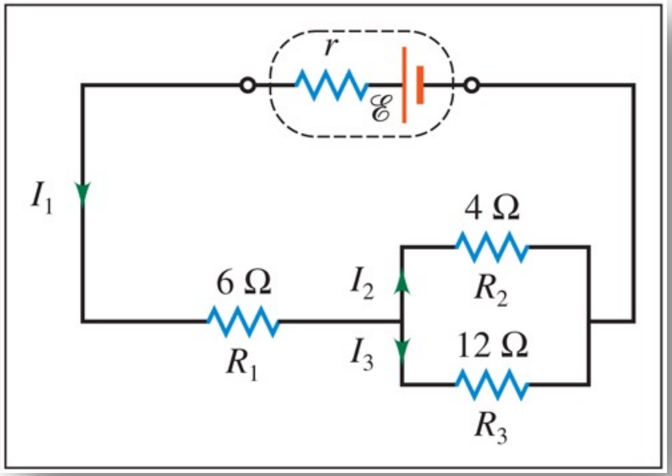
$$I_2 = \Delta V_2 / R_2 = 1{,}5\ \text{A}$$

$$I_3 = \Delta V_3 / R_3 = 0{,}5\ \text{A}$$

On remarque que $I_1 = I_2 + I_3$, comme l'exige la loi des nœuds.
Ce genre de vérification nous permet de nous assurer de la cohérence des calculs.

Résoudre des circuits complexes

Une pile dont la f.é.m. est de 20 V et la résistance interne de $1\ \Omega$ est reliée à trois résistances selon le schéma de la figure. Déterminer la puissance fournie par la f.é.m.

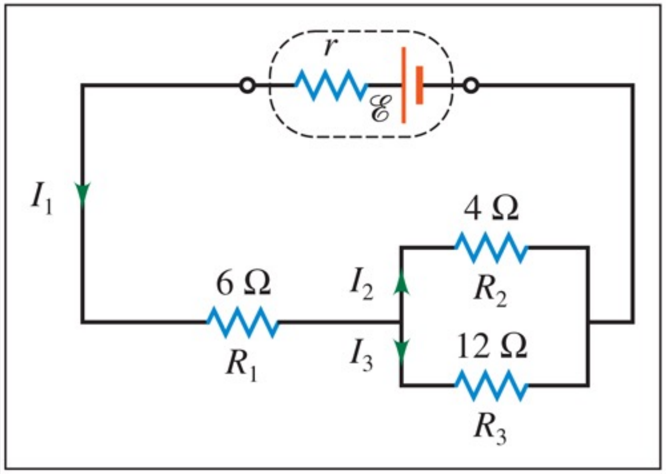


La puissance fournie par la source de f.é.m. est

$$P = \mathcal{E} I_1 = 40\ \mathrm{W}$$

Résoudre des circuits complexes

Une pile dont la f.é.m. est de $20\ \mathrm{V}$ et la résistance interne de $1\ \Omega$ est reliée à trois résistances selon le schéma de la figure. Déterminer la puissance fournie par la f.é.m.



On trouve la puissance dissipée dans chaque résistance en utilisant soit $P = I\Delta V$, soit $P = RI^2$.

On obtient

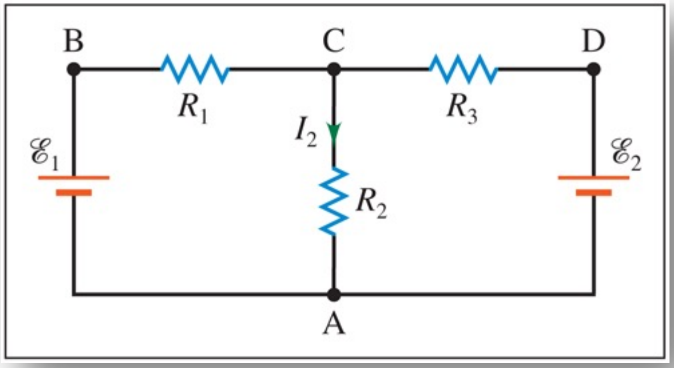
$$P_r = 4\ \mathrm{W}$$
$$P_1 = 24\ \mathrm{W}$$
$$P_2 = 9\ \mathrm{W}$$
$$P_3 = 3\ \mathrm{W}$$

La somme de ces puissances est égale à $40\ \mathrm{W}$, ce qui correspond à la puissance fournie par la source de f.é.m.
C'est un autre moyen de vérifier les calculs.

Résoudre des circuits complexes

Dans le circuit représenté, $\mathcal{E}_1 = 20\ \mathrm{V}$, $R_1 = 8\ \Omega$, $R_2 = 4\ \Omega$, $R_3 = 5\ \Omega$ et le courant I_2 est de $3\ \mathrm{A}$ vers le bas. Trouver les courants I_1 et I_3 qui traversent respectivement les résistances R_1 et R_3 (grandeur et sens).

Pour la résolution de cet exemple, nous utiliserons la méthode applicable au « cas simple 3 » précédemment décrite.

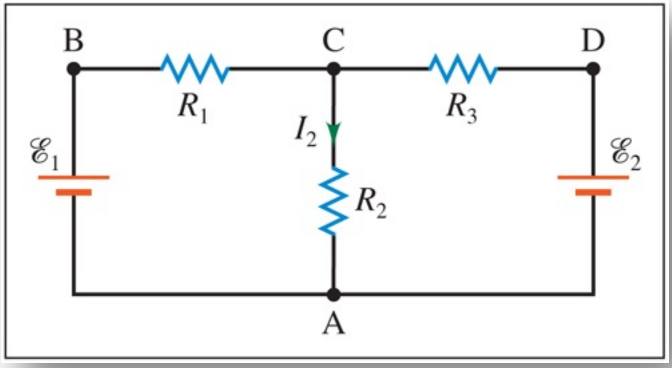


Lorsqu'il y a plus d'une pile, il est en général impossible de déterminer la résistance équivalente du circuit.

En revanche, le courant I_2 étant connu, on peut déterminer le potentiel en divers points du circuit, et utiliser cette information pour répondre aux questions, sans avoir recours à la méthode globale de Kirchhoff.

Résoudre des circuits complexes

Dans le circuit représenté, $\mathcal{E}_1 = 20\ \mathrm{V}$, $R_1 = 8\ \Omega$, $R_2 = 4\ \Omega$, $R_3 = 5\ \Omega$ et le courant I_2 est de $3\ \mathrm{A}$ vers le bas. Trouver les courants I_1 et I_3 qui traversent respectivement les résistances R_1 et R_3 (grandeur et sens).



Principe de résolution

Pour déterminer I_1

- Nous fixons le potentiel au point A.
- Nous en déduisons simplement le potentiel au point B.
- Par la loi d'Ohm sur R_2, nous trouvons le potentiel au point C.
- Connaissant les potentiels aux points B et C, nous pouvons calculer la différence de potentiel aux bornes de R_1.
- Par la loi d'Ohm sur R_1, nous calculons le courant dans cette branche.

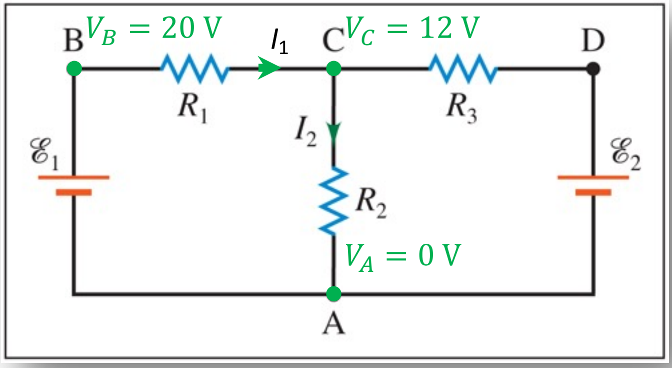
Pour déterminer I_3

- Nous utilisons la loi des nœuds en C.

Résoudre des circuits complexes

Dans le circuit représenté, $\mathcal{E}_1 = 20\ \mathrm{V}$, $R_1 = 8\ \Omega$, $R_2 = 4\ \Omega$, $R_3 = 5\ \Omega$ et le courant I_2 est de $3\ \mathrm{A}$ vers le bas. Trouver les courants I_1 et I_3 qui traversent respectivement les résistances R_1 et R_3 (grandeur et sens).

