UCLouvain
École polytechnique de Louvain

LEPL1201
Cours 3 : Loi de Coulomb et champ électrique

Enseignant: **D. Lederer**

Année académique 2022-23

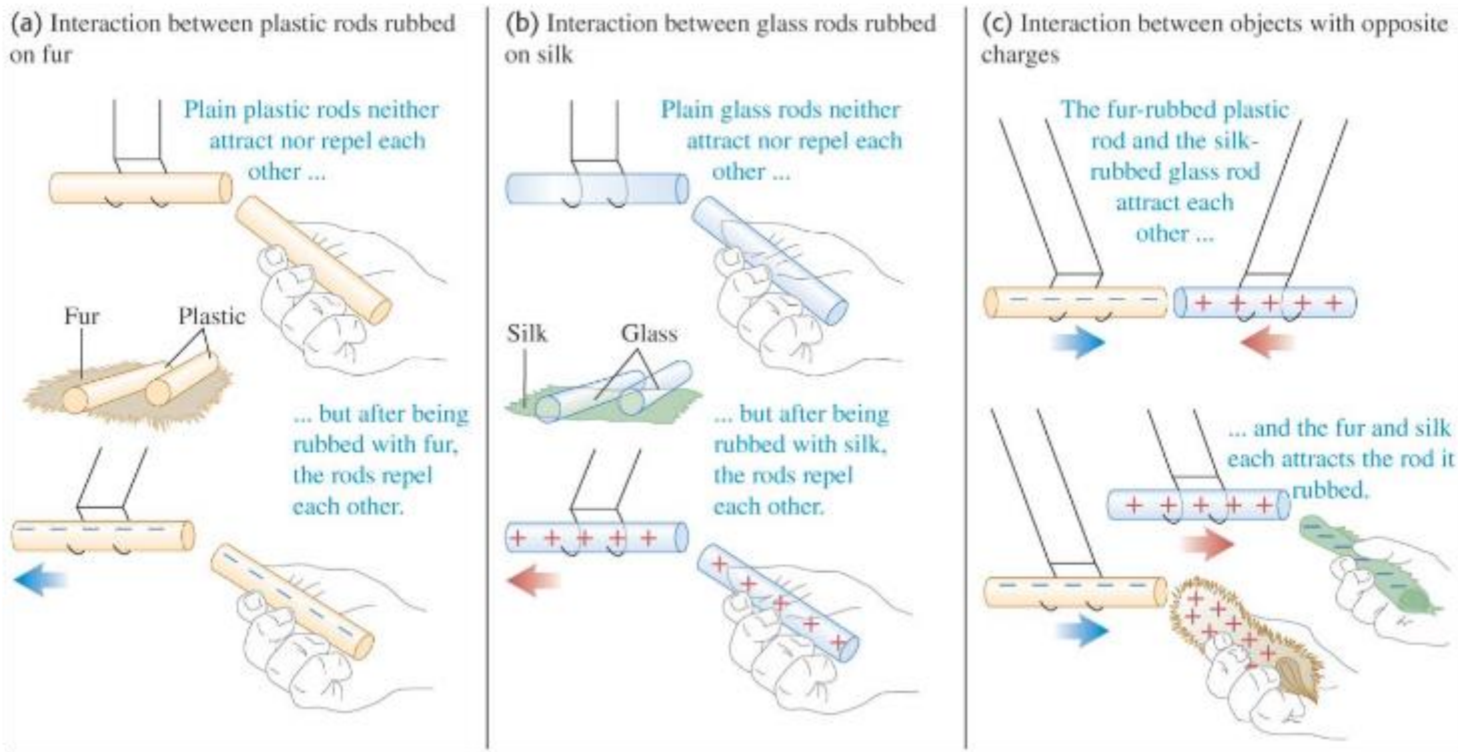
Agenda LEPL1201

S2	Mardi 26/9	**Cours 1** : **Unités, vecteurs, cinématique** + APP le jeudi
S3	Mardi 3/10	**Cours 2** : **Lois de Newton et gravité** (I) + APP le jeudi
S4	Mardi 10/10	**Cours 3** : **Force de Coulomb** + APP le jeudi
S5	Mardi 17/10	**Cours 4** : **Loi de Gauss** + APP le jeudi
S6	Mardi 24/10	**Cours 5** : **Forces de frottement** (and co) + APP le jeudi
S7	Mardi 31/10	**Cours 6 : Travail, énergie, puissance** + APP le jeudi + **Devoir Python**
S8	Mardi 7/11	**Cours 7** : **Potentiel électrique et moments** + APP le jeudi
S9	Mardi 14/11	**Cours 8** : **Capacités et diélectriques** + APP le jeudi + **LABO 1**
S10	Mardi 21/11	**Cours 9** : **Mouvements circulaires** + APP le jeudi
S11	Mardi 28/11	**Cours 10** : **Mécanique des corps rigides** + APP le jeudi
S12	Mardi 5/12	**Cours 11** : **Courant électrique et résistance** + APP le jeudi
S13	Mardi 12/12	**Cours 12** : **Circuit RC** + APP le jeudi
S14		**LABO 2**

Agenda Cours 3

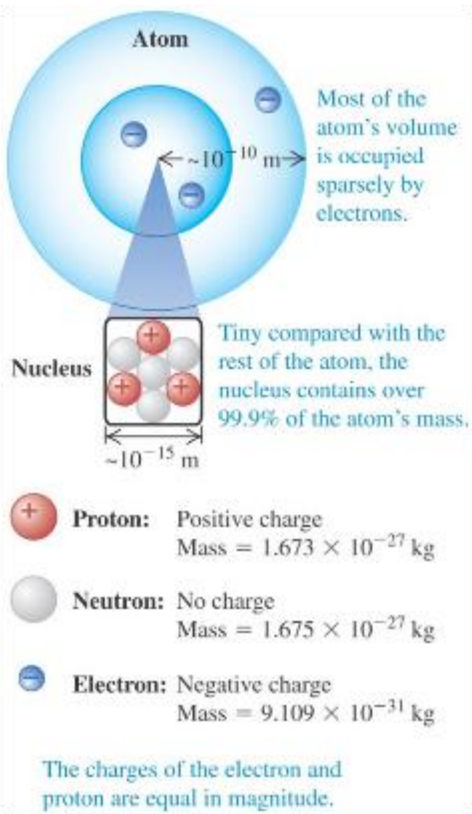
1. Charge électrique
2. Isolants et conducteurs
3. Force électrique – Loi de Coulomb
4. Champ électrique
5. Calculs de champ électrique
6. Lignes de champ électrique

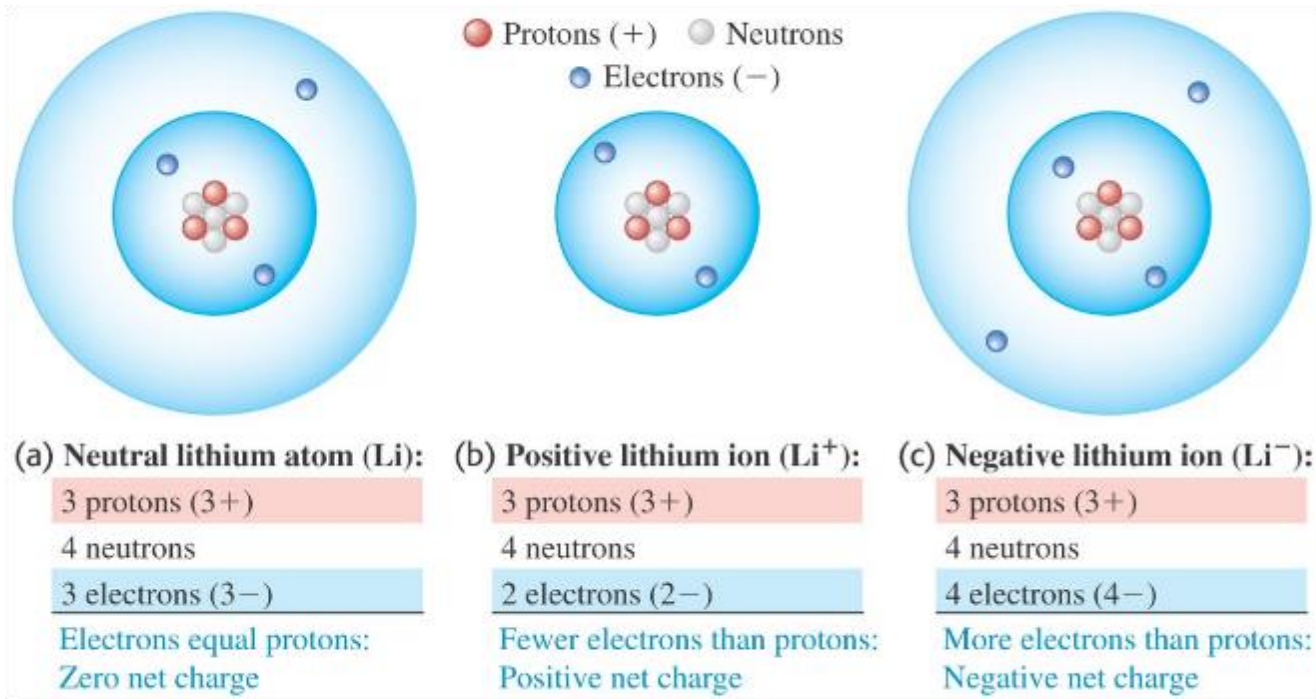
Mise en évidence de la charge



- ❑ Les charges sont de deux types
- ❑ Des charges de même type se **repoussent**, des charges de types opposés **s'attirent**

Origine des charges dans la matière





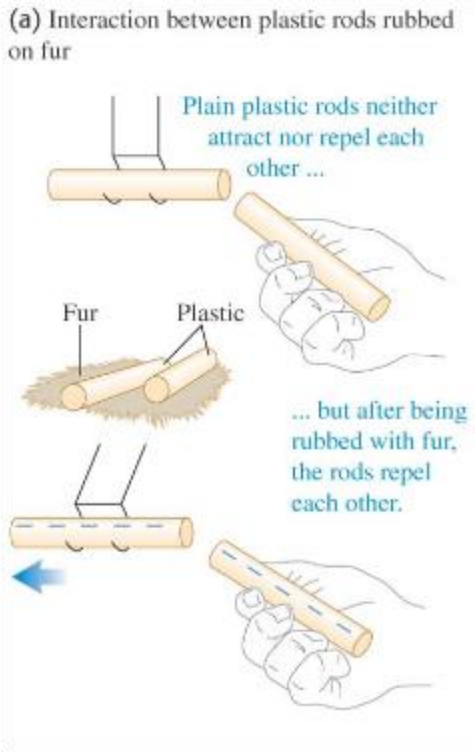
PAR CONVENTION:

- Un **proton** a une charge **positive**
- Un **électron** a une charge **négative**

Caractéristiques de la charge

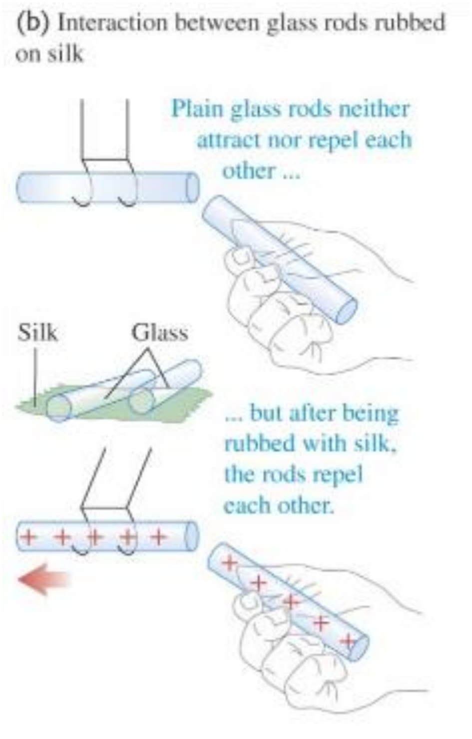
- La charge électrique est une **propriété** de la matière (tout comme la masse !).
- La charge électrique est quantifiée en **Coulombs [C]**.
- Les **amplitudes** des charges du proton et de l'électron sont identiques et valent: $e = 1{,}602\ 10^{-19}$ C.
- **Conservation de la charge**: dans un système isolé, la somme algébrique des charges en présence reste constant.
- Toute charge est un **multiple** entier (positif ou négatif) de e.

Interprétation de l'expérience (1)



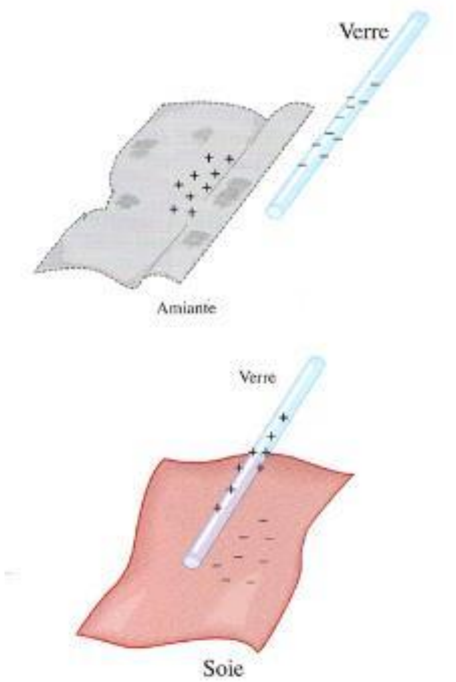
- A cause du frottement, des électrons de la fourrure s'accrochent aux barreaux de plastique, qui deviennent **négativement** chargés.
- La charge acquise est de l'ordre du μC et est un **multiple** de e.

Interprétation de l'expérience (2)



- A cause du frottement, des électrons des barreaux de verre s'accrochent à la soie. Les barreaux de verre deviennent donc **positivement** chargés.
- La charge acquise est de l'ordre du μC et est un **multiple** de e.

