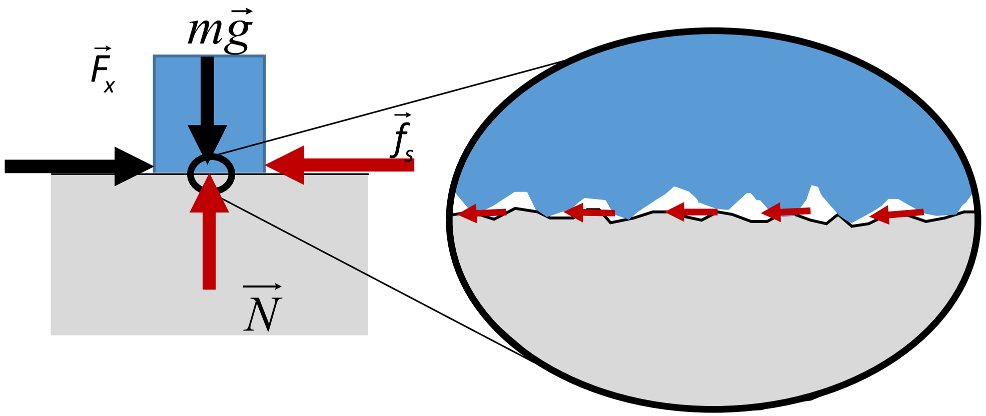
UCLouvain

École polytechnique de Louvain

LEPL1201
Cours 5 : Forces de frottement
(et problèmes de dynamique associés)

T. Pardoen



Année académique 2023-24

Agenda LEPL1201

S2	Mardi 26/9	**Cours 1** : **Unités, vecteurs, cinématique** + APP le jeudi
S3	Mardi 3/10	**Cours 2** : **Lois de Newton et gravité** (I) + APP le jeudi
S4	Mardi 10/10	**Cours 3** : **Force de Coulomb** + APP le jeudi
S5	Mardi 17/10	**Cours 4** : **Loi de Gauss** + APP le jeudi
S6	Mardi 24/10	**Cours 5** : **Forces de frottement** (and co) + APP le jeudi
S7	Mardi 31/10	**Cours 6 : Travail, énergie, puissance** + APP le jeudi + **Devoir Python**
S8	Mardi 7/11	**Cours 7** : **Potentiel électrique et moments** + APP le jeudi
S9	Mardi 14/11	**Cours 8** : **Capacités et diélectriques** + APP le jeudi + **LABO 1**
S10	Mardi 21/11	**Cours 9** : **Mouvements circulaires** + APP le jeudi
S11	Mardi 28/10	**Cours 10** : **Mécanique des corps rigides** + APP le jeudi
S12	Mardi 5/12	**Cours 11** : **Courant électrique et résistance** + APP le jeudi
S13	Mardi 12/12	**Cours 12** : **Circuit RC** + APP le jeudi
S13		**LABO 2**

Mécanique du point, versus corps rigides, versus corps déformables

Cours 1 : Unités, vecteurs, cinématique

Cours 2 : Lois de Newton et gravité

Cours 3 : Force de Coulomb

Cours 4 : Loi de Gauss

Cours 5 : Forces de frottement

Cours 6 : Travail, énergie, puissance

Cours 7 : Potentiel électrique et moments

Cours 8 : Capacités et diélectriques

Cours 9 : Mouvements circulaires

Cours 10 : Mécanique des corps rigides

Cours 11 : Courant électrique et résistance

Cours 12 : Circuit RC

LABO 2

Mécanique du point

Mécanique des corps rigides (le début)

Pas de mécanique des corps déformables en LEPL1201 – pour plus tard

Agenda Cours 5

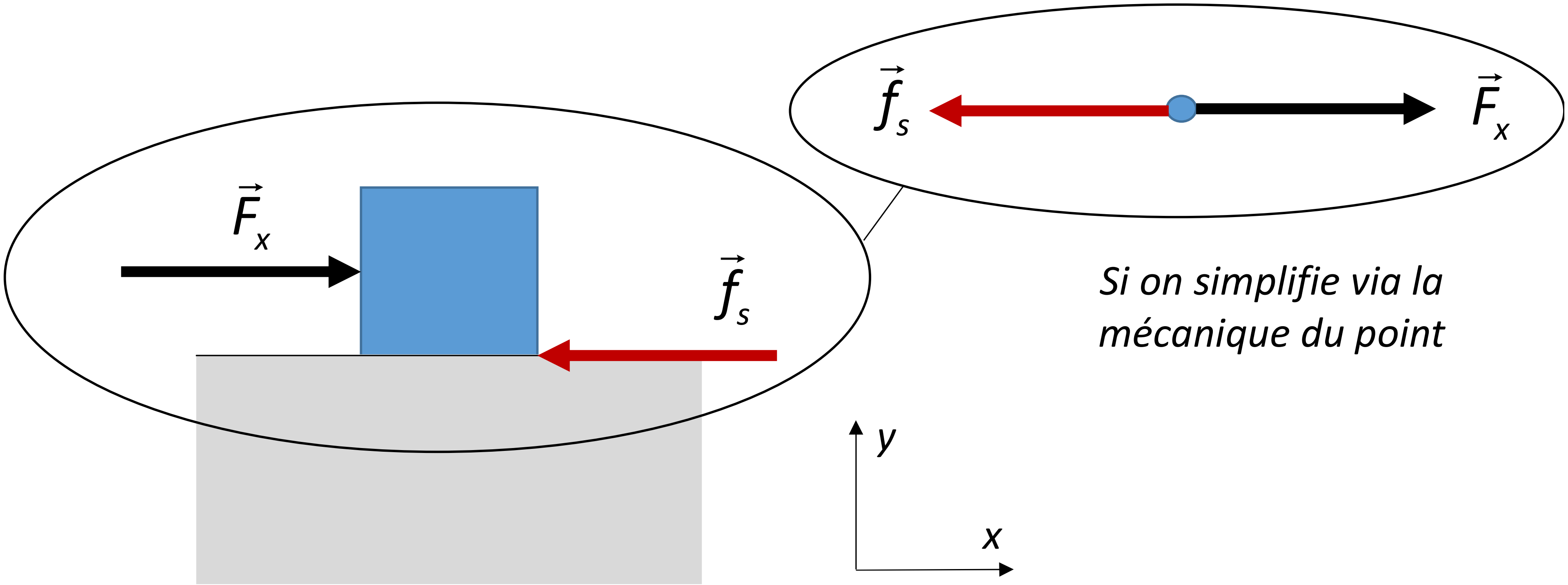
1. Force de **frottement solide/solide**
2. Quelques **applications** du frottement solide/solide
3. A**utres forces résistives**