Résolution



Pour déterminer I_1

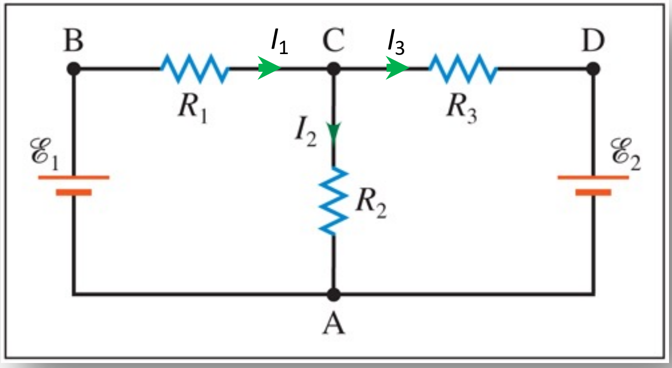
- Nous fixons arbitrairement le potentiel au point A à 0 V.
- Nous en déduisons simplement le potentiel au point B : en partant de A et en traversant la pile jusqu'à B, on trouve $V_B = 20\ \mathrm{V}$.
- Par la loi d'Ohm sur R_2, nous trouvons le potentiel au point C : $\Delta V_2 = R_2 I_2 = 4\ \Omega \times 3\ \mathrm{A} = 12\ \mathrm{V}$ et donc, $V_\mathrm{C} = 12\ \mathrm{V}$.
- La différence de potentiel entre les bornes de R_1 est $\Delta V_1 = V_\mathrm{B} - V_\mathrm{C} = 20\ \mathrm{V} - 12\ \mathrm{V} = 8\ \mathrm{V}$

  Le sens du courant est de B vers C puisque $V_\mathrm{B} > V_\mathrm{C}$.
- Par la loi d'Ohm sur R_1, nous calculons le courant dans cette branche.

$$I_1 = \frac{\Delta V_1}{R_1} = \frac{8\ \mathrm{V}}{8\ \Omega} = 1\ \mathrm{A}$$

Résoudre des circuits complexes

Dans le circuit représenté, $\mathcal{E}_1 = 20\ \mathrm{V}$, $R_1 = 8\ \Omega$, $R_2 = 4\ \Omega$, $R_3 = 5\ \Omega$ et le courant I_2 est de $3\ \mathrm{A}$ vers le bas. Trouver les courants I_1 et I_3 qui traversent respectivement les résistances R_1 et R_3 (grandeur et sens).



Résolution

Pour déterminer I_3

- Nous utilisons la loi des nœuds en C.

  Fixons arbitrairement le sens du courant I_3 de C vers D.

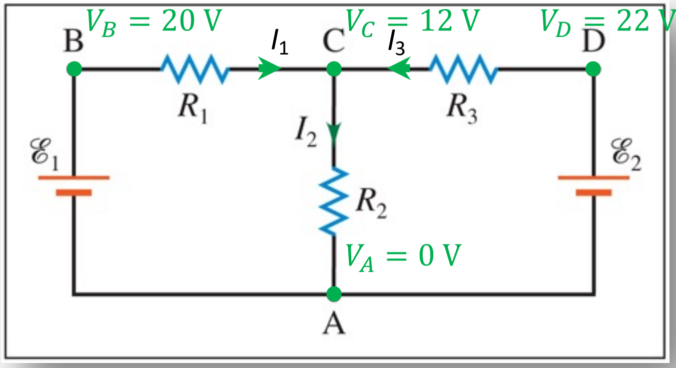
  La loi des nœuds en C : $I_1 - I_2 - I_3 = 0$

  Donc $I_3 = 1 - 3 = -2\ \mathrm{A}$

  Le signe négatif devant la valeur du courant nous indique que le sens du courant est opposé à celui que nous avions choisi arbitrairement.
  Il est de D vers C.

Résoudre des circuits complexes

Dans le circuit représenté, $\mathcal{E}_1 = 20\ \mathrm{V}$, $R_1 = 8\ \Omega$, $R_2 = 4\ \Omega$, $R_3 = 5\ \Omega$ et le courant I_2 est de $3\ \mathrm{A}$ vers le bas. Trouver la valeur de $\mathcal{E}_2$.



Pour trouver la valeur de $\mathcal{E}_2$, on doit déterminer le potentiel au point D.

Par la loi d'Ohm, la différence de potentiel entre les bornes de R_3 est de

$$\Delta V_3 = R_3 I_3 = 5\ \Omega \times 2\ \mathrm{A} = 10\ \mathrm{V}$$

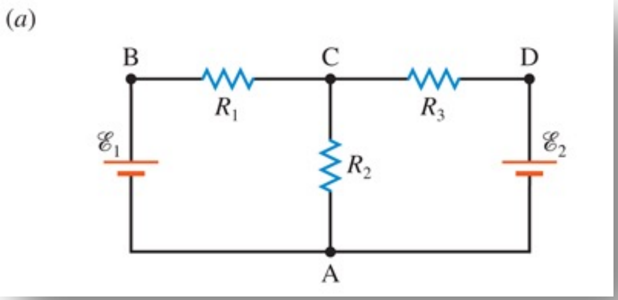
Puisque le courant va de D vers C, $V_\mathrm{D} > V_\mathrm{C}$:

$$V_\mathrm{D} = V_\mathrm{C} + \Delta V_3 = 12\ \mathrm{V} + 10\ \mathrm{V} = 22\ \mathrm{V}$$

Ainsi $\mathcal{E}_2 = V_\mathrm{D} - V_\mathrm{A} = 22\ \mathrm{V}\ - 0\ \mathrm{V} = 22\ \mathrm{V}$

Résoudre des circuits complexes

Dans le circuit représenté, $\mathcal{E}_1 = 17\ \mathrm{V}$, $\mathcal{E}_2 = 6\ \mathrm{V}$, $R_1 = 1\ \Omega$, $R_2 = 4\ \Omega$, $R_3 = 3\ \Omega$.
Trouver les courants dans les résistances.



Kirchhoff or not Kirchhoff ?

En fixant $V_\mathrm{A} = 0$, on peut trouver immédiatement $V_\mathrm{B} = 17\ \mathrm{V}$ et $V_\mathrm{D} = 6\ V$.

Mais ensuite, aucun calcul en une étape ne peut nous donner V_C.

- On doit donc appliquer la méthode globale de Kirchhoff.

Kirchhoff : rappel des étapes

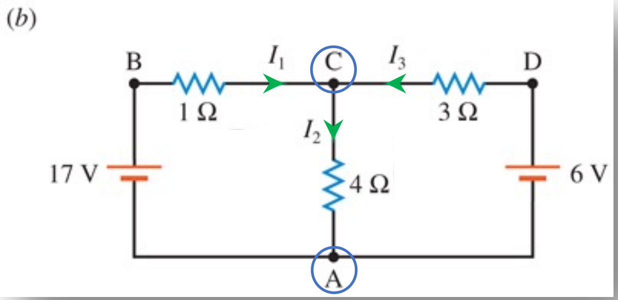
1. Numéroter chaque branche et assigner un courant I_i dans chacune, avec un sens.
2. Ecrire la loi des nœuds pour chaque nœud.
3. Ecrire la loi des mailles pour diverses mailles jusqu'à obtenir un système d'équations soluble.

Résoudre des circuits complexes

Dans le circuit représenté, $\mathcal{E}_1 = 17\ \mathrm{V}$, $\mathcal{E}_2 = 6\ \mathrm{V}$, $R_1 = 1\ \Omega$, $R_2 = 4\ \Omega$, $R_3 = 3\ \Omega$. Trouver les courants dans les résistances.

Etape 1

Les courants I_1, I_2 et I_3 ainsi que leur sens respectif sont représenté sur la figure.



Etape 2

Il y a deux nœuds dans ce circuit : A et C.

Choisissons le nœud C en supposant que le courant entrant est positif, on trouve

$$I_1 + I_3 - I_2 = 0$$

Il est inutile d'écrire une équation pour le nœud A (on trouverait $I_2 - I_1 - I_3 = 0$), une équation redondante).

1. Numéroter chaque branche et assigner un courant I_i dans chacune, avec un sens.
2. Ecrire la loi des nœuds pour chaque nœud.
3. Ecrire la loi des mailles pour diverses mailles jusqu'à obtenir un système d'équations soluble.

Résoudre des circuits complexes

Dans le circuit représenté, $\mathcal{E}_1 = 17\ \mathrm{V}$, $\mathcal{E}_2 = 6\ \mathrm{V}$, $R_1 = 1\ \Omega$, $R_2 = 4\ \Omega$, $R_3 = 3\ \Omega$. Trouver les courants dans les résistances.

Etape 3

Puisque nous avons trois inconnues, nous devons écrire deux équations par la loi des mailles pour obtenir trois équations en tout et un système soluble de trois équations à trois inconnues.

Choisissons les mailles ABCA et ACDA, que nous allons parcourir dans le sens horaire.

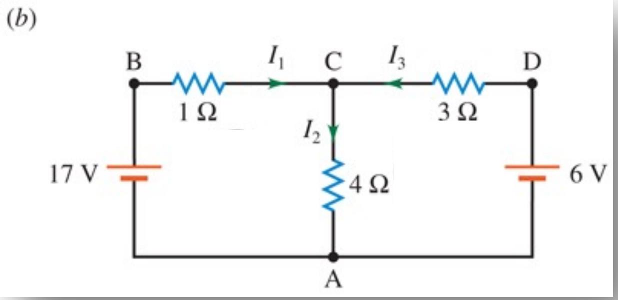
La maille ABCA nous permet d'écrire (en partant de A) :

$$+17 - 1I_1 - 4I_2 = 0$$

La maille ACDA nous permet d'écrire (en partant de A) :

$$+4I_2 + 3I_3 - 6 = 0$$

Il ne reste plus qu'à résoudre le système d'équations.



1. Numéroter chaque branche et assigner un courant I_i dans chacune, avec un sens.
2. Ecrire la loi des nœuds pour chaque nœud.
3. Ecrire la loi des mailles pour diverses mailles jusqu'à obtenir un système d'équations soluble.