Séquence triboélectrique



Amiante
Fourrure (lapin)
Verre
Laine
Quartz
Fourrure (chat)
Plomb
Soie
Peau humaine, aluminium
Coton
Ambre
Cuivre, laiton
Caoutchouc
Soufre
Celluloïd
Caoutchouc des Indes

Affinité croissante pour les électrons

- Lorsque deux substances de la colonne viennent au contact, celle qui est écrite au-dessus se charge positivement. Celle, quelle qu'elle soit, qui vient en-dessous se charge négativement.
- La force, la durée, la vitesse avec laquelle on frotte les matériaux ne changent en rien la séquence triboélectrique.

Autres expériences d'électrostatique

$\sim\mu$C

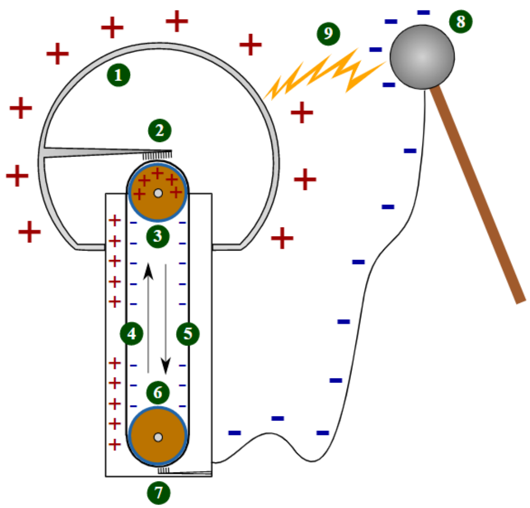
$\sim\mu$C

$\sim$C

$1\mu C = 10^{-6}$C

Générateur de Van de Graaf

Générateur de Van de Graaf

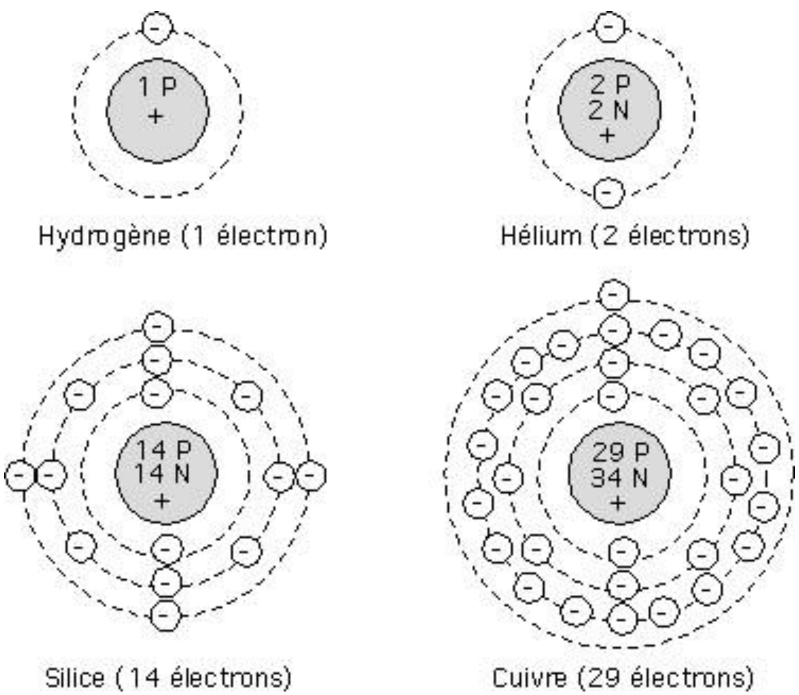


https://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/a/ae/Van_de_Graaff_Generator.svg

Agenda Cours 3

1. Charge électrique
2. Isolants et conducteurs
3. Force électrique – Loi de Coulomb
4. Champ électrique
5. Calculs de champ électrique
6. Lignes de champ électrique

Rappel sur la structure de l'atome

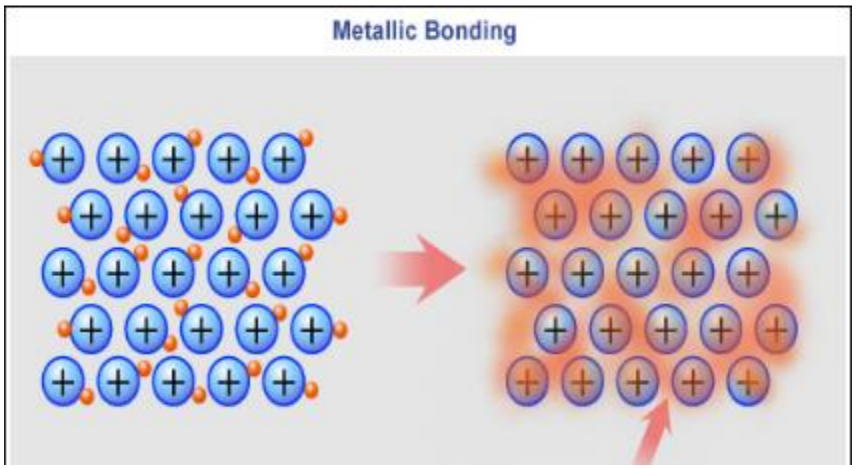


- Les atomes d'éléments différents sont composés d'un nombre **différent** d'électrons et de protons.

- Les électrons se placent sur des orbites autour du noyau en respectant des **règles précises**.

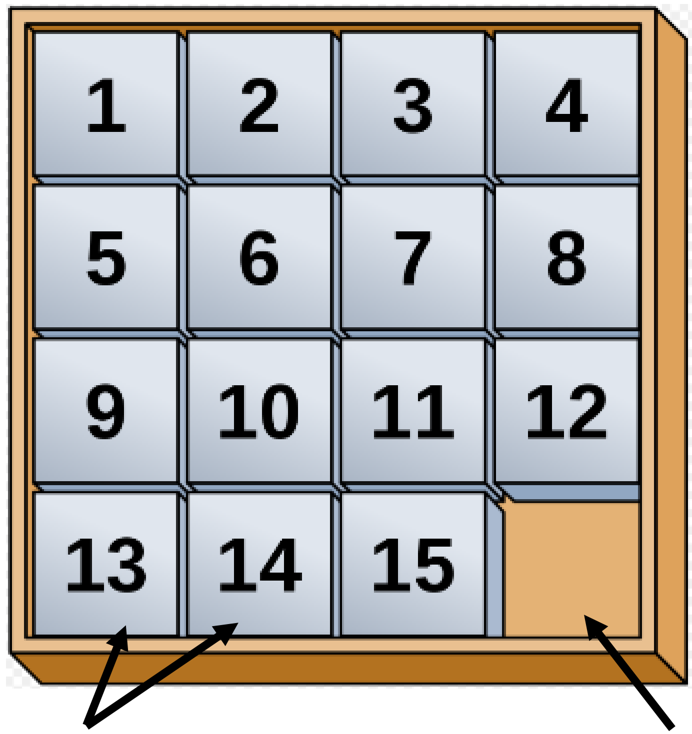
- Les électrons situés sur les orbites externes sont appelés ***électrons de valence***; ils possèdent le plus d'énergie et sont **moins** attirés par le noyau.

Conducteurs et isolants



- Dans un métal, les électrons de valence sont **très faiblement liés** à leur atome. Le métal contient ainsi un grand nombre **d'électrons libres**.
- Ces électrons libres forment un **gaz** qui peut se **déplacer** au milieu des ions positifs immobiles.
- Le matériau est dit « **conducteur** ».
- Par contre, les atomes des **isolants retiennent fortement** leurs propres électrons qui sont donc beaucoup moins libres.
- La matériau est dit « **non conducteur** ».

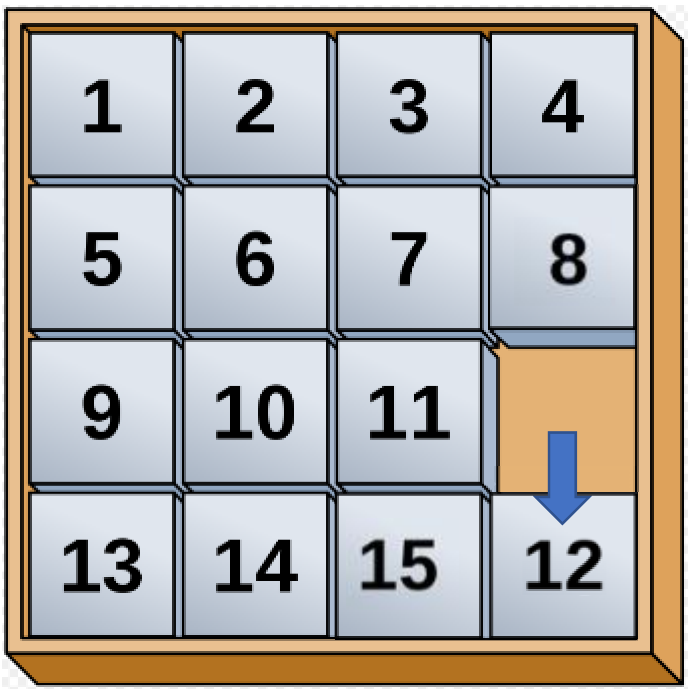
Taquin, électrons et trous (1)



électrons

“trou” ou déficience d’électrons

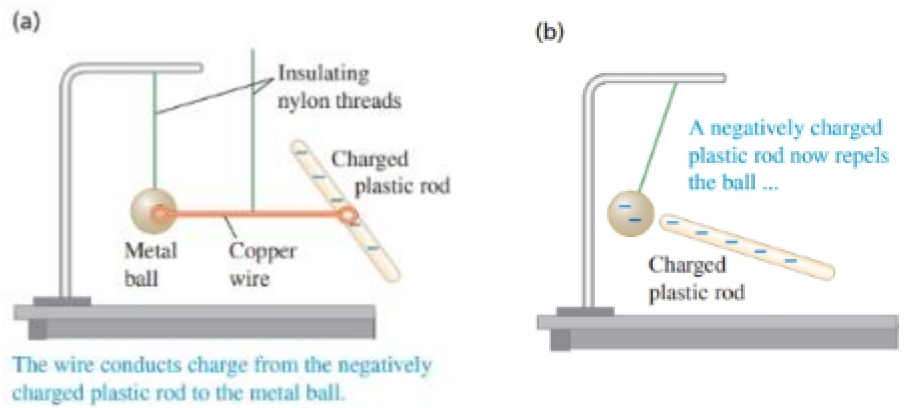
Taquin, électrons et trous (2)



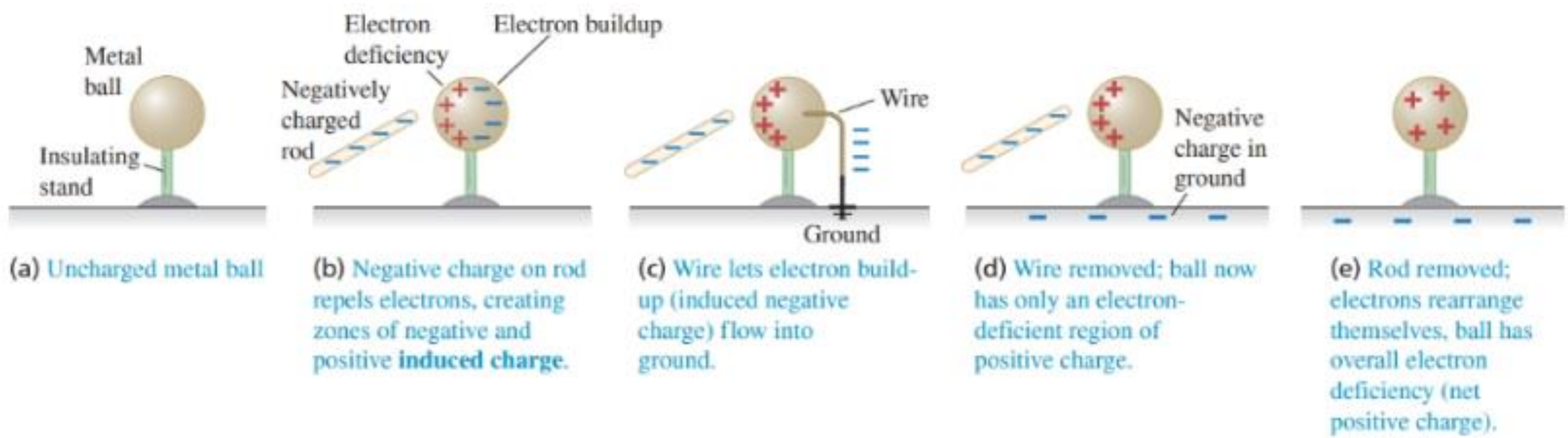
- Est-ce l'électron ou le "trou" qui se déplace ?
  Les **deux** !
- Une charge **positive** qui apparait à un endroit d'un conducteur correspond à un **déficit d'électrons**.

Comment charger un conducteur

- ❑ Par **contact:**

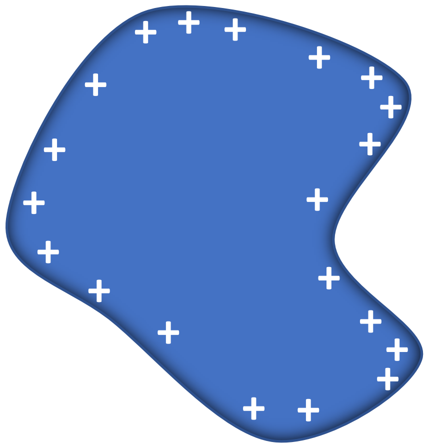


- ❑ Par **induction**



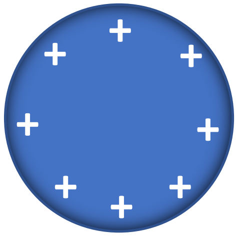
Caractéristiques d'un conducteur chargé

- Les charges se **repoussent** mutuellement et se répartissent sur la **surface extérieure du conducteur**, quelle que soit sa forme.