Résoudre des circuits complexes

Dans le circuit représenté, $\mathcal{E}_1 = 17\ \mathrm{V}$, $\mathcal{E}_2 = 6\ \mathrm{V}$, $R_1 = 1\ \Omega$, $R_2 = 4\ \Omega$, $R_3 = 3\ \Omega$. Trouver les courants dans les résistances.

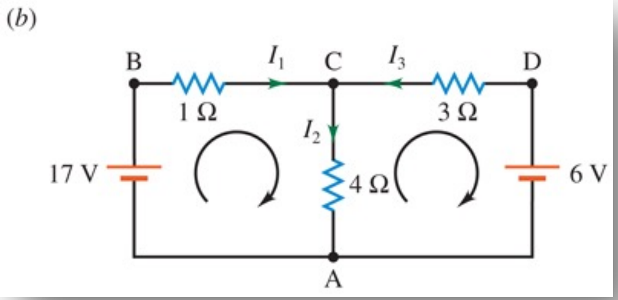
Résolution du système d'équations

$$\begin{cases} I_1 + I_3 - I_2 = 0 \\ 17 - 1I_1 - 4I_2 = 0 \\ 4I_2 + 3I_3 - 6 = 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} I_1 + I_3 - I_2 = 0 \\ I_1 = 17 - 4I_2 \\ I_3 = 2 - 1{,}33I_2 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} I_2 - (17 - 4I_2) - (2 - 1{,}33I_2) = 0 \\ I_1 = 17 - 4I_2 \\ I_3 = 2 - 1{,}33I_2 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} I_2 = 3\ \mathrm{A} \\ I_1 = 17 - 4I_2 = 5\ \mathrm{A} \\ I_3 = 2 - 1{,}33I_2 = -2\ \mathrm{A} \end{cases}$$



1. Numéroter chaque branche et assigner un courant I_i dans chacune, avec un sens.
2. Ecrire la loi des nœuds pour chaque nœud.
3. Ecrire la loi des mailles pour diverses mailles jusqu'à obtenir un système d'équations soluble.

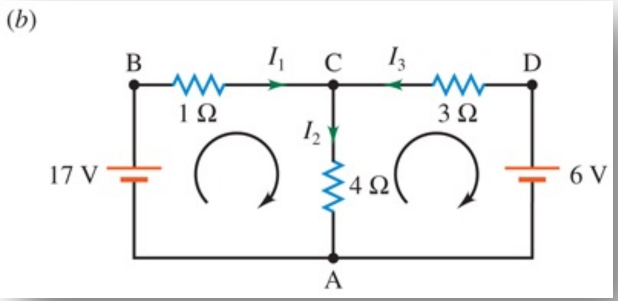
Résoudre des circuits complexes

Dans le circuit représenté, $\mathcal{E}_1 = 17\ \mathrm{V}$, $\mathcal{E}_2 = 6\ \mathrm{V}$, $R_1 = 1\ \Omega$, $R_2 = 4\ \Omega$, $R_3 = 3\ \Omega$. Trouver les courants dans les résistances.

Résolution du système d'équations

$$\Leftrightarrow \begin{cases} I_2 = 3\ \mathrm{A} \\ I_1 = 5\ \mathrm{A} \\ I_3 = -2\ \mathrm{A} \end{cases}$$

Le signe négatif pour I_3 signifie que notre hypothèse de sens pour I_3 était mauvaise : le courant dans la résistance de $3\ \Omega$ est de $2\ \mathrm{A}$ de C vers D.



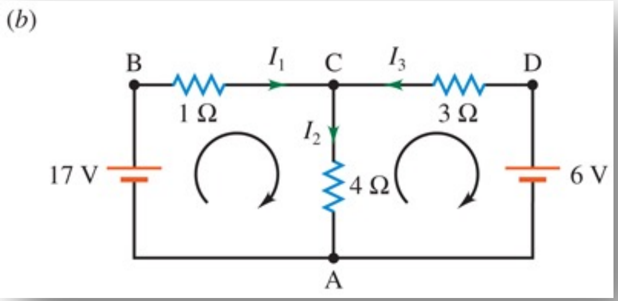
On remarque que la pile de 17 V a une f.é.m. telle qu'elle force le courant global dans la branche CDA, I_3, à voyager dans le sens contraire du courant qu'établirait la pile de 6 V si elle était seule.

En fait, la pile de 6 V va se recharger dans la situation indiquée (si elle est rechargeable ; sinon, elle risque d'être endommagée ou d'exploser !).

1. Numéroter chaque branche et assigner un courant I_i dans chacune, avec un sens.
2. Ecrire la loi des nœuds pour chaque nœud.
3. Ecrire la loi des mailles pour diverses mailles jusqu'à obtenir un système d'équations soluble.

Résoudre des circuits complexes

Dans le circuit représenté, $\mathcal{E}_1 = 17\ \text{V}$, $\mathcal{E}_2 = 6\ \text{V}$, $R_1 = 1\ \Omega$, $R_2 = 4\ \Omega$, $R_3 = 3\ \Omega$.
(b) Vérifier que la puissance nette fournie par les piles est bien transformée entièrement en chaleur dans les résistances.



Calcul de la puissance dissipée dans les résistances

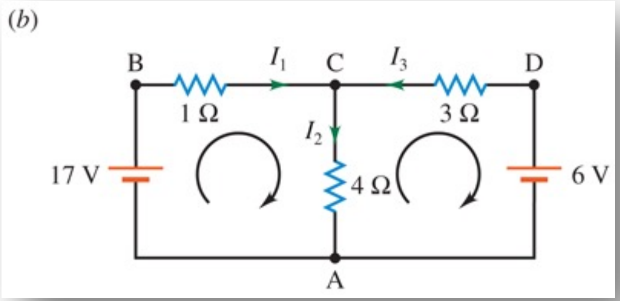
- Le courant dans la résistance $R_1 = 1\ \Omega$ égale $I_1 = 5\ \text{A}$, pour une puissance $P = R_1 I_1^2 = 25\ \text{W}$.
- Le courant dans la résistance $R_2 = 4\ \Omega$ égale $I_2 = 3\ \text{A}$, pour une puissance $P = R_2 I_2^2 = 36\ \text{W}$.
- Le courant dans la résistance $R_3 = 3\ \Omega$ égale $I_3 = 2\ \text{A}$, pour une puissance $P = R_3 I_3^2 = 12\ \text{W}$.

➢ La puissance totale dissipée dans les résistances égale

$$25\ \text{W} + 36\ \text{W} + 12\ \text{W} = 73\ \text{W}$$

Résoudre des circuits complexes

Dans le circuit représenté, $\mathcal{E}_1 = 17\ \mathrm{V}$, $\mathcal{E}_2 = 6\ \mathrm{V}$, $R_1 = 1\ \Omega$, $R_2 = 4\ \Omega$, $R_3 = 3\ \Omega$.
(b) Vérifier que la puissance nette fournie par les piles est bien transformée entièrement en chaleur dans les résistances.



Calcul de la puissance fournie par les piles

- Le courant qui traverse la pile $\mathcal{E}_1 = 17\ \mathrm{V}$ est de $I_1 = 5\ \mathrm{A}$, pour une puissance $P = I_1\mathcal{E}_1 = 85\ \mathrm{W}$.

- Le courant qui traverse la pile $\mathcal{E}_2 = 6\ \mathrm{V}$ est de $I_3 = 2\ \mathrm{A}$, pour une puissance $P = I_2\mathcal{E}_2 = 12\ \mathrm{W}$.

- La puissance totale fournie par les piles est

$$85\ \mathrm{W} - 12\ \mathrm{W} = 73\ \mathrm{W}$$

Si on en fait pas attention, on pourrait conclure à tort que la puissance totale fournie par les piles est de $85\ \mathrm{W} + 12\ \mathrm{W} = 97\ \mathrm{W}$, ce qui ne concorde pas avec la puissance dissipée trouvée plus haut.

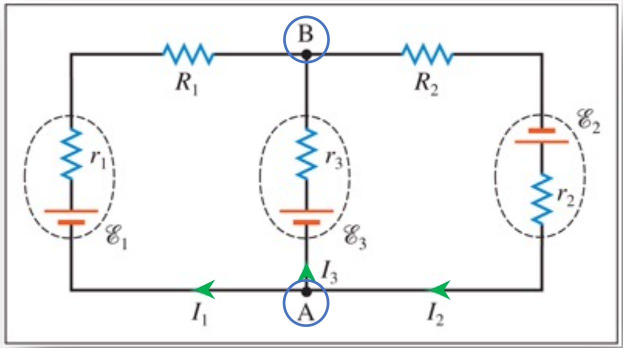
Hors, il faut tenir compte du fait que la pile $\mathcal{E}_2$ est en train de se recharger. Ainsi, la puissance de 12 W calculée pour $\mathcal{E}_2$ est une puissance absorbée par la pile.

Résoudre des circuits complexes

Soit le circuit représenté. Déterminer les courants, sachant que $r_1 = r_2 = 2\ \Omega$, $r_3 = 1\ \Omega$, $R_1 = 4\ \Omega$, $R_2 = 3\Omega$, $\mathcal{E}_1 = 15\ \text{V}$, $\mathcal{E}_2 = 6\ \text{V}$, $\mathcal{E}_3 = 4\ \text{V}$.

Etape 1

Les courants I_1, I_2 et I_3 ainsi que leur sens respectif sont représenté sur la figure.



Etape 2

Il y a deux nœuds dans ce circuit : A et B.

Choisissons le nœud A en supposant que le courant entrant est positif, on trouve

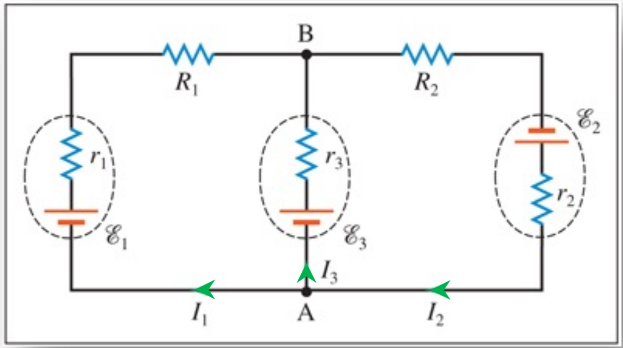
$$I_2 - I_1 - I_3 = 0$$

1. Numéroter chaque branche et assigner un courant I_i dans chacune, avec un sens.
2. Ecrire la loi des nœuds pour chaque nœud.
3. Ecrire la loi des mailles pour diverses mailles jusqu'à obtenir un système d'équations soluble.

Résoudre des circuits complexes

Soit le circuit représenté. Déterminer les courants, sachant que $r_1 = r_2 = 2\ \Omega$, $r_3 = 1\ \Omega$, $R_1 = 4\ \Omega$, $R_2 = 3\Omega$, $\mathcal{E}_1 = 15\ \mathrm{V}$, $\mathcal{E}_2 = 6\ \mathrm{V}$, $\mathcal{E}_3 = 4\ \mathrm{V}$.

Etape 3



Puisque nous avons trois inconnues, nous devons écrire deux équations par la loi des mailles pour obtenir trois équations en tout et un système soluble de trois équations à trois inconnues.

Choisissons deux mailles que nous allons parcourir dans le sens horaire.

La maille de gauche :

$$\mathcal{E}_1 - r_1 I_1 - R_1 I_1 + r_3 I_3 - \mathcal{E}_3 = 0$$

$$15 - 2I_1 - 4I_1 + I_3 - 4 = 0$$

$$11 - 6I_1 + I_3 = 0$$

La maille de droite :

$$\mathcal{E}_3 - r_3 I_3 - R_2 I_2 + \mathcal{E}_2 - r_2 I_2 = 0$$

$$4 - I_3 - 3I_2 + 6 - 2I_2 = 0$$

$$10 - I_3 - 5I_2 = 0$$

1. Numéroter chaque branche et assigner un courant I_i dans chacune, avec un sens.
2. Ecrire la loi des nœuds pour chaque nœud.
3. Ecrire la loi des mailles pour diverses mailles jusqu'à obtenir un système d'équations soluble.

Résoudre des circuits complexes

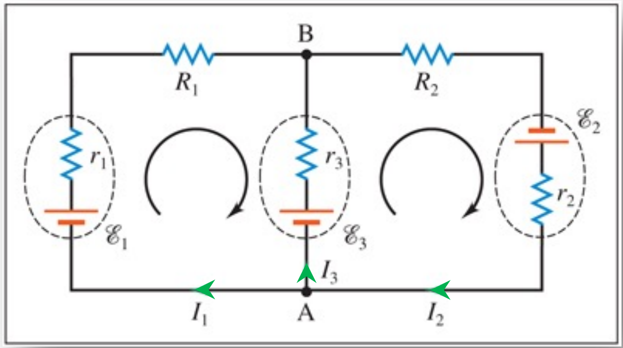
Soit le circuit représenté. Déterminer les courants, sachant que $r_1 = r_2 = 2\ \Omega$, $r_3 = 1\ \Omega$, $R_1 = 4\ \Omega$, $R_2 = 3\Omega$, $\mathcal{E}_1 = 15\ \mathrm{V}$, $\mathcal{E}_2 = 6\ \mathrm{V}$, $\mathcal{E}_3 = 4\ \mathrm{V}$.

Résolution du système d'équations

$$\begin{cases} I_2 - I_1 - I_3 = 0 \\ 11 - 6I_1 + I_3 = 0 \\ 10 - I_3 - 5I_2 = 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} I_2 = I_1 + I_3 \\ 11 - 6I_1 + I_3 = 0 \\ 10 - 5I_1 - 6I_3 = 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} I_2 = I_1 + I_3 \\ I_3 = 6I_1 - 11 \\ 10 - 5I_1 - 6I_3 = 0 \end{cases}$$



1. Numéroter chaque branche et assigner un courant I_i dans chacune, avec un sens.
2. Ecrire la loi des nœuds pour chaque nœud.
3. Ecrire la loi des mailles pour diverses mailles jusqu'à obtenir un système d'équations soluble.

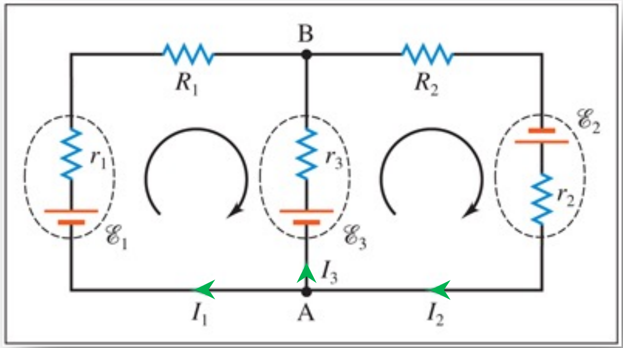
Résoudre des circuits complexes

Soit le circuit représenté. Déterminer les courants, sachant que $r_1 = r_2 = 2\ \Omega$, $r_3 = 1\ \Omega$, $R_1 = 4\ \Omega$, $R_2 = 3\Omega$, $\mathcal{E}_1 = 15$ V, $\mathcal{E}_2 = 6$ V, $\mathcal{E}_3 = 4$ V.

Résolution du système d'équations

$$\Leftrightarrow \begin{cases} I_2 = I_1 + I_3 \\ I_3 = 6I_1 - 11 \\ 10 - 5I_1 - 36I_1 + 66 = 0 \end{cases}$$

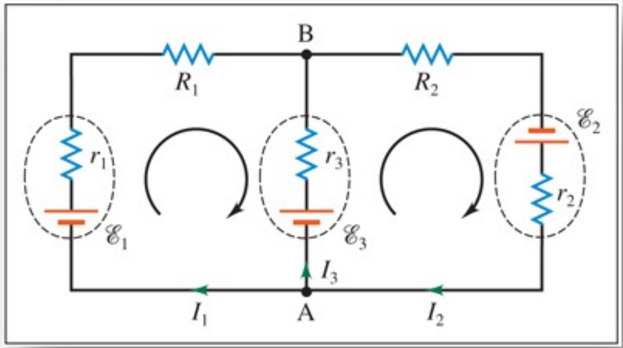
$$\Leftrightarrow \begin{cases} I_2 = 1{,}97\ \text{A} \\ I_3 = 0{,}12\ \text{A} \\ I_1 = 1{,}85\ \text{A} \end{cases}$$



1. Numéroter chaque branche et assigner un courant I_i dans chacune, avec un sens.
2. Ecrire la loi des nœuds pour chaque nœud.
3. Ecrire la loi des mailles pour diverses mailles jusqu'à obtenir un système d'équations soluble.

Résoudre des circuits complexes

Soit le circuit représenté avec $r_1 = r_2 = 2\ \Omega$, $r_3 = 1\ \Omega$, $R_1 = 4\ \Omega$, $R_2 = 3\Omega$, $\mathcal{E}_1 = 15\ \text{V}$, $\mathcal{E}_2 = 6\ \text{V}$, $\mathcal{E}_3 = 4\ \text{V}$. (b) Quelle est la différence de potentiel $V_\text{A} - V_\text{B}$?



Par définition, $\Delta V = V_f - V_i$.

Donc, la différence de potentiel $V_A - V_B$ est mesurée entre le point initial B et le point final A.

Pour la déterminer, il faut donc partir de B et ajouter les différences de potentiel.

Le long de la branche centrale, on trouve

$$V_\text{B} + r_3 I_3 - \mathcal{E}_3 = V_\text{A}$$

$$V_\text{A} - V_\text{B} = r_3 I_3 - \mathcal{E}_3 = 0{,}12\times 1 - 4 = -3{,}88\ \text{V}$$

Le signe négatif signifie que V_A est inférieur à V_B.

Agenda Cours 12

1. Association de résistances et circuits diviseurs
2. Circuits équivalents de Thévenin et de Norton
3. Lois de Kirchhoff
4. Résoudre des circuits complexes
5. Circuits RC
6. Instruments de mesure

Circuits RC

- Les circuits dont nous avons parlé jusqu'à présent étaient des circuits parcourus par des courants continus d'**intensité constante**.