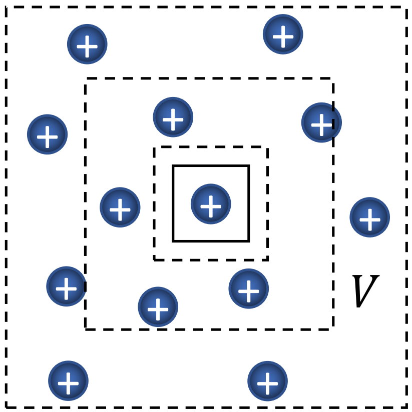


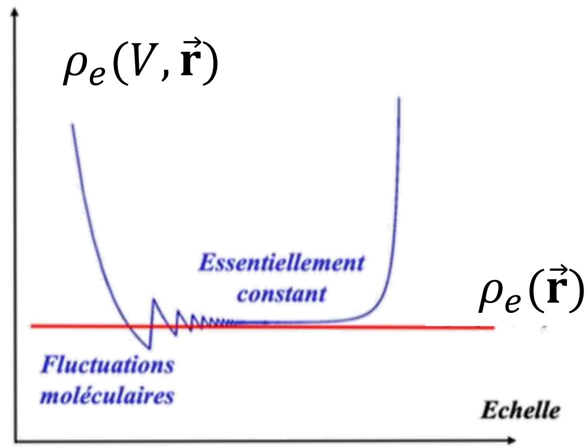
- Les charges **se concentrent dans les pointes (« effet de pointe »)**.

- En raison de la **symétrie** du problème, les charges se répartissent **uniformément sur la surface** d'un conducteur **sphérique**.



Densité de charge volumique





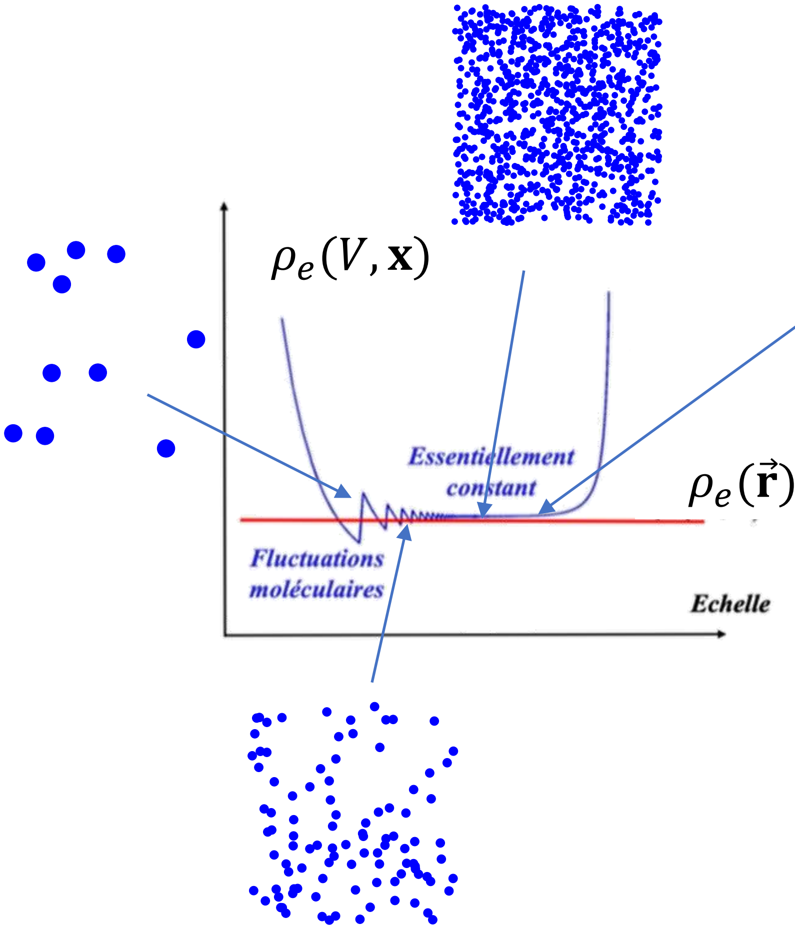
- Dans la vie de tous les jours, on rencontre rarement des problèmes à une ou qqs charges …

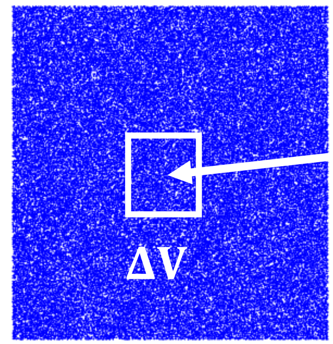
- Pour un volume $V(\vec{\mathbf{r}})$ donné, on définit la **densité de charge volumique:**

$$\rho_e(V, \vec{\mathbf{r}}) = \frac{\sum q_i}{V(\vec{\mathbf{r}})} = \frac{Q}{V(\vec{\mathbf{r}})} \quad [\mathrm{C/m^3}]$$

où Q est la charge totale comprise dans $V(\vec{\mathbf{r}})$. C'est une fonction de V car la charge est distribuée dans l'espace de manière **discrète**, et la densité peut varier dans l'espace à l'échelle **macroscopique**.

Distributions discrète et continue



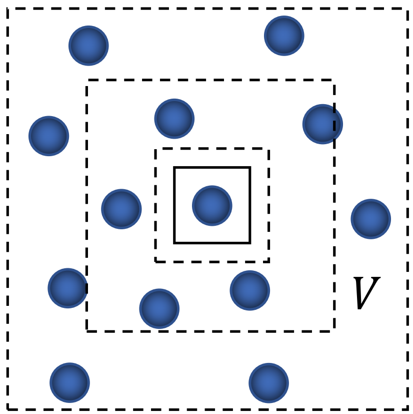


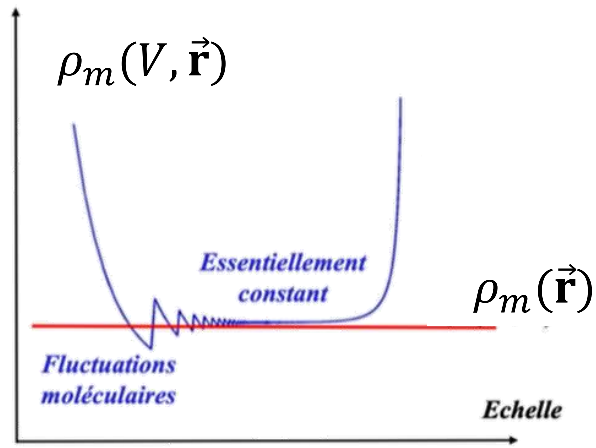
$$\Delta Q(\vec{\mathbf{r}}) = \rho_e(\vec{\mathbf{r}})\Delta \mathrm{V}$$

- Au-delà d’un certain volume (ou une certaine quantité de charges élémentaires) $\rho_v(V)$ devient constant et on considère que la distribution est **continue (mais pas forcément uniforme!)**

- Nous n’allons dans ce cours considérer que des distributions **discrètes à une ou quelques charges**, ainsi que des **distributions continues.**

Densité de masse volumique

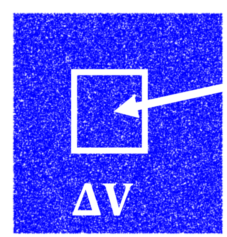




- ❑ Ces concepts s'appliquent aussi à la **matière (faite d'atomes)!**

- ❑ Pour un volume $V(\vec{\mathbf{r}})$ donné, on définit la **densité de masse volumique:**

$$\rho_m(V,\vec{\mathbf{r}}) = \frac{\sum m_i}{V(\vec{\mathbf{r}})} = \frac{M}{V(\vec{\mathbf{r}})} \text{ [kg/m}^3\text{]}$$

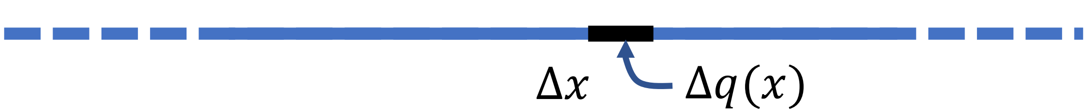


$$\Delta M(\vec{\mathbf{r}}) = \rho_m(\vec{\mathbf{r}})\Delta \mathrm{V}$$

où M est la masse totale comprise dans $V(\vec{\mathbf{r}})$. C'est une fonction de V car la charge est distribuée dans l'espace de manière **discrète**, et la densité peut varier dans l'espace à l'échelle **macroscopique**.

Charges distribuées

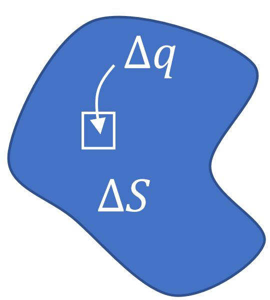
- La distribution **continue** des charges peut aussi exister:
  - dans une seule dimension => distribution **linéique:**



$$\lambda(x) = \frac{\Delta q(x)}{\Delta x}\,[\mathrm{C/m}]$$

$$\Delta q(x) = \lambda(x)\Delta x\ [\mathrm{C}]$$

  - dans deux dimensions => distribution **surfacique**



$$\sigma(x, y) = \frac{\Delta q(x, y)}{\Delta S}\,[\mathrm{C/m^2}]$$

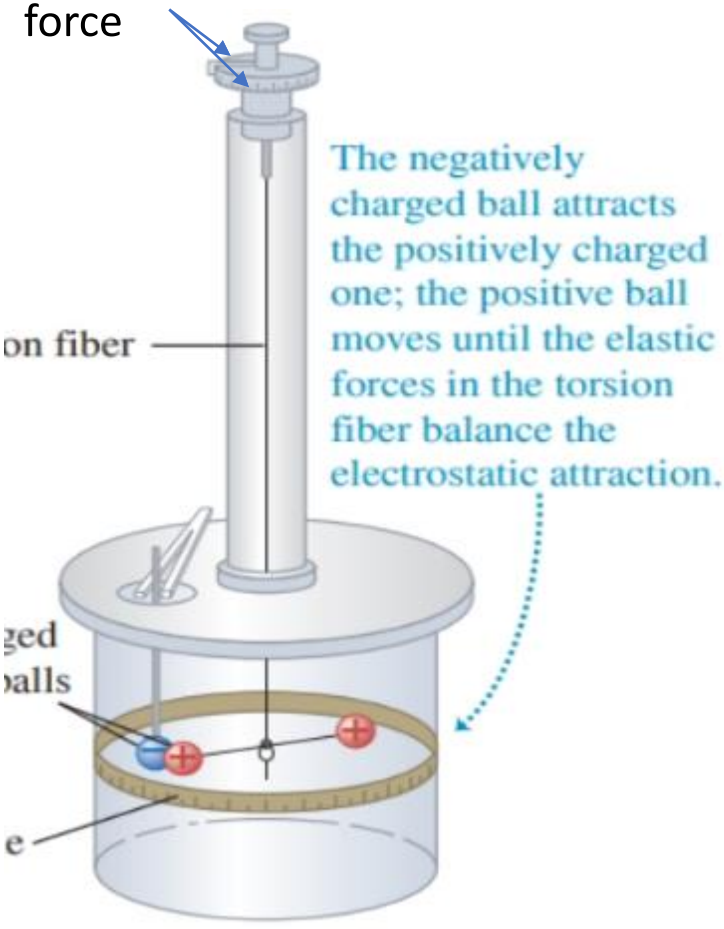
$$\Delta q(x, y) = \sigma(x, y)\Delta \mathrm{S}\ [\mathrm{C}]$$

Agenda Cours 3

1. Charge électrique
2. Isolants et conducteurs
3. Force électrique – Loi de Coulomb
4. Champ électrique
5. Calculs de champ électrique
6. Lignes de champ électrique

Quantification de la force électrique

Aiguille et graduation indiquant la force

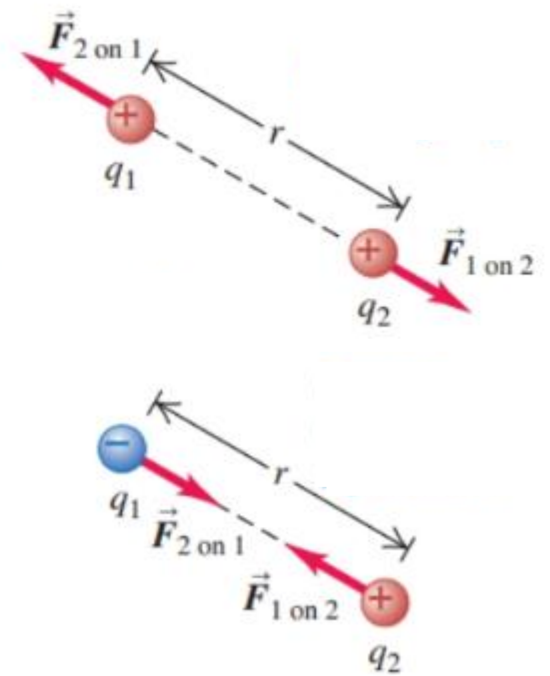


- Comment **quantifier** les interactions entre les charges ?
- Réponse donnée en 1784 par Charles Augustin de Coulomb en utilisant une **balance à torsion**
- *La force électrique est proportionnelle au produit des deux charges et inversément proportionnelle au carré de la distance entre les deux charges.*

Loi de Coulomb

$$F = k\left|\frac{q_1 q_2}{r^2}\right|$$

- $k = 8{,}988\ 10^9\ \mathrm{Nm^2/C^2}$
- $k = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}$ avec $\varepsilon_0 = 8{,}85\ 10^{-12}\ \mathrm{C^2/Nm^2}$
- La force électrique est **orientée** selon la **droite** qui passe par les deux charges.
- Elle est **répulsive** (resp. **attractive**) si les deux charges sont de **mêmes** signes (resp. signes **opposés**).
- En vertu de **la 3ème loi de Newton**, la force due à q_1 sur q_2 est l'opposée de la force due à q_2 sur q_1.



$$\vec{\mathbf{F}}_{1\ on\ 2} = -\vec{\mathbf{F}}_{2\ on\ 1}$$

$$\vec{\mathbf{F}}_{21} = -\vec{\mathbf{F}}_{12}$$

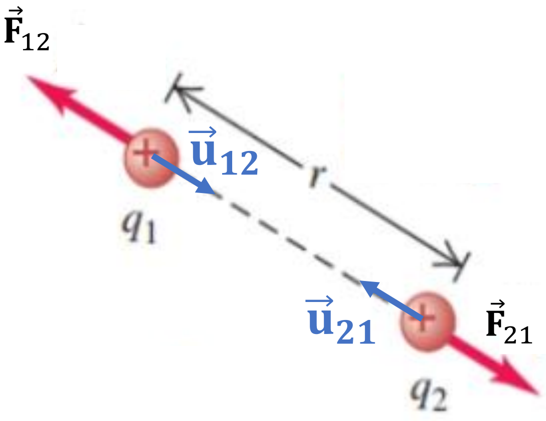
Représentation vectorielle

- La force électrostatique peut être représentée par un **vecteur**.