- Lorsqu'on introduit un condensateur dans un circuit comprenant une résistance non négligeable, appelé « **circuit RC** », l'intensité du courant varie en fonction du temps.

- Les circuits RC sont parcourus par des courants continus d'**intensité variable** durant la charge et la décharge du condensateur.

- Nous allons étudier comment la charge du condensateur et le courant varient en fonction du temps dans un circuit RC.

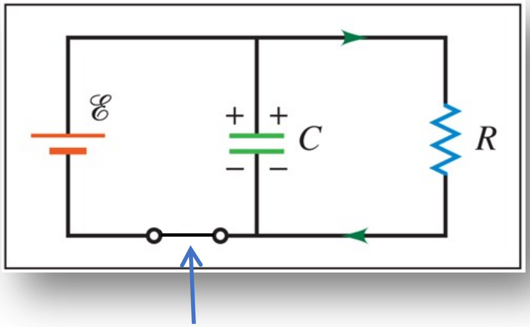
Décharge du condensateur

Conditions initiales

Soit un condensateur et une résistance en parallèle avec une pile idéale de f.é.m. $\mathcal{E}$.

- Tant que l'interrupteur est fermé, la différence de potentiel aux bornes de C et de R est égale à la f.é.m. $\mathcal{E}$.

- D'après l'équation $C = Q/\Delta V$ qui définit la capacité du condensateur, la charge du condensateur est $Q_0 = C\Delta V_{C0} = C\mathcal{E}$.

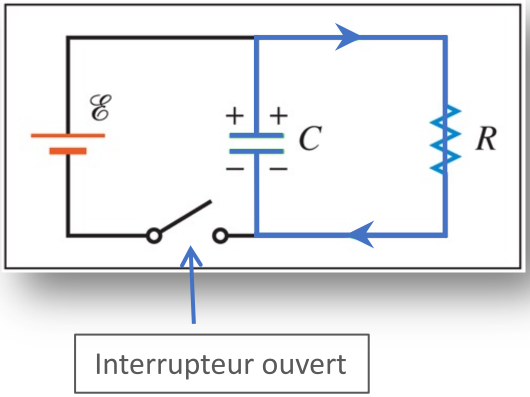


Interrupteur fermé

Décharge du condensateur

Régime transitoire

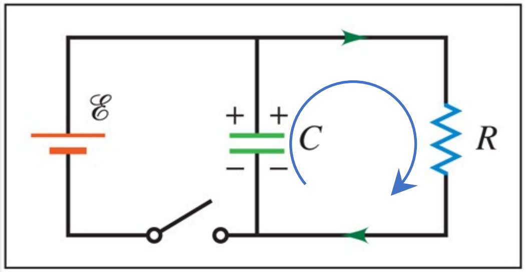
A l'instant $t = 0$, on ouvre l'interrupteur.



- Le condensateur commence à se décharger.
- L'ensemble « armature, fil, résistance, fil et armature » est un unique conducteur isolé de la pile.
- Ce conducteur cherche à rétablir son état d'équilibre électrostatique, ce qui nécessite que le potentiel en chacun de ses points soit le même.
- Pour que cet équilibre puisse se rétablir, un courant circule alors d'une plaque du condensateur à l'autre en passant par la résistance.
- La rencontre de charges de signes opposés fait peu à peu chuter la valeur de Q, c'est-à-dire la valeur instantanée de la charge du condensateur, ainsi que la différence de potentiel $\Delta V_C = Q/C$ à ses bornes.

Décharge du condensateur

Régime transitoire



- Utilisons la loi des mailles et substituons les variations de potentiel par cette expression ($\Delta V_C = Q/C$) et celle donnée par la loi d'Ohm sur la résistance :

$$\frac{Q}{C} - RI = 0$$

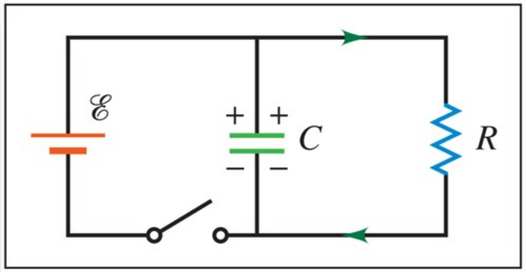
Cette équation est valable à chaque instant de la décharge.

- Utilisons la définition de l'intensité du courant en nous rappelant que la charge du condensateur décroît.

$$I = -\frac{\mathrm{d}Q}{\mathrm{d}t}$$

Les charges parcourant le circuit proviennent d'une variation négative de la charge dans le condensateur et nous introduisons un signe « - » pour garder la valeur du courant positive.

Décharge du condensateur



Régime transitoire

- La loi des mailles devient :

$$\frac{Q}{C} - RI = 0 \qquad \frac{Q}{C} - R\left(-\frac{dQ}{dt}\right) = 0 \qquad \frac{\mathrm{d}Q}{\mathrm{d}t} = -\frac{Q}{RC}$$

Cette équation est une équation différentielle dont l'inconnue est la fonction $Q(t)$ donnant la valeur de la charge portée par le condensateur au fur et à mesure que le temps s'écoule.

- En réarrangeant et en intégrant cette relation, on obtient

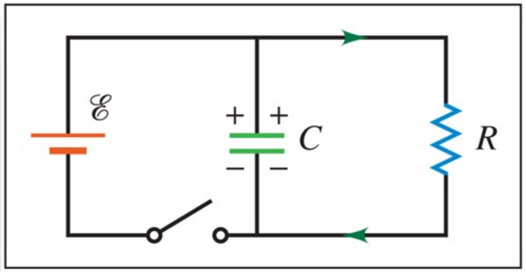
$$\int \frac{\mathrm{d}Q}{Q} = -\frac{1}{RC}\int \mathrm{d}t$$

puis

$$\ln Q = -\frac{t}{RC} + k$$

où k est une constante d'intégration.

Décharge du condensateur



Régime transitoire

- On détermine la constante *k* grâce aux conditions initiales :

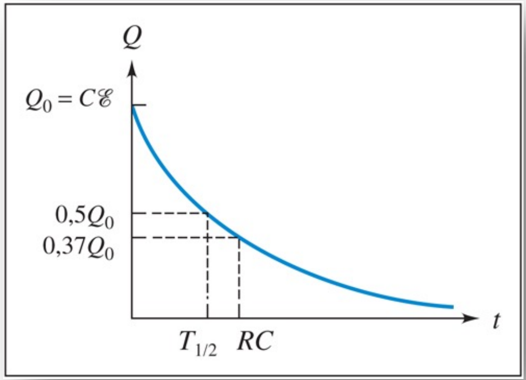
  Au temps $t = 0$, la charge $Q = Q_0$.

  Nous avons donc

$$\ln Q_0 = -\frac{0}{RC} + k$$

  Ce qui nous donne

$$k = \ln Q_0 \qquad \ln Q = -\frac{t}{RC} + \ln Q_0$$



- En prenant la fonction inverse du logarithme, on trouve

  Décharge d'un condensateur :

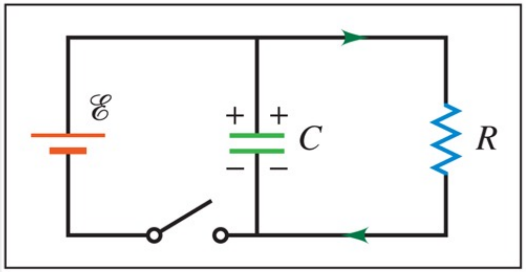
$$e^{\ln Q} = e^{-t/RC + \ln Q_0}$$
$$Q = e^{-t/RC} e^{\ln Q_0}$$

$$\boxed{Q(t) = Q_0 e^{-t/RC}}$$

Décharge du condensateur

- L'équation définissant la capacité d'un condensateur nous permet d'écrire qu'à tout moment

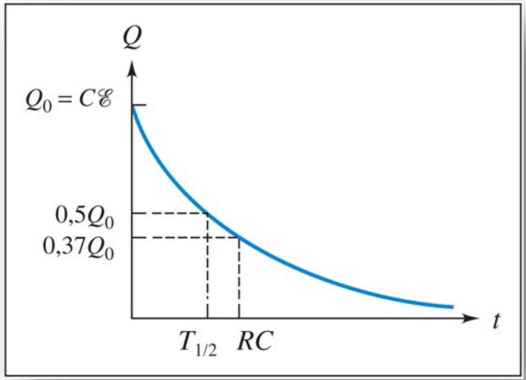
$$\Delta V_C = \frac{Q}{C}$$



- En substituant l'équation précédente dans ce résultat, on obtient

$$\boxed{\Delta V_C(t) = \Delta V_{CO} e^{-t/RC}}$$

où $\Delta V_{C0} = Q_0/C$



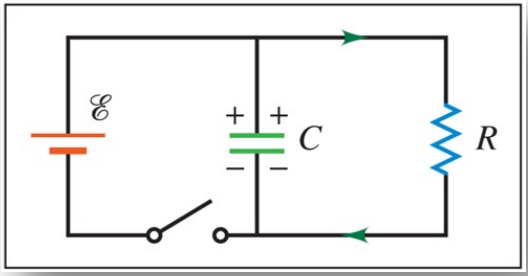
Décharge du condensateur

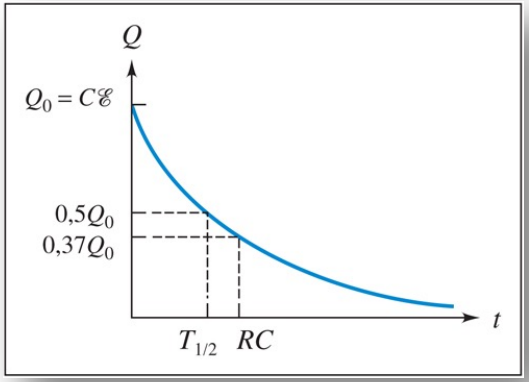
- L'expression du courant peut être déterminée à partir de $I = -\mathrm{d}q/\mathrm{d}t$ et de l'équation de la décharge d'un condensateur.

  Intensité du courant lors de la décharge :

$$\boxed{I(t) = I_0 e^{-t/RC}}$$

où $I_0 = \Delta V_{C0}/R = Q_0/RC$ est le courant à $t = 0$.



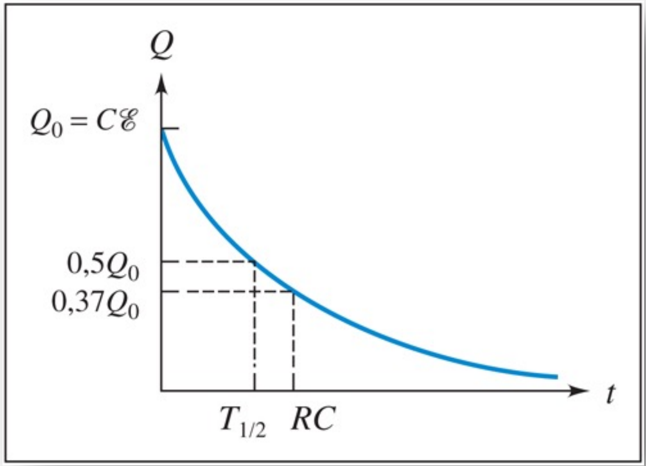


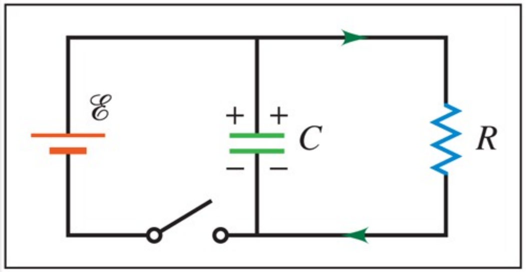
Décharge du condensateur

Au temps

$$\boxed{\tau = RC}$$

appelé constante de temps, la charge chute à $Q = Q_0 e^{-t/RC} = Q_0 e^{-1} = 0{,}37 Q_0$, c'est-à-dire 37 % de sa valeur initiale.





Décharge du condensateur

La demi-vie $T_{1/2}$ exprime le temps nécessaire pour que la charge tombe à 50 % de sa valeur initiale.

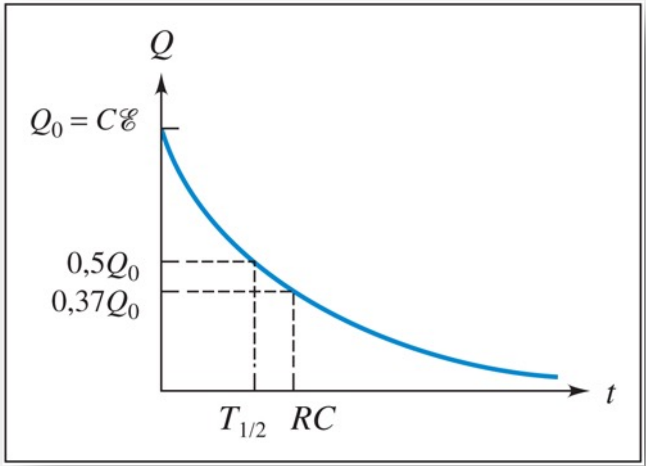
On a donc

$$\frac{1}{2}Q_0 = Q_0 e^{-T_{1/2}/RC}$$

En prenant le logarithme naturel et en réarrangeant les termes, on trouve

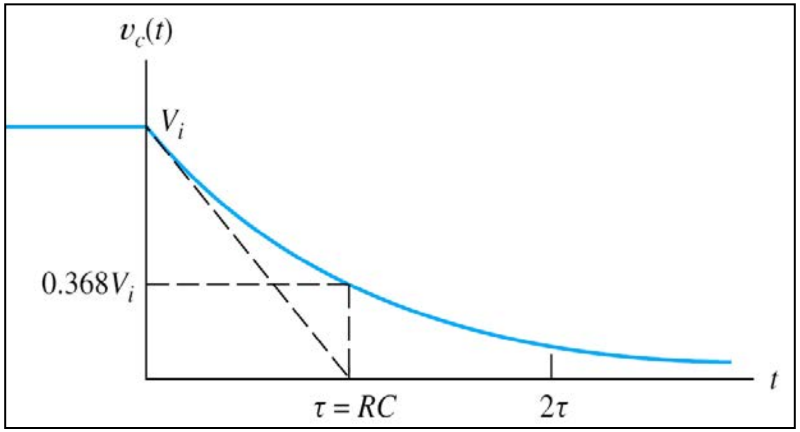
Demi-vie

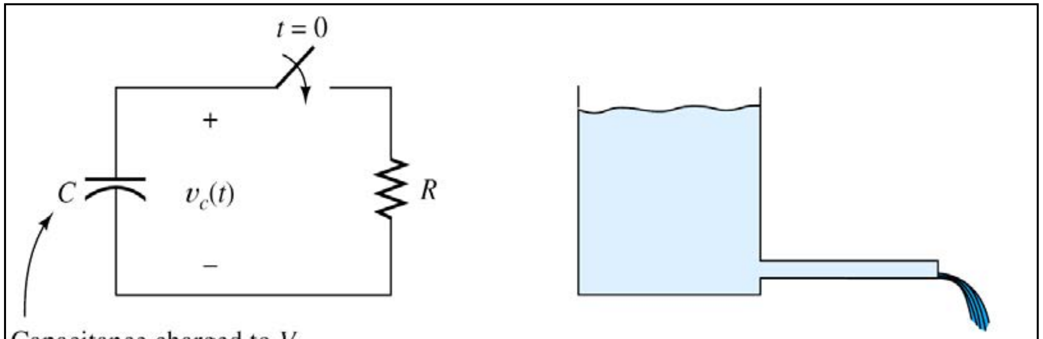
$$\boxed{T_{1/2} = RC \ln 2 = 0{,}693\tau}$$



Décharge du condensateur

$$\boxed{v_C(t) = V_i e^{-t/RC}}$$





(a) Electrical circuit

(b) Fluid-flow analogy: a filled water tank discharging through a small pipe

$$\text{Time Constant} = \tau = RC$$

Charge du condensateur

Soit un condensateur, une résistance et une pile idéale de f.é.m. $\mathcal{E}$ en série.

Au temps $t = 0$, on ferme l'interrupteur.

- La loi des mailles dans le sens du courant et un raisonnement similaire à celui utilisé pour la décharge du condensateur nous donne

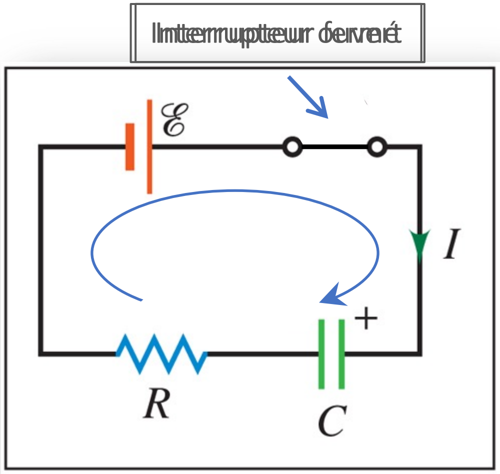
$$\mathcal{E} - \frac{Q}{C} - R\frac{\mathrm{d}Q}{\mathrm{d}t} = 0$$

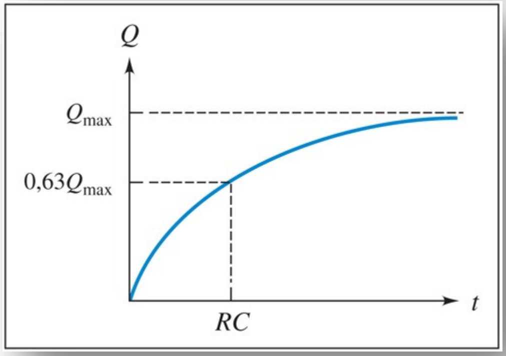
- La résolution de cette équation différentielle nous conduit à

  Charge d'un condensateur

$$\boxed{Q(t) = Q_{max}(1 - e^{-t/RC})}$$

avec $Q_{\max} = C\Delta V_{C\max} = C\mathcal{E}$.