- Sa **norme** est donnée par la loi de Coulomb: $F_{12} = F_{21} = k \left|\frac{q_1 q_2}{r^2}\right|$

- Sous **forme vectorielle**, cette force s'écrit:

$$\boxed{\vec{\mathbf{F}}_{\mathbf{21}} = k\,\frac{q_1 q_2}{r^2}\,\vec{\mathbf{u}}_{\mathbf{12}}}$$



- **Note:** $\vec{\boldsymbol{F}}_{\mathbf{12}} = -\vec{\boldsymbol{F}}_{\mathbf{21}} = k\,\frac{q_1 q_2}{r^2}\left(-\vec{\mathbf{u}}_{\mathbf{12}}\right) = k\,\frac{q_1 q_2}{r^2}\,\vec{\mathbf{u}}_{\mathbf{21}}$

Loi de Coulomb et loi de la gravitation universelle

$$\vec{\mathbf{F}}_{\mathbf{21}} = k\,\frac{q_1 q_2}{r^2}\,\vec{\mathbf{u}}_{\mathbf{12}}$$

$$\vec{\mathbf{F}}_{\mathbf{BA}} = -G\,\frac{m_A m_B}{r^2}\,\vec{\mathbf{u}}_{\mathbf{AB}}$$

- Toutes deux sont valables pour des charges ou masses **ponctuelles**.
- Toutes deux agissent à **distance**.
- Même formalisme mathématique:
  - q_1, q_2 = **propriété** de la matière
  - m_A, m_B = **propriété** de la matière
  - **dépendence en $\mathbf{1/r^2}$**
- De ces deux lois dérivent des **concepts** physiques et des propriétés qui sont très **semblables**.

Différences entre les deux lois

- La force **électrique** est **répulsive** ou **attractive**, alors que la **force de gravitation** est nécessairement **attractive**.

- Les **ordres de grandeur** sont radicalement différents:

  - $k = 8{,}988\ 10^9\ \mathrm{Nm^2/C^2}$

  - $G = 6{,}67\ 10^{-11}\ \mathrm{Nm^2/kg^2}$

- Exemple: $m_A = m_B = 1\ \mathrm{kg}, r = 1\ \mathrm{m}\ \Rightarrow\ F_g = G\dfrac{m_A m_B}{r^2} \approx 6{,}7\ 10^{-11}\ \mathrm{N}$

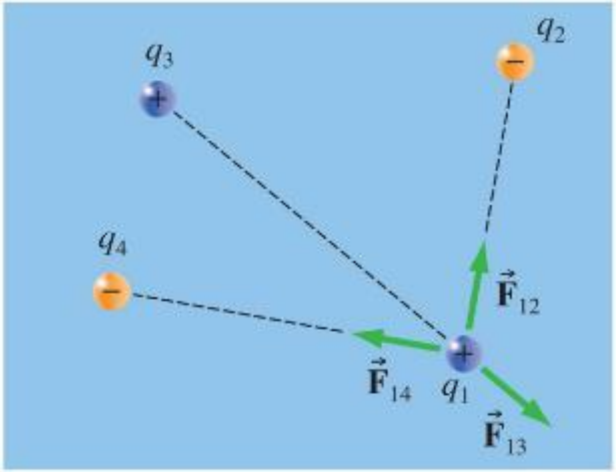
  $q_1 = q_2 = 1\ \mathrm{C},\ r = 1\ \mathrm{m}\ \Rightarrow\ F_e = k\frac{q_1 q_2}{r^2} \approx 9\ 10^9\ \mathrm{N}$!!!

  Même si $q_1 = q_2 = 1\ \mu\mathrm{C}$ $\quad F_e/F_g \approx 10^6$!!!

Principe de superposition

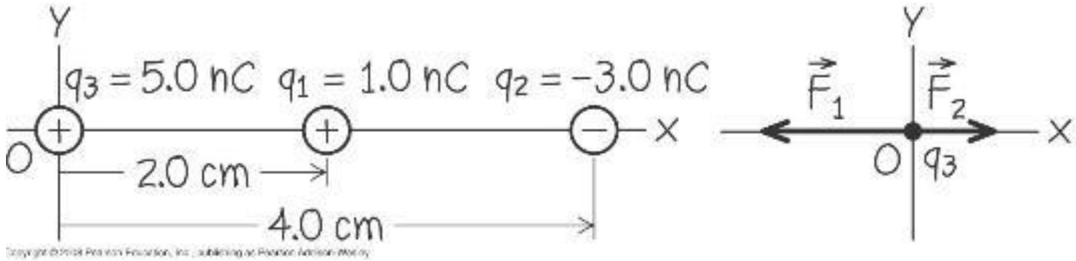
- L’expérience nous montre que si plusieurs charges sont présentes:
  - chacune des charges agit sur les **autres** charges,
  - et que la force **résultante** sur une charge est la **somme vectorielle** des forces exercées par les autres charges.
  - On en déduit **le principe de superposition**: $\vec{\mathbf{F}}_{\mathbf{j}} = \sum_{i \neq j} \vec{\mathbf{F}}_{\mathbf{ji}}$

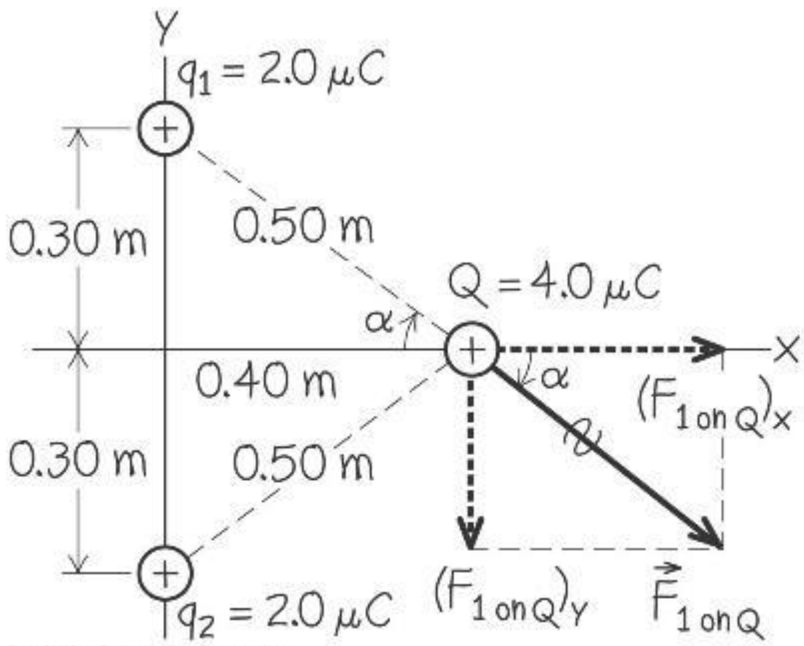
Exemple:



$$\vec{\mathbf{F}}_{\mathbf{1}} = \vec{\mathbf{F}}_{\mathbf{12}} + \vec{\mathbf{F}}_{\mathbf{13}} + \vec{\mathbf{F}}_{\mathbf{14}}$$

Exemples à 3 charges





$$|\vec{F}_1| = 9\,10^{9} \cdot \frac{4\,10^{-6} \cdot 2\,10^{-6}}{0{,}5^2} = 0{,}29\ N$$

$$F_{1x} = 0{,}29 \cdot \cos\alpha = 0{,}29 \cdot \frac{0{,}4}{0{,}5} = 0{,}23\ N$$

$$F_{1y} = -0{,}29 \sin\alpha = -0{,}17\ N$$

$$\hookrightarrow \frac{0{,}3}{0{,}5}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} F_x = 2 * 0{,}23 = 0{,}46\ N \\ F_y = -0{,}17 + 0{,}17 = 0 \end{cases}$$

Agenda Cours 3

1. Charge électrique
2. Isolants et conducteurs
3. Force électrique – Loi de Coulomb
4. Champ électrique
5. Calculs de champ électrique
6. Lignes de champ électrique

Champ électrique (1)

- Lorsque deux charges ponctuelles sont en présence, l'une "sent" la présence de l'autre.

$$\vec{\mathbf{F}}_\mathbf{0} = k\,\frac{q_0 Q}{r^2}\,\vec{\mathbf{u}}$$

- Ceci signifie qu'une charge **modifie** les propriétés du **milieu** qui l'entoure.

Champ électrique (2)

1/ Retirons q_0 du point *P*

2/ Replaçons cette charge test en *P*

- La force qui s'applique sur q_0 est **proportionnelle** à q_0.

$$\vec{\mathbf{F}}_\mathbf{0} = k\frac{q_0 Q}{r^2}\vec{\mathbf{u}} = q_0\left(k\frac{Q}{r^2}\vec{\mathbf{u}}\right)$$

- Ce facteur de proportionnalité est par définition le **champ électrique**:

$$\boxed{\vec{\mathbf{E}} = k\frac{Q}{r^2}\vec{\mathbf{u}}} \quad \text{tel que} \quad \boxed{\vec{\mathbf{F}}_\mathbf{0} = q_0\vec{\mathbf{E}}}$$

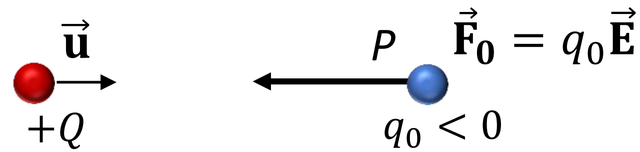
- Le champ $\vec{\mathbf{E}}$ en *P* est **généré** par Q.

- Le champ électrique **ne** dépend **que** de la charge "**source**" (Il ne dépend pas de q_0).

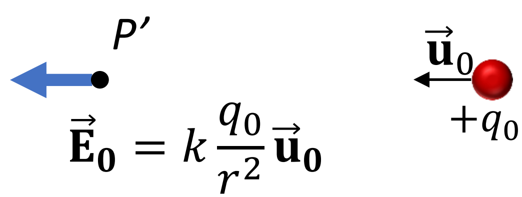
Champ électrique (3)

si $q_0 > 0$:

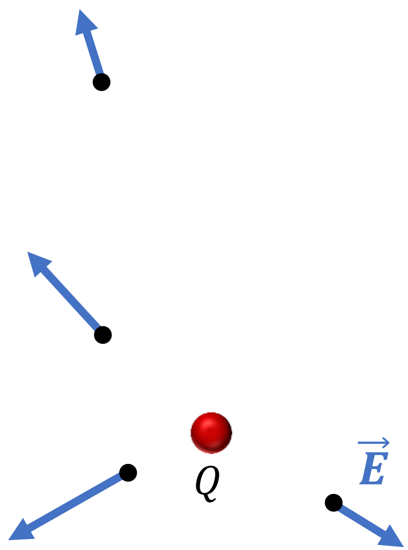
si $q_0 < 0$:



- ❑ Ne pas confondre **champ** électrique et **force !**
- ❑ Puisque $\vec{\mathbf{F}}_{\mathbf{0}} = q_0 \vec{\mathbf{E}}$ **,** $\vec{\mathbf{F}}_{\mathbf{0}}$ et $\vec{\mathbf{E}}$ sont de sens **opposés** si $\boldsymbol{q_0}$ **< 0**.
- ❑ Toute charge génère un champ électrique, donc q_0 aussi! :



Champ électrique (4)



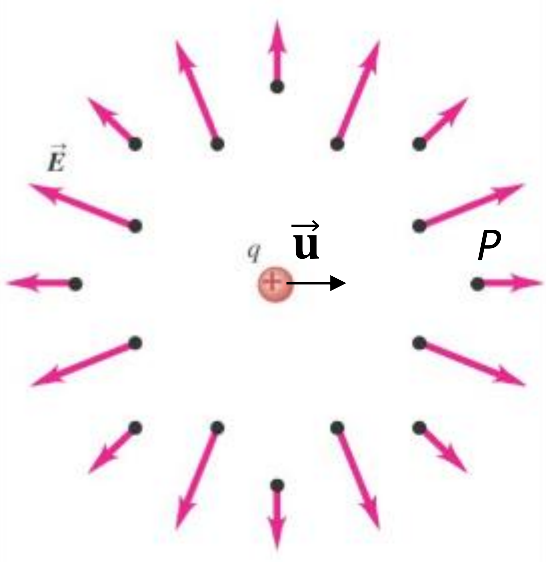
- L’amplitude du champ $\vec{\mathbf{E}}$ **décroit** en $\frac{1}{r^2}$, tout comme la force.

$$\vec{\mathbf{E}} = k\,\frac{Q}{r^2}\,\vec{\mathbf{u}}\ \text{[N/C]}$$

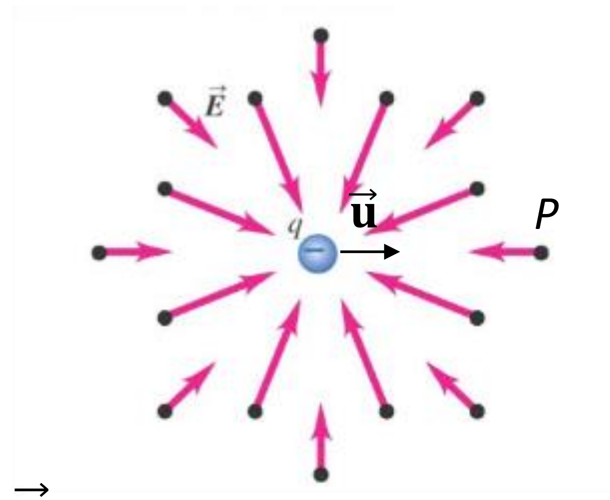
- En présence d’une charge, le champ $\vec{\mathbf{E}}$ existe donc en **tout point** de l’espace.