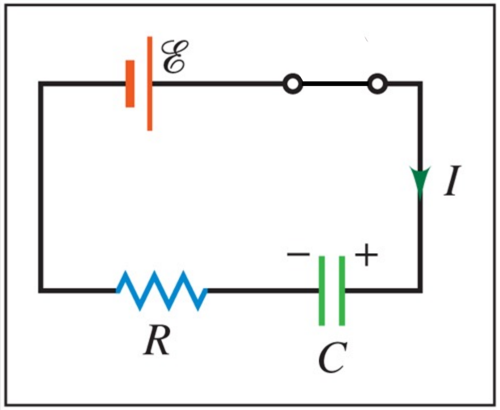


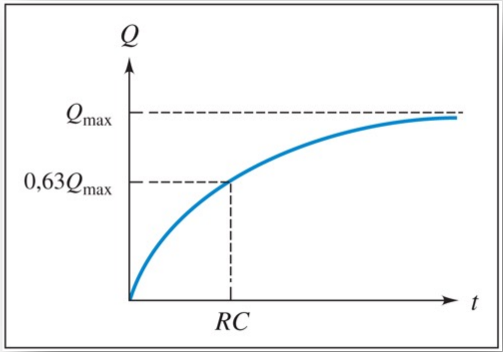


Charge du condensateur

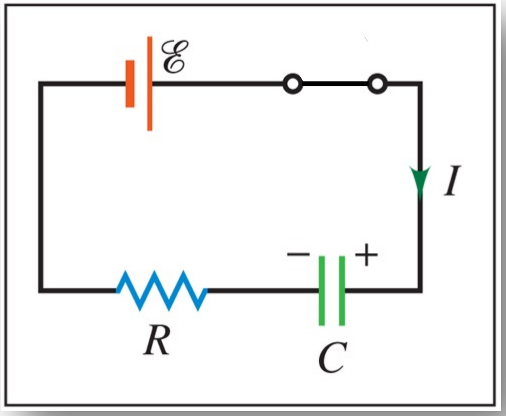
En utilisant la relation $\Delta V_C = Q/C$, on obtient

$$\boxed{\Delta V_C(t) = \Delta V_{C\max}\left(1 - e^{-t/RC}\right) = \mathcal{E}\left(1 - e^{-t/RC}\right)}$$





Charge du condensateur



On peut déterminer le courant qui circule dans le circuit lors de la charge du condensateur à partir de la relation $I = +\mathrm{d}Q/\mathrm{d}t$ et de l'équation de la charge d'un condensateur.

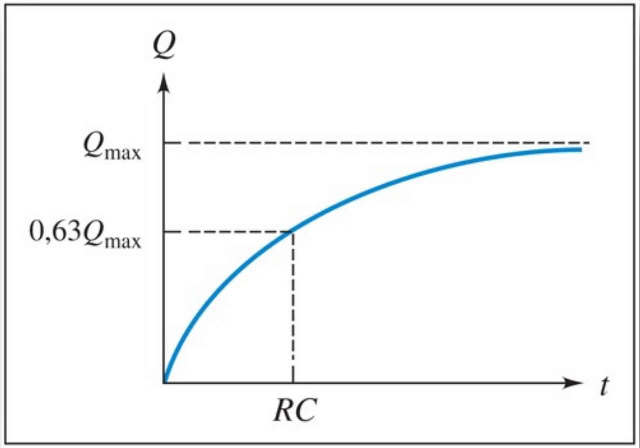
On obtient

$$\boxed{I(t) = I_0 e^{-t/RC}}$$

où $I_0 = Q_{\max}/RC = \Delta V_{C\max}/R = \mathcal{E}/R$ est le courant au temps $t = 0$.

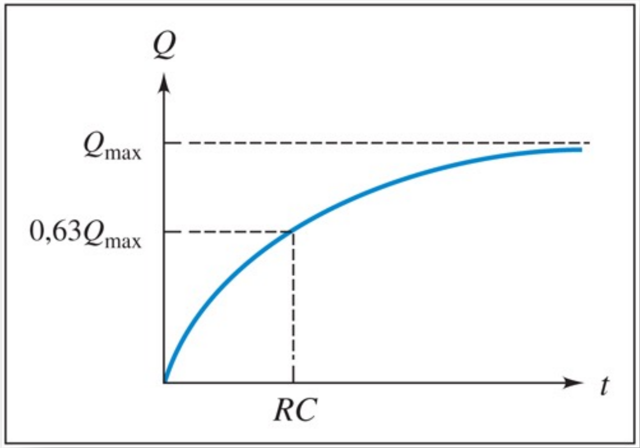
Charge du condensateur

La constante de temps $\tau = RC$ nous indique le temps que met la charge pour monter jusqu'à $Q = Q_{\max}(1 - e^{-1}) = 0{,}63Q_{\max}$, c'est-à-dire à 63 % de sa valeur finale.



$\tau = RC$

Charge du condensateur



La demi-vie $T_{1/2}$ correspond au temps que met le condensateur pour atteindre la moitié de sa charge maximale.

On trouve $T_{1/2}$ en déterminant, à partir de l'équation de charge du condensateur, la valeur de t pour laquelle $Q(t) = Q_{\text{max}}/2$.

En prenant le logarithme naturel et en réarrangeant les termes, on obtient $T_{1/2} = RC \ln 2$.

Le résultat est identique à celui de l'équation correspondant à la décharge d'un condensateur.

Charge du condensateur

La charge par une **source de courant** plutôt que par une source de tension suit une relation linéaire :

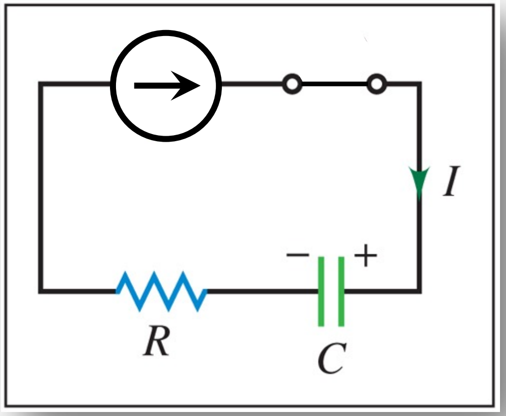
$$\boxed{V_C(t) = \frac{I.t}{C}}$$

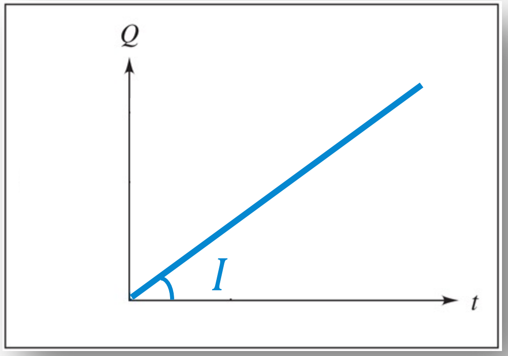
- pente de la charge en fonction du temps égale au courant *I*

- pas de notion de « constante de temps » pour ce type de charge

- pas de limite théorique pour la charge, accumulation supposée infinie

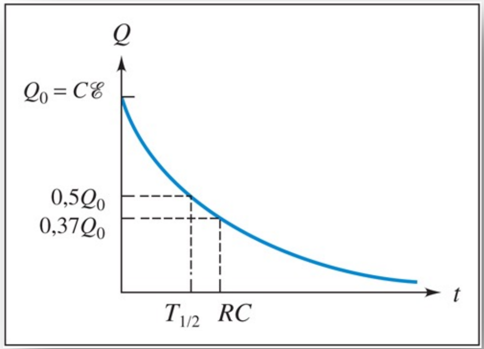
- en pratique → « claquage » du diélectrique lorsque la tension devient trop élevée





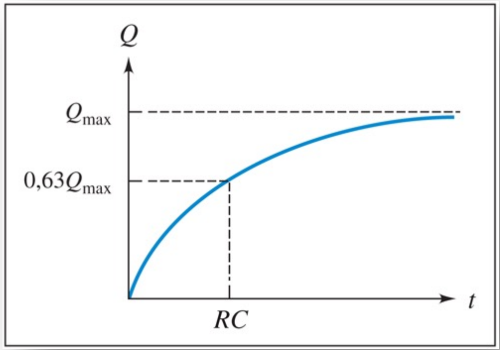
Charge et décharge du condensateur

Décharge de condensateur



$$\boxed{Q(t) = Q_0 e^{-t/RC}}$$

Charge de condensateur



$$\boxed{Q(t) = Q_{max}(1 - e^{-t/RC})}$$

Charge, courant et tension sur C

En électrostatique, **charge** et **tension** sont directement reliées par la valeur de capacité :

$$Q = CV$$

En électrocinétique, la tension évolue dans le temps. La relation entre **courant** et **tension** peut être obtenue en dérivant l'expression fondamentale ci-dessus en fonction du temps :

$$\boxed{I(t) = \frac{\mathrm{d}Q(t)}{\mathrm{d}t} = C\,\frac{\mathrm{d}V(t)}{\mathrm{d}t}}$$

Agenda Cours 12

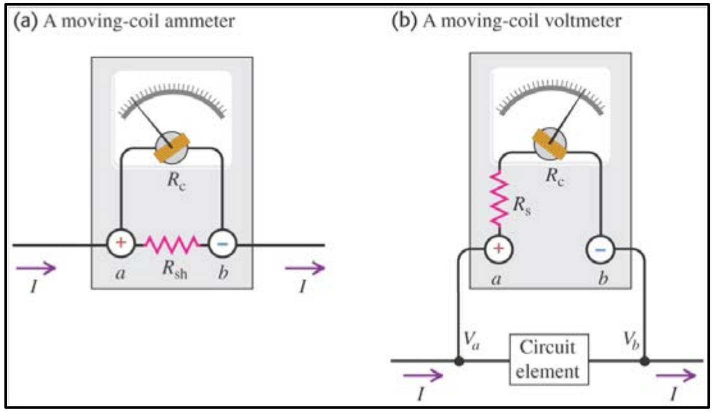
1. **Association de résistances et circuits diviseurs**
2. **Circuits équivalents de Thévenin et de Norton**
3. **Lois de Kirchhoff**
4. **Résoudre des circuits complexes**
5. **Circuits RC**
6. **Instruments de mesure**

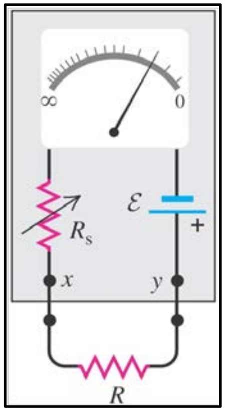
Multimètres digitaux

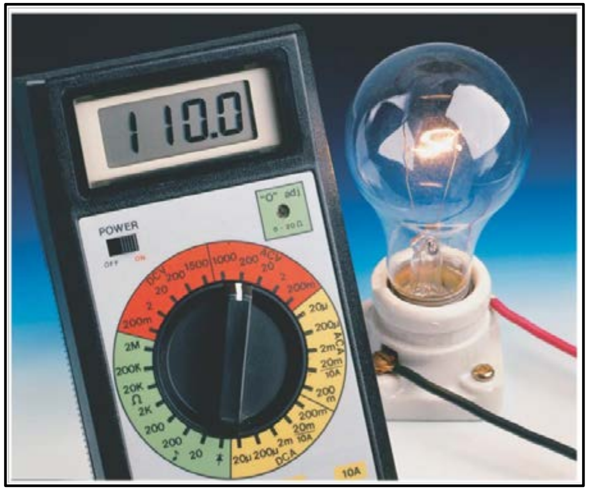
Un multimètre digital mesure courants, tensions, résistances, et parfois aussi capacités, etc … sur de grandes gammes

Instruments de mesure

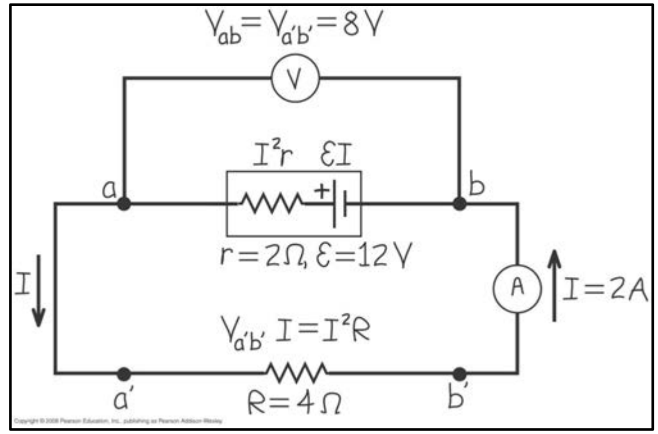
- Ampèremètre
- Voltmètre
- Ohmmètre
- Multimètre





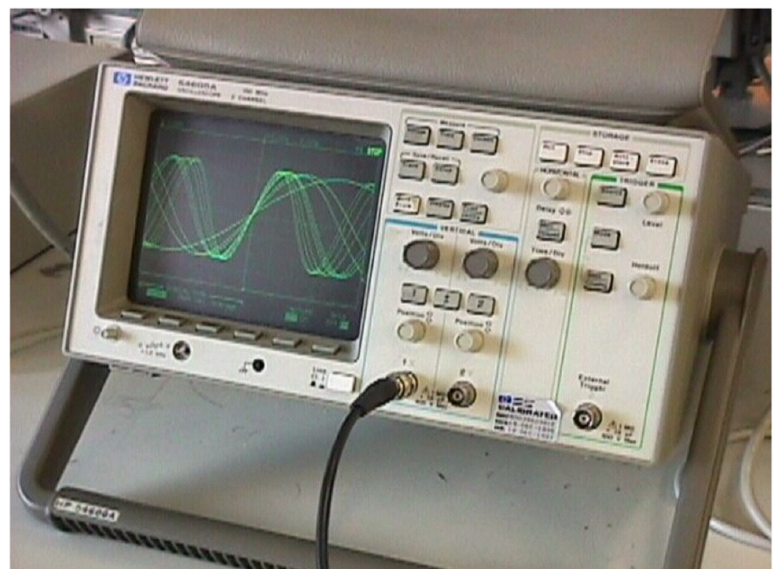


Source de tension



Multimètre

Générateur de signaux



Oscilloscope – Analyseur de signaux

Synthèse du cours 12

- On peut calculer la **résistance équivalente** d'une association de résistances reliées en **série** ou en **parallèle**. En particulier, les **circuits diviseurs** permettent de modifier la tension ou le courant de sources.
- Un circuit peut être remplacé entièrement par son **équivalent de Thévenin** (une source de tension idéale en série avec une résistance) ou de **Norton** (une source de courant idéale en parallèle avec une résistance).
- Les circuits complexes sont résolus en appliquant les lois de Kirchhoff :
  - d'après la **loi des nœuds de Kirchhoff**, la somme algébrique des courants qui entrent dans un nœud et qui en sortent est nulle.
  - d'après la **loi des mailles de Kirchhoff**, la somme algébrique des variations de potentiel dans un parcours fermé est nulle.
- Dans un circuit composé de résistances et de condensateurs, appelé **circuit RC**, la charge et la décharge du condensateur sont décrites par des fonctions exponentielles avec une grandeur caractéristique : la **constante de temps** $\tau = RC$.
- Divers **instruments** sont utiles pour caractériser des circuits électriques ou partie de ceux-ci en pratique (multimètre, oscilloscope, générateur de signaux, piles, …)

Synthèse du cours 12

$$V_2 = Tension = \frac{Travail}{q}$$

$$\left(Volt = \frac{Joule}{Coulomb}\right)$$

$$I_2 = Courant = \frac{\Delta q}{\Delta t}$$

$$\left(Ampère = \frac{Coulomb}{\sec}\right)$$

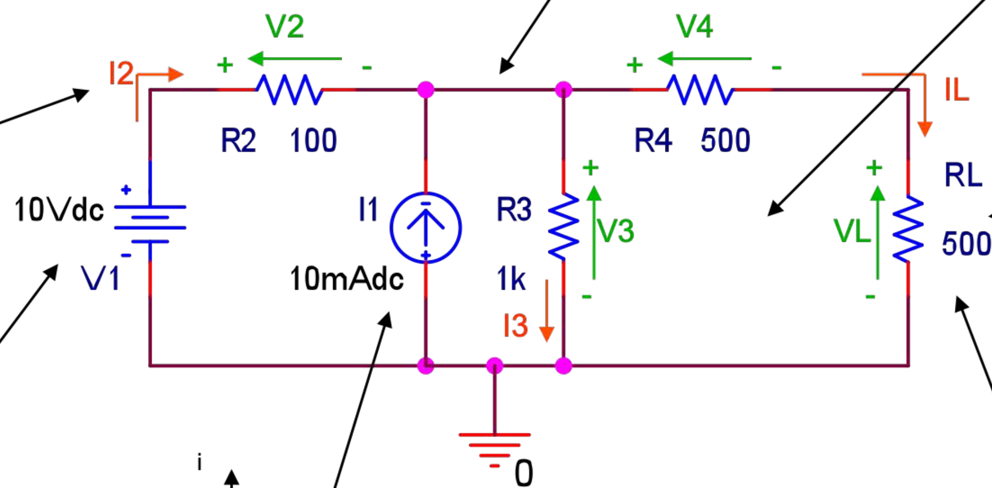
$$\text{Loi de Kirchhoff : } \sum_{Noeud} \pm i_n = 0$$

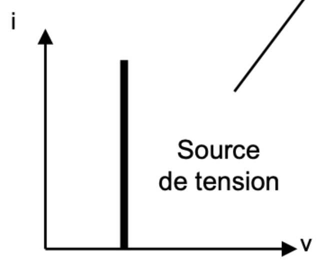
$$I_1 + I_2 - I_3 - I_L = 0$$

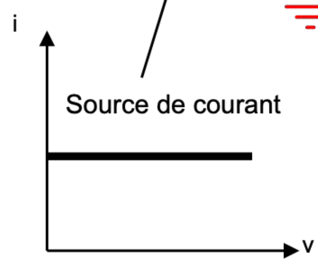
$$\text{Loi de Kirchhoff : } \sum_{Boucle} \pm V_n = 0$$

$$V_3 - V_4 - V_L = 0$$

$$\text{Loi d'Ohm : } V_L = R_L \cdot I_L$$







$$Puissance = \frac{Joule}{\sec} = Watt$$

$$= V \cdot I = R \cdot I^2$$