- Quand **plusieurs** charges sont en présence, **chacune** génère son propre champ électrique.

Champ électrique (5)



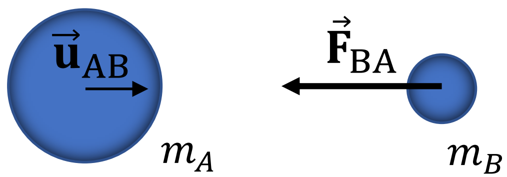
$$\vec{\mathbf{E}} = k\,\frac{q}{r^2}\,\vec{\mathbf{u}}$$



- Le champ électrique est **aligné** sur la droite passant par Q et le point d'observation.
- Lorsque la charge est **positive**, le champ électrique pointe **vers "l'infini".**
- Lorsque la charge est **négative**, le champ électrique pointe **vers la charge**.

Champ gravitationnel

- Lorsque deux corps sont en présence, l'un "sent" la présence de l'autre.



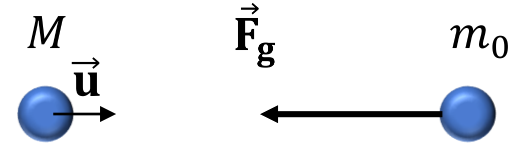
$$\vec{\mathbf{F}}_{\mathrm{BA}} = -G\,\frac{m_A m_B}{r^2}\,\vec{\mathbf{u}}_{\mathrm{AB}}$$

- Ceci signifie qu'une **masse** modifie les propriétés du milieu qui l'entoure.

- On définit le **champ gravitationnel (qui ne dépend pas de $\boldsymbol{m_B}$)**:

$$\vec{\mathbf{g}}_{\mathbf{A}} = -G\,\frac{m_A}{r^2}\,\vec{\mathbf{u}}_{\mathrm{AB}} \quad \text{[N/kg]} \quad \text{tel que} \quad \vec{\mathbf{F}}_{\mathrm{BA}} = m_B\,\vec{\mathbf{g}}_{\mathbf{A}}$$

Champ électrique et champ gravitationnel



$$\vec{\mathbf{F}}_{\mathbf{e}} = k\frac{q_0 Q}{r^2}\vec{\mathbf{u}}$$

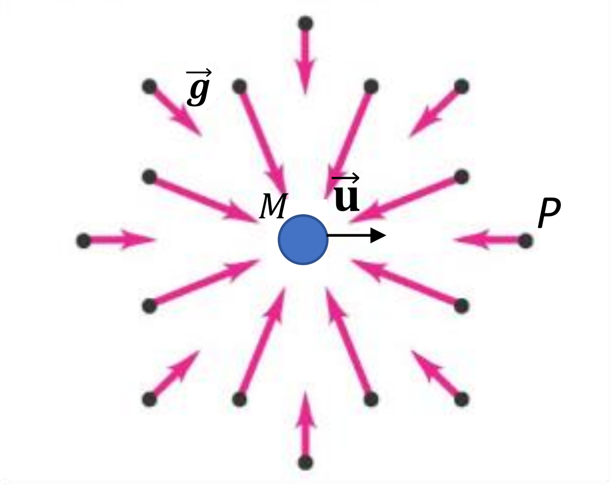
$$\vec{\mathbf{F}}_{\mathbf{g}} = -G\frac{m_0 M}{r^2}\vec{\mathbf{u}}$$

$$\vec{\mathbf{E}} = k\frac{Q}{r^2}\vec{\mathbf{u}}$$

$$\vec{\mathbf{g}} = -G\frac{M}{r^2}\vec{\mathbf{u}}$$

- Le champ **ne** dépend **que** de la “**source**”.
  (Il ne dépend pas de q_O ou de m_O)

Champ gravitationnel d’une masse ponctuelle



- Le **champ gravitationnel** généré par une masse pointe nécessairement **vers cette masse**.

Agenda Cours 3

1. Charge électrique
2. Isolants et conducteurs
3. Force électrique – Loi de Coulomb
4. Champ électrique
5. Calculs de champ électrique
6. Lignes de champ électrique

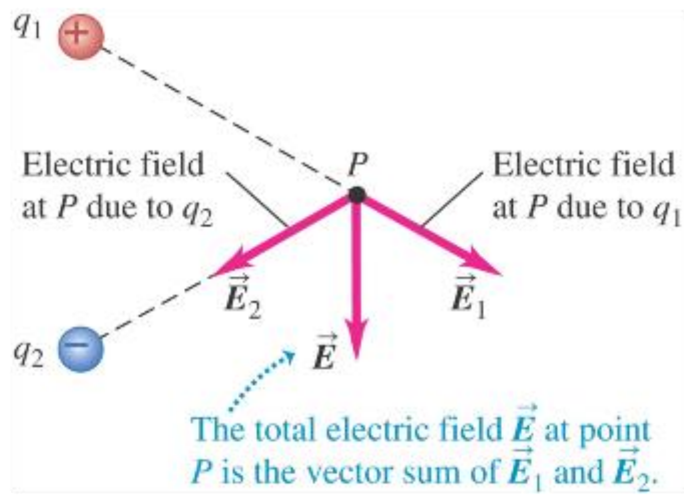
Principe de superposition

- En présence de plusieurs charges ponctuelles, on peut appliquer le **principe de superposition** des forces:

$$\vec{\mathbf{F}} = \vec{\mathbf{F}}_1 + \vec{\mathbf{F}}_2 + \vec{\mathbf{F}}_3 + \ \dots$$
$$= q\vec{\mathbf{E}}_1 + q\vec{\mathbf{E}}_2 + q\vec{\mathbf{E}}_3 + \ \dots$$
$$= q\left(\vec{\mathbf{E}}_1 + \vec{\mathbf{E}}_2 + \vec{\mathbf{E}}_3 + \ \dots\right)$$
$$= q\vec{\mathbf{E}}$$

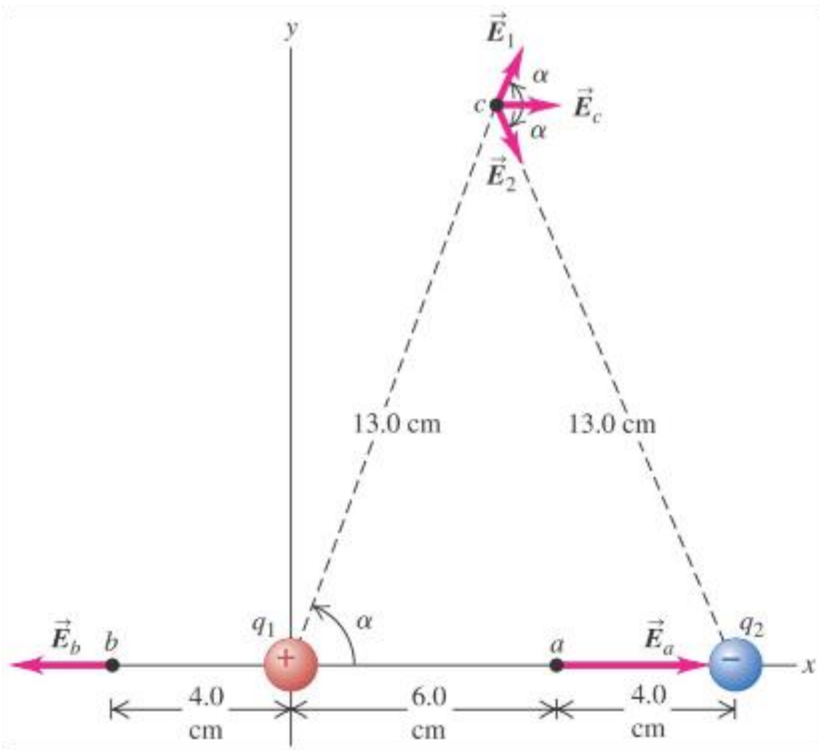
où

$$\vec{\mathbf{E}} = \vec{\mathbf{E}}_1 + \vec{\mathbf{E}}_2 + \vec{\mathbf{E}}_3 + \ \dots$$



- Le principe de **superposition** s'applique donc aussi au **champ électrique**.

Charges ponctuelles



$q_1 = 12$ nC $\qquad$ $q_2 = -12$ nC

en a : $9\,10^9 \dfrac{12\,10^{-9}}{(0,06)^2} + 9\,10^9 \dfrac{12\,10^{-9}}{(0,04)^2} = 3\,10^4 + 6,8\,10^4$ N/C

$= 9.8\,10^4$ N/C.

$\vec{E}_a = 9.8\,10^4$ N/C $\hat{\imath}$

en b : $-9\,10^9 \dfrac{12\,10^{-9}}{(0,04)^2} + 9\,10^9 \dfrac{12\,10^{-9}}{(0,14)^2} = (-6,8 + 0,55)\,10^4$ N/C.

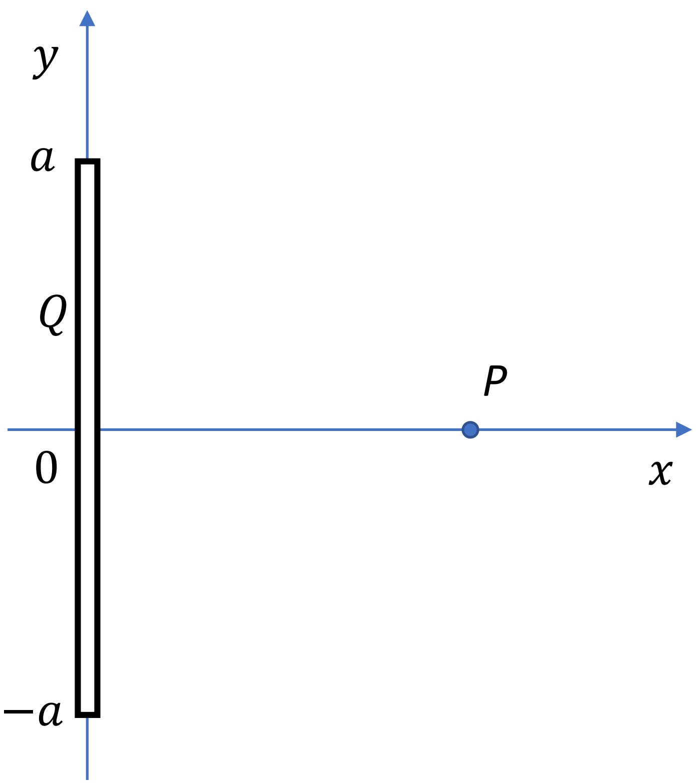
$\vec{E}_b = -6,2\,10^4$ N/C $\hat{\imath}$

en c : $E_1 = 9\,10^9 \dfrac{12\,10^{-9}}{(0,13)^2} = 6,39\,10^3$ N/C.

$\Rightarrow \vec{E}_c = \underbrace{2 * 6,39\,10^3 * \frac{5}{13}}_{4,9\,10^3}$ N/C $\hat{\imath}$

Charge linéique rectiligne uniforme (1)

- ❑ Comment calculer le champ E en un point P de x?



1/ **décomposer** la “source” du champ en un ensemble de “petits” éléments de charge dQ

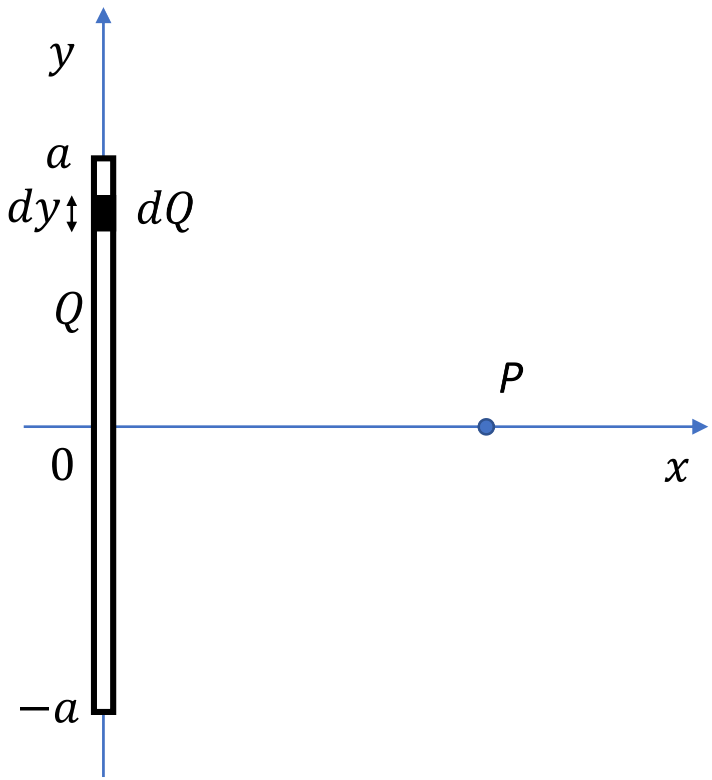
2/ calculer le **champ** $d\vec{\mathbf{E}}$ dû à dQ en P en considérant dQ comme une **charge ponctuelle**

3/ appliquer le **principe de superposition** et sommer (= intégrer) les contributions de chaque élément de charge au champ total

(considérer la symétrie du problème)

Charge linéique rectiligne uniforme (2)

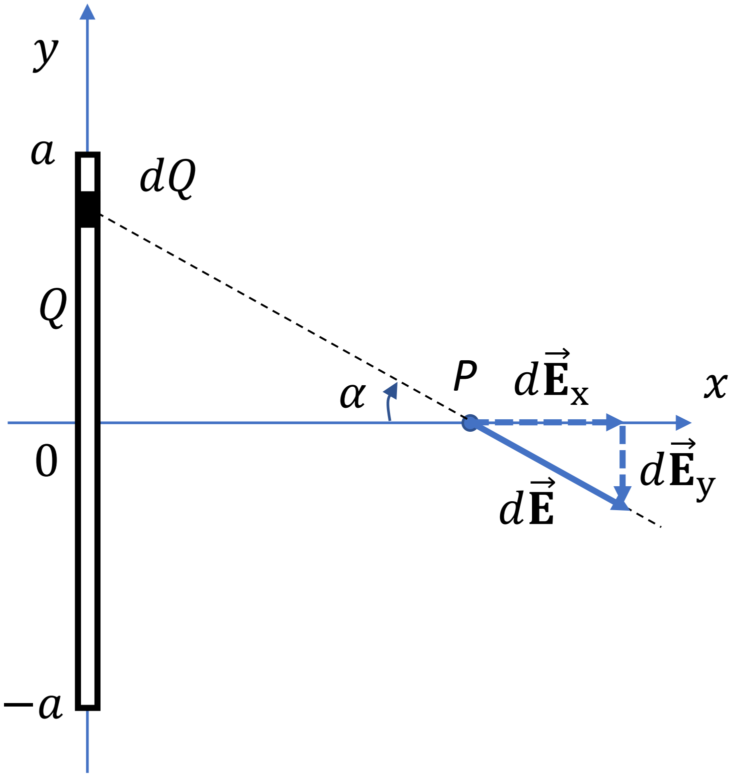
1/ **décomposer** la “source” du champ en un ensemble de “petits” éléments de charge dQ



- On définit la densité de charge linéique: $\lambda = \dfrac{Q}{2a}\,[\mathrm{C/m}]$
- $dQ = \lambda dy$ [C]

Charge linéique rectiligne uniforme (3)

2/ calculer le **champ** $d\vec{\mathbf{E}}$ dû à dQ en *P* en considérant dQ comme une **charge ponctuelle**



- En *P*, $d\vec{\mathbf{E}}$ dû à dQ:

$$d\vec{\mathbf{E}} = \begin{bmatrix} dE_x \\ dE_y \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} dE\cos\alpha \\ -dE\sin\alpha \\ 0 \end{bmatrix}$$

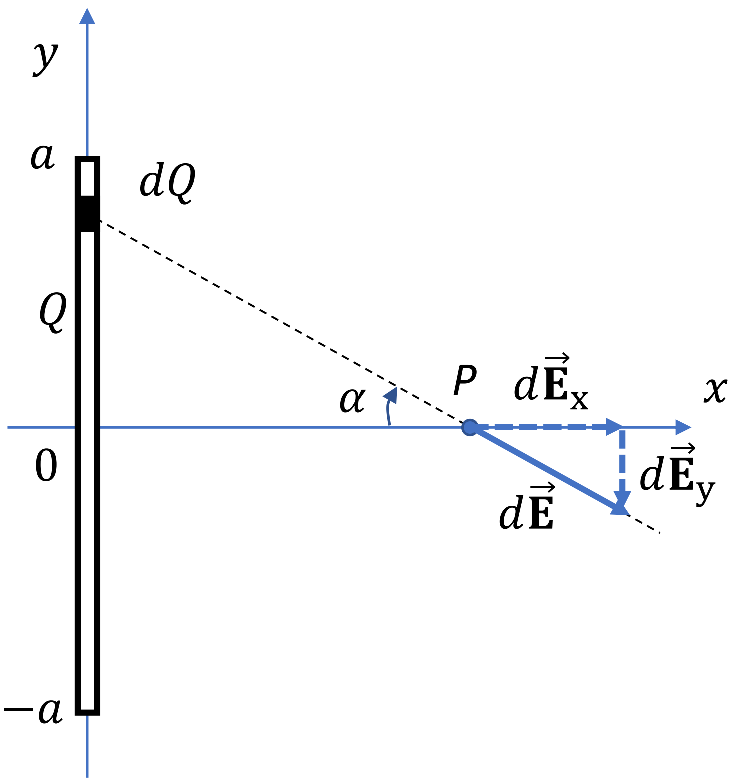
avec:

$$dE = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{dQ}{r^2} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q}{2a}\frac{dy}{(x^2+y^2)}$$

et: $\cos\alpha = \frac{x}{\sqrt{x^2+y^2}}$ et $\sin\alpha = \frac{y}{\sqrt{x^2+y^2}}$

Charge linéique rectiligne uniforme (4)

3/ appliquer le **principe de superposition** et sommer (= intégrer) les contributions de chaque élément de charge au champ total



- En *P*, on écrit:

$$\vec{\mathbf{E}} = \int_{-a}^{a} d\vec{\mathbf{E}}$$

- Et donc:

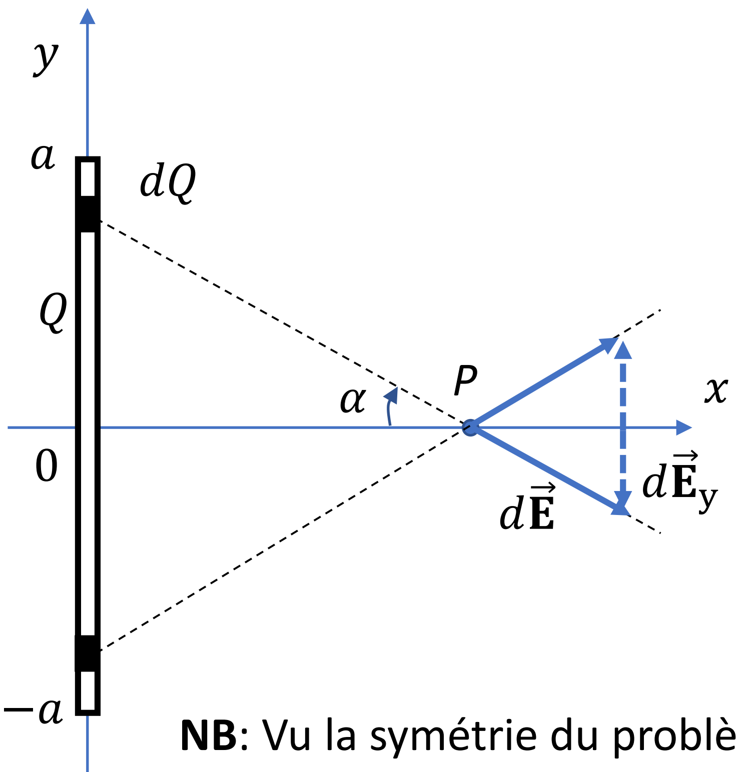
$$E_x = \int_{-a}^{a} dE_x$$

$$E_y = \int_{-a}^{a} dE_y$$

$$E_z = \int_{-a}^{a} dE_z = 0$$

Charge linéique rectiligne uniforme (5)

3/ appliquer le **principe de superposition** et sommer (= intégrer) les contributions de chaque élément de charge au champ total



- En *P*, on écrit:

$$\vec{\mathbf{E}} = \int_{-a}^{a} d\vec{\mathbf{E}}$$

- Et donc:

$$E_x = \int_{-a}^{a} dE_x$$

$$E_y = \int_{-a}^{a} dE_y$$

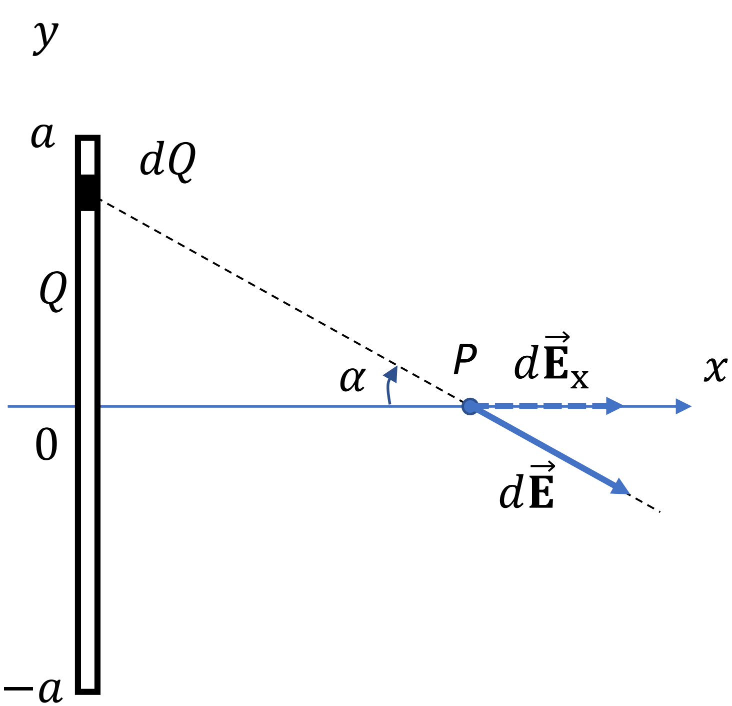
$$E_z = \int_{-a}^{a} dE_z = 0$$

NB: Vu la symétrie du problème, à chaque élément dQ situé en (0,y) correspond un autre élément dQ situé en (0,-*y*). Leurs composantes dE_y se compensent.

On en déduit donc (sans calcul !): $E_y = \int_{-a}^{a} dE_y = 0$!

Charge linéique rectiligne uniforme (6)

3/ appliquer le **principe de superposition** et sommer (= intégrer) les contributions de chaque élément de charge au champ total

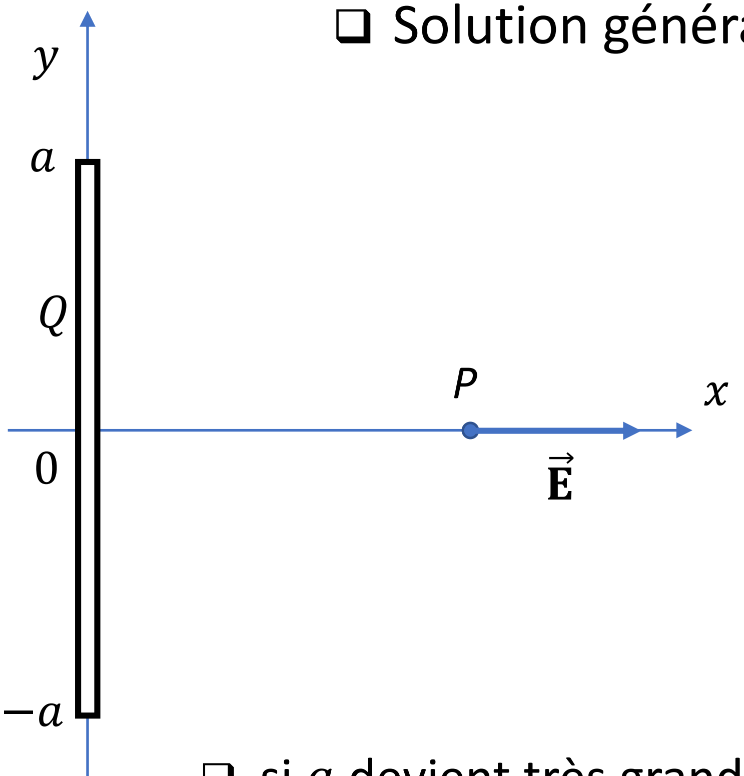


- Il reste à calculer: $E_x = \int_{-a}^{a} dE_x$

- Exprimons dE_x en fonction de la variable d'intégration y :
$$dE_x = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{Q}{2a}\frac{x dy}{\sqrt{(x^2+y^2)^3}}$$

- On trouve alors:
$$E_x = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\;\frac{Q}{2a}\int_{-a}^{a}\frac{x dy}{(x^2+y^2)^{3/2}}$$
$$= \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{Q}{x\sqrt{x^2+a^2}}$$

Charge linéique rectiligne uniforme : cas extrêmes



❑ Solution générale en $y = 0$: $\vec{\mathbf{E}} = \begin{bmatrix} \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{Q}{x\sqrt{x^2 + a^2}} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$

❑ si x devient très grand:

$$E \approx \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{Q}{x^2}$$

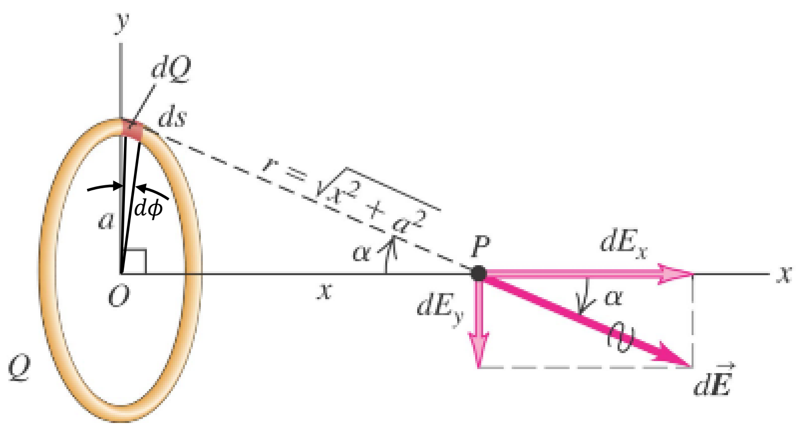
cas d'une une charge **ponctuelle** !

❑ si a devient très grand (**fil infini**):

$$E \approx \frac{1}{2\pi\varepsilon_0} \frac{1}{x} \frac{Q}{(2a)} = \frac{1}{2\pi\varepsilon_0} \frac{\lambda}{x} \Rightarrow \boxed{\vec{\mathbf{E}} = \frac{1}{2\pi\varepsilon_0} \frac{\lambda}{x} \vec{\mathbf{a}}_x}$$

Anneau chargé uniformément

- Etapes de calcul identiques à celles du fil chargé



- Densité de charge linéique: $\lambda = \frac{Q}{2\pi a}$
- $dQ = \lambda ds$ où $ds = a d\phi$
  $= \frac{Q}{2\pi} d\phi$
- En P, $d\vec{\mathbf{E}}$ dû à dQ:

$$d\vec{\mathbf{E}} = \begin{bmatrix} dE_x \\ dE_y \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} dE \cos\alpha \\ -dE \sin\alpha \\ 0 \end{bmatrix}$$

- avec:

$$dE = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{dQ}{r^2} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{Q}{2\pi} \frac{d\phi}{(x^2+a^2)}$$

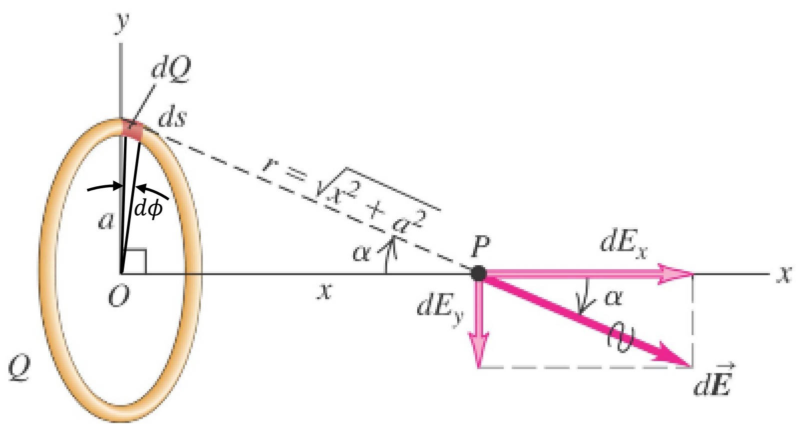
$$dE_x = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{Q}{2\pi} \frac{x d\phi}{(x^2+a^2)^{3/2}}$$

$$\Rightarrow \quad E_x = \int_0^{2\pi} dE_x = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{Q}{2\pi} \frac{x}{(x^2+a^2)^{3/2}} \int_0^{2\pi} d\phi = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{Qx}{(x^2+a^2)^{3/2}} \qquad E_y = 0 \text{ (par sym)}$$

Anneau chargé uniformément : cas extrêmes

- ❑ Solution générale en $y = 0$:

$$\vec{\mathbf{E}} = \begin{bmatrix} \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Qx}{(x^2+a^2)^{3/2}} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

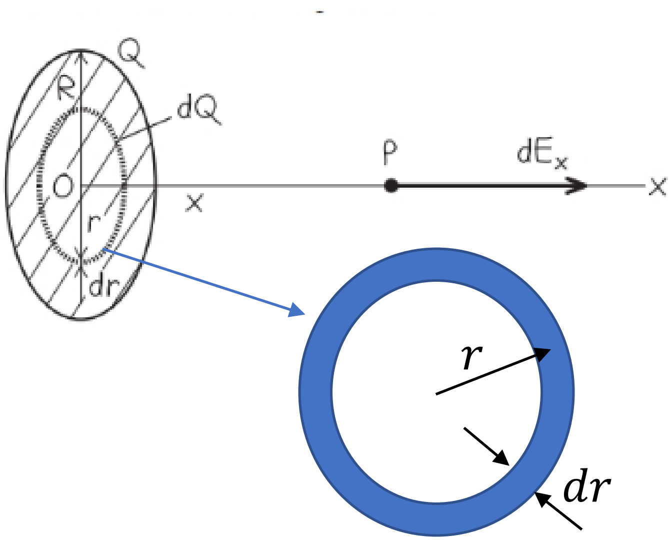


- En x = 0: $E = 0$ (symétrie)
- Si x devient très grand:
- $E \approx \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Qx}{(x^2)^{3/2}} \approx \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q}{x^2}$

cas d'une une charge **ponctuelle** !

Disque chargé

❑ Décomposition en anneaux et application du principe de superposition:



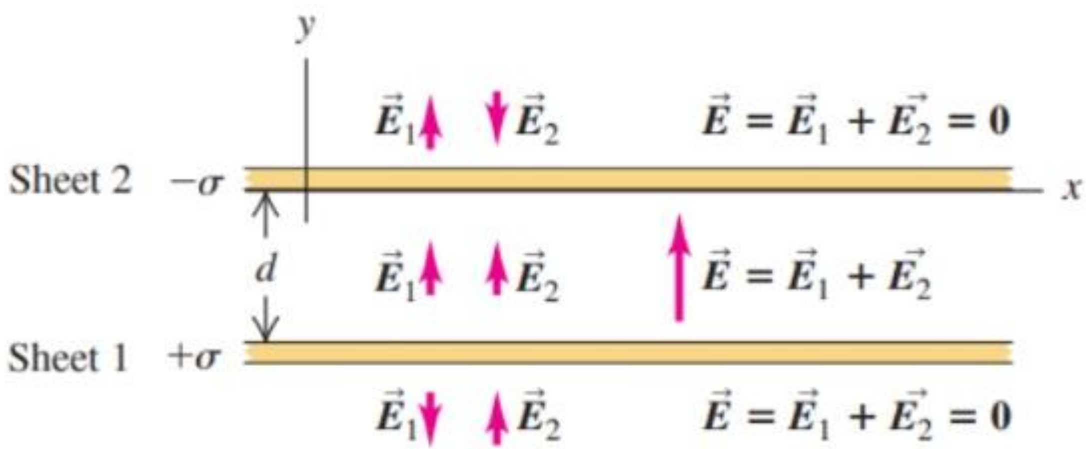
- Un anneau de rayon r et de charge dQ génère un champ dE_x
- $dQ = \sigma\underbrace{(2\pi r\, dr)}_{\text{surface de l'anneau}}$ avec $\sigma = Q/\pi R^2$ [C/m²]
- $dE_x = \dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0}\dfrac{x\sigma(2\pi r\, dr)}{(x^2+r^2)^{3/2}}$
- $E_x = \int_0^R dE_x = \dfrac{\sigma x}{2\epsilon_0}\int_0^{2\pi}\dfrac{2r}{(x^2+r^2)^{3/2}}dr$
  $= \dfrac{\sigma}{2\epsilon_0}\left[1 - \dfrac{1}{\sqrt{(R^2/x^2)+1}}\right]$

- si R devient très grand: $E_x = \dfrac{\sigma}{2\varepsilon_0}$ ⇒ $\vec{\mathbf{E}} = \dfrac{\sigma}{2\varepsilon_0}\vec{\mathbf{a}}_x$

cas d'une **plaque infinie chargée uniformément**

Deux plaques parallèles

❑ Application du principe de superposition:



❑ Entre les plaques:

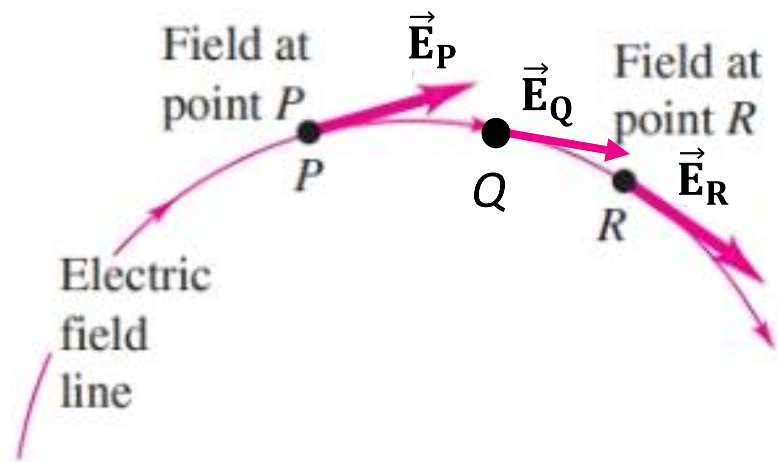
$$\vec{\mathbf{E}} = \vec{\mathbf{E}}_{\mathbf{1}} + \vec{\mathbf{E}}_{\mathbf{2}} = E_{1x}\vec{\mathbf{e}}_{\mathbf{x}} + E_{2x}\vec{\mathbf{e}}_{\mathbf{x}} = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\vec{\mathbf{e}}_{\mathbf{x}} + \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\vec{\mathbf{e}}_{\mathbf{x}} = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}\vec{\mathbf{e}}_{\mathbf{x}}$$

Agenda Cours 3

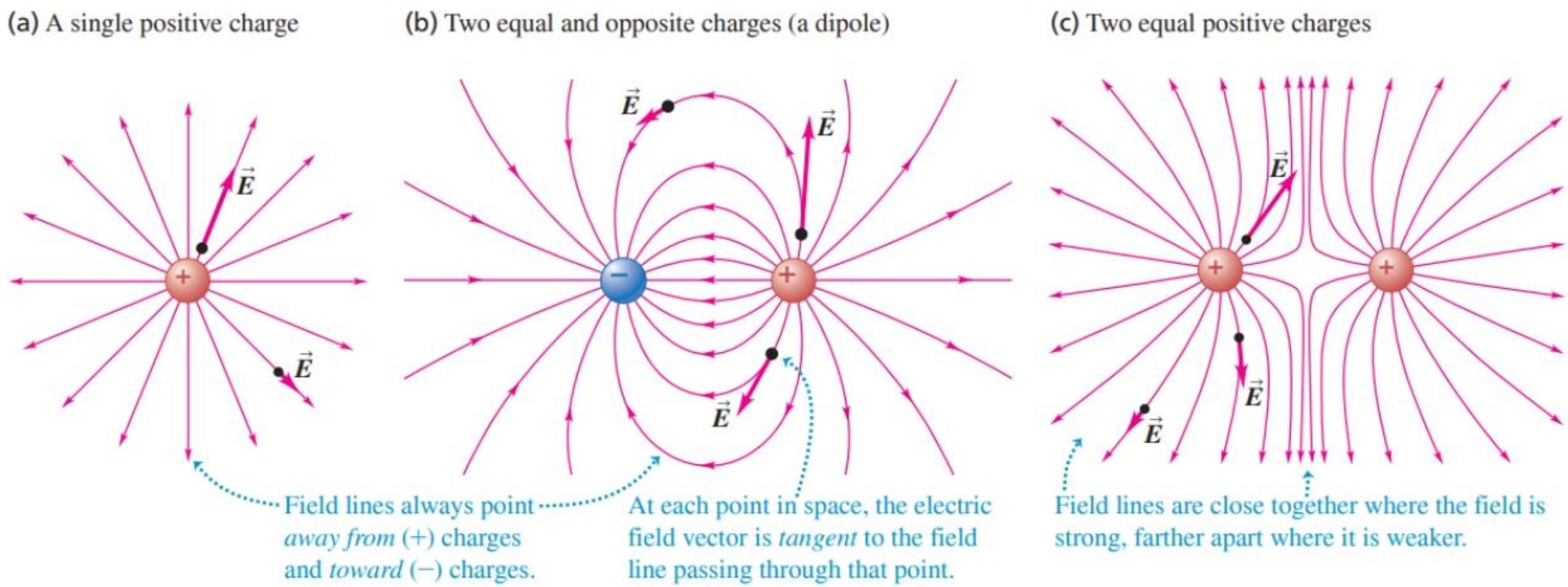
1. **Charge électrique**
2. **Isolants et conducteurs**
3. **Force électrique – Loi de Coulomb**
4. **Champ électrique**
5. **Calculs de champ électrique**
6. **Lignes de champ électrique**

Lignes de champ électrique (1)

- Champ électrique: notion abstraite et … **invisible**!
- **Outil d'aide à la visualisation** des champs électriques: **lignes de champ**.
- Lignes de champ électrique sont telles qu'en tout point le champ électrique leur est **tangent** (indication sur la direction de $\vec{\mathbf{E}}$).



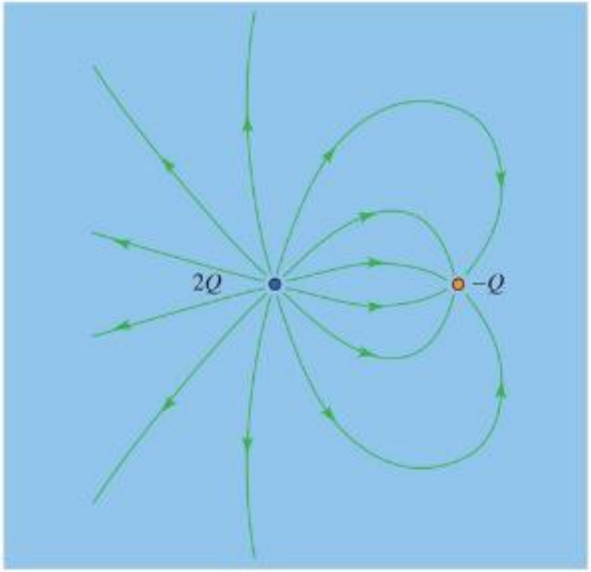
Lignes de champ électrique (2)

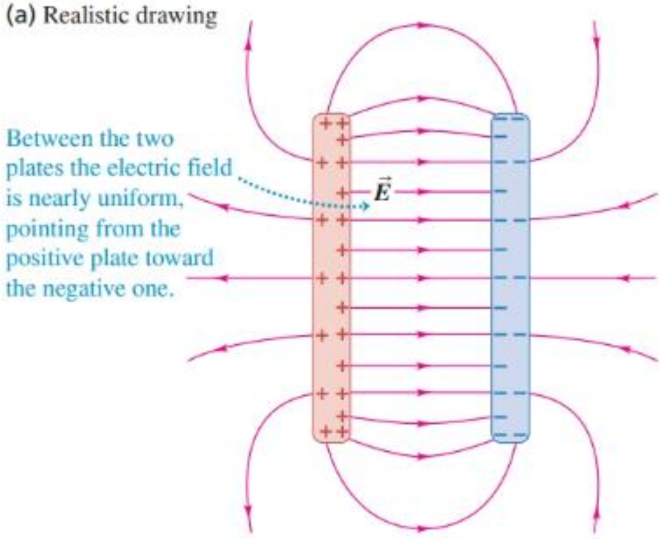


- Quelques **propriétés** importantes: Les lignes de champ
  - sont plus **resserrées** là où le champ est plus **intense** (indication sur **l'amplitude** de $\vec{\mathrm{E}}$).
  - relient des charges positives à des charges négatives (indication sur le **sens** de $\vec{\mathrm{E}}$).
  - ne se croisent jamais !

Lignes de champ électrique (3)

- Les lignes de champ présentent la même **symétrie** que la distribution des charges.

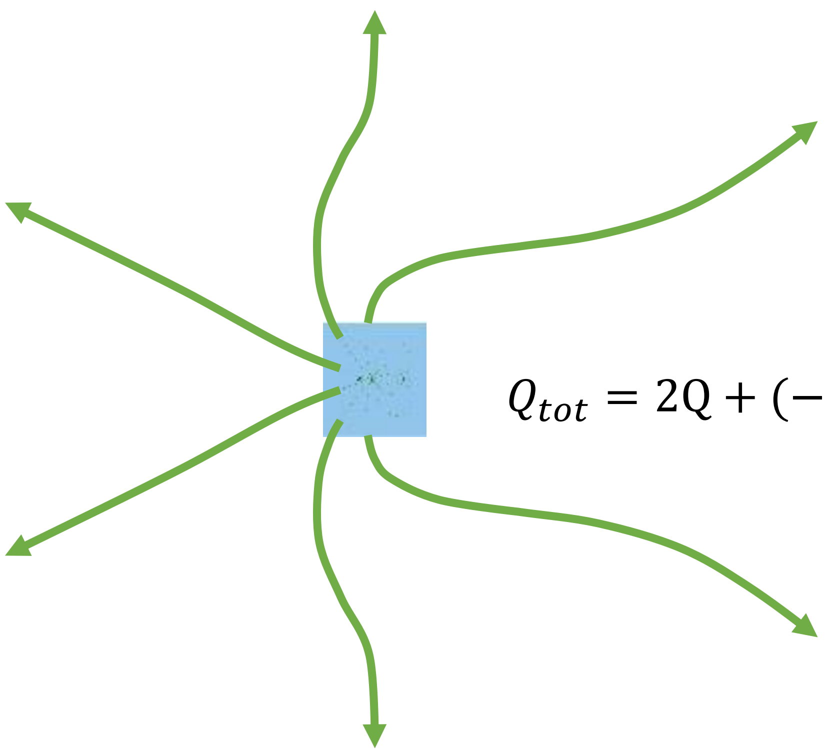




- Dans la **zone limite** située tout **près d'une charge**, le champ que produit cette charge domine celui de toutes les autres. Le champ est donc **radial**.

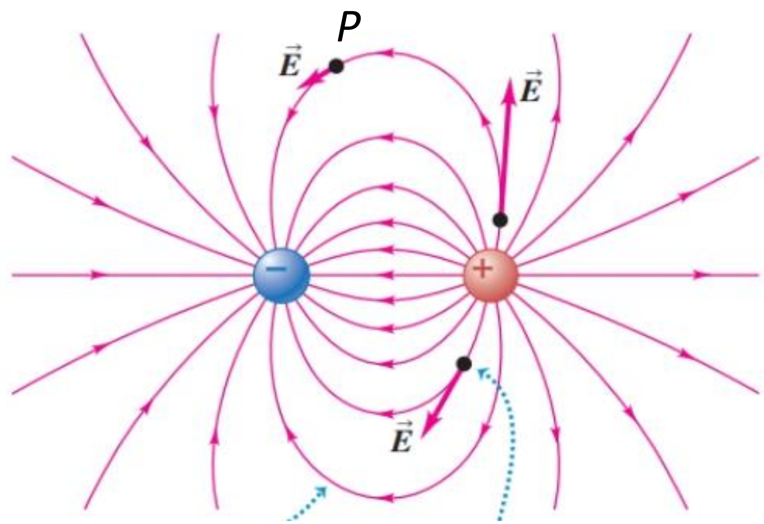
Lignes de champ électrique (4)

- Dans la zone située très **loin de toutes les charges** du système, la configuration du champ doit ressembler à celle d’une charge ponctuelle unique de même grandeur que la charge totale du système. Il est donc aussi **radial**.



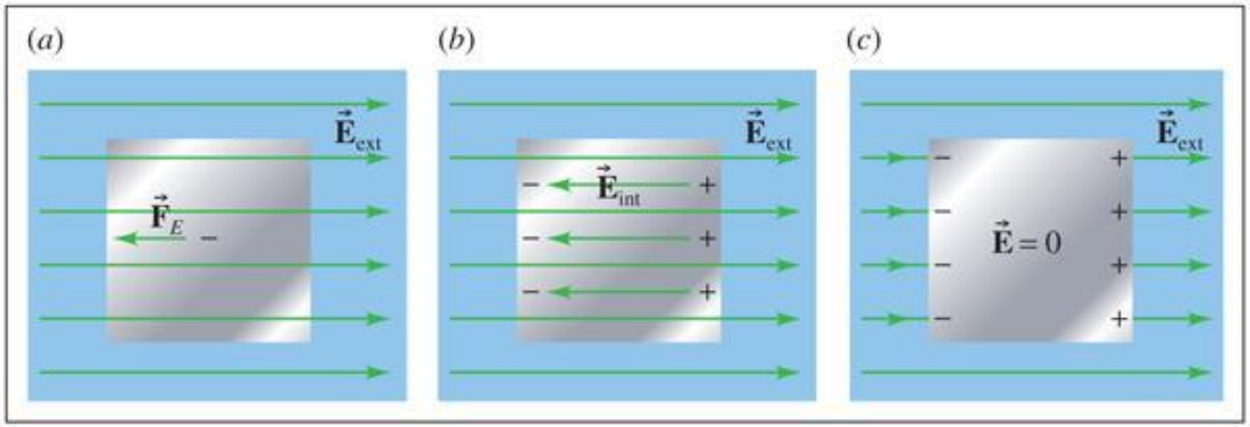
$$Q_{tot} = 2Q + (-Q) = Q > 0$$

Ligne de champ et trajectoire



- Si l'on place une charge ponctuelle **positive** en *P* elle subira une **force** pointant dans la direction de $\vec{\mathbf{E}}$ à cet endroit.
- La trajectoire que la charge suivra sera proche de la ligne de champ à cet endroit, mais **ne peut être** exactement la ligne de champ car cette dernière est tangentielle au vecteur $\vec{\mathbf{E}}$, et donc $\vec{\mathbf{F}}$ et donc $\vec{\mathbf{a}}$!
- Pour une trajectoire non rectiligne, $\vec{\mathbf{a}}$ pointe vers **l'intérieur** de la courbe (ex: MRUA)

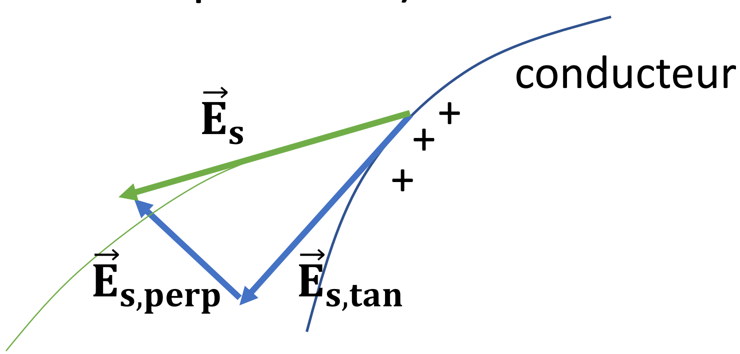
Lignes de champ électrique et conducteurs (1)

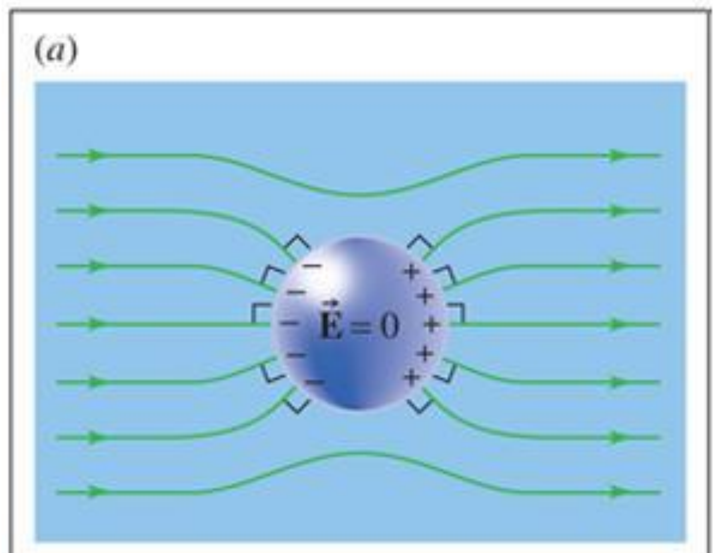


- Lors de l'application de $\vec{\mathbf{E}}_{\mathbf{ext}}$, les électrons du conducteur se **déplacent** dans le sens contraire du champ.
- Des charges **positives** et **négatives** apparaissent donc de part et d'autre du conducteur, ce qui crée un champ interne $\vec{\mathbf{E}}_{\mathbf{int}}$.
- Le champ interne créé par les charges déplacées compense $\vec{\mathbf{E}}_{\mathbf{ext}}$.
- A **l'équilibre**, le champ à l'intérieur du conducteur est **nul**.

Ligne de champ électrique et conducteurs (2)

- Les électrons se concentrent sur le côté du conducteur où pénètrent les lignes de champ.
- Les lignes de champ sont **perpendiculaires** à la **surface** du conducteur
  (car une composante tangentielle les déplacerait).





!! Situation impossible à l'équilibre !!

Synthèse du cours 3 (1)

- La charge électrique est une propriété de la matière (tout comme la masse).
- Toute charge est un multiple de la charge élémentaire $e = 1{,}6\ 10^{-19}$ C, égale à la charge d'un proton et à l'opposé de celle d'un électron.
- Les charges de mêmes signes se repoussent, les charges de signes contraires s'attirent.
- Dans un conducteur, un grand nombre d'électrons se déplacent librement alors que dans un isolant les électrons sont fortement liés aux noyaux atomiques.
- Puisque matière et charges sont constituées d'éléments discrets (atomes, protons et électrons), leur distribution dans l'espace ne peut être continue. Néanmoins, on considère qu'à l'échelle macroscopique la distribution est continue (mais pas forcément uniforme dans l'espace !).
- La force agissant entre deux charges est proportionnelle au produit des charges et inversément proportionnelle au carré de la distance entre les charges. Elle est décrite par la loi de Coulomb, qui présente une forme similaire à la loi de la gravitation:
  $\vec{\mathbf{F}}_{\mathbf{21}} = k\,\frac{q_1 q_2}{r^2}\vec{\mathbf{u}}_{\mathbf{12}} \qquad \vec{\mathbf{F}}_{\mathbf{BA}} = -G\,\frac{m_A m_B}{r^2}\vec{\mathbf{u}}_{\mathbf{AB}}$

Synthèse du cours 3 (2)

- Dans un système de charges, les charges induisent une force toutes l'une sur l'autre et un principe de superposition s'applique, permettant de calculer la résultante des forces sur une des charges du système.
- L'influence exercée par une charge Q à distance sur une autre charge est décrite par son champ électrique: $\vec{\mathbf{E}} = k\,\frac{Q}{r^2}\,\vec{\mathbf{u}}$.
- De manière similaire, une masse M génère un champ gravitationnel donné par: $\vec{\mathbf{g}} = -G\,\frac{M}{r^2}\,\vec{\mathbf{u}}$
- Toute charge présente dans un champ électrique $\vec{\mathbf{E}}$ subit une force donnée par: $\vec{\mathbf{F}} = \boldsymbol{q}\vec{\mathbf{E}}$.
- De manière similaire, toute masse m présente dans un champ gravitationnel $\vec{\mathbf{g}}$ subit une force: $\vec{\mathbf{F}} = \boldsymbol{m}\vec{\mathbf{g}}$
- Lorsque l'on a affaire à une distribution de charges, le champ électrique en un point se calcule en utilisant le principe de superposition et en sommant (c'est à dire, en intégrant) les contributions au champ total de chaque élément dQ associé à un volume dV de la charge distribuée.

Synthèse du cours 3 (3)

- Le champ électrique à une distance x d'un fil infini chargé par une densité linéique de charge uniforme λ $[\mathrm{C/m}]$ est donné par: $\vec{\mathbf{E}} = \frac{1}{2\pi\varepsilon_0}\frac{\lambda}{x}\vec{\mathbf{a}}_{\boldsymbol{x}}$
- Le champ électrique à une distance x d'une plaque infinie chargée par une densité surfacique de charge uniforme σ $[\mathrm{C/m^2}]$ est donné par: $\vec{\mathbf{E}} = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\vec{\mathbf{a}}_{\boldsymbol{x}}$
- Les lignes de champ électrique sont des courbes orientées dans l'espace et tangentes au vecteur $\vec{\mathbf{E}}$ en tout point.
- Leur configuration donne de l'information sur le sens, l'orientation et l'intensité du champ électrique.
- Les lignes de champ sont nécessairement perpendiculaires à la surface d'un conducteur à l'équilibre électrostatique, et n'existent pas à l'intérieur d'un conducteur à l'équilibre car le champ électrique y est nul.