(1) Force de frottement solide/solide

frottement = friction

Frottement solide/solide (I)

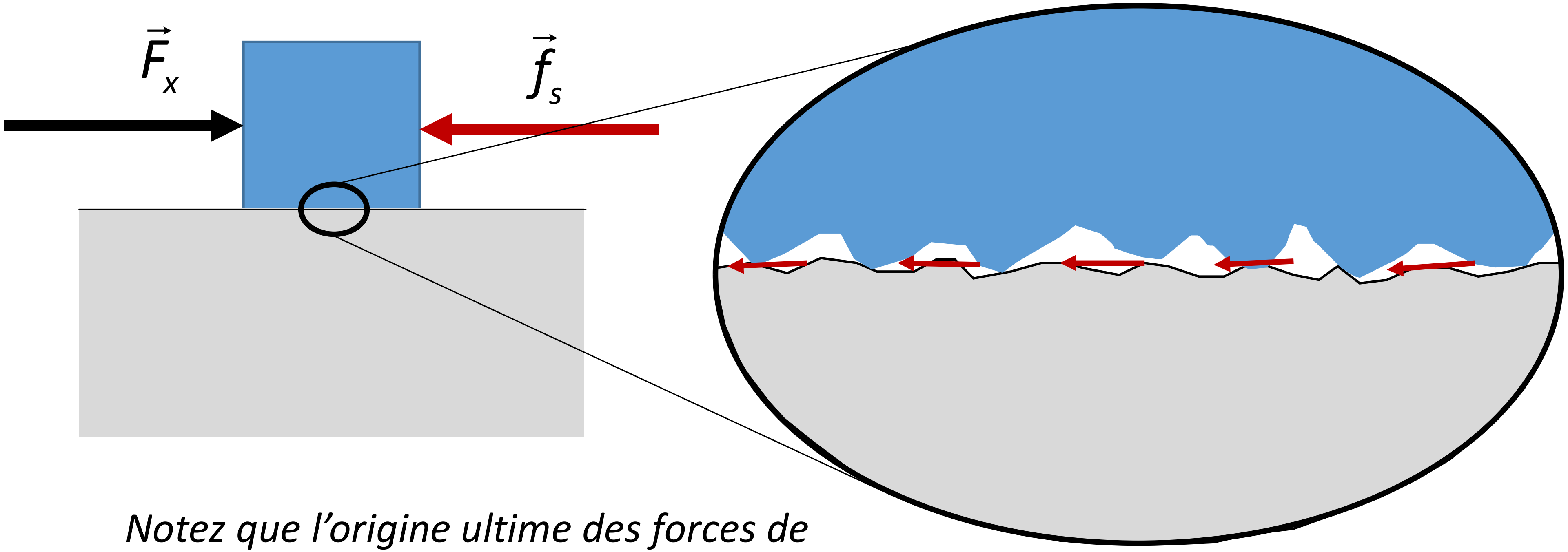
Quand deux solides sont en contact le long d'une surface et qu'un des corps subit une force appliquée parallèle au plan dans la direction x, $\vec{F}_x$, l'autre corps résiste avec une force $\vec{f}_s$ appelée **force de frottement**. Cette force s'ajuste automatiquement pour compenser la force appliquée. Tant que la force appliquée est suffisamment faible, le corps reste immobile.



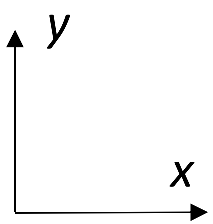
Si on simplifie via la mécanique du point

Frottement solide/solide (II)

L'origine de la force de friction est microscopique; elle provient des aspérités de surface d'un des corps qui entrent en **contact avec les aspérités** de l'autre corps, ainsi que des forces **d'adhésion entre les deux corps**.



Notez que l'origine ultime des forces de friction se trouve à nouveau dans les interactions électromagnétiques à l'échelle atomique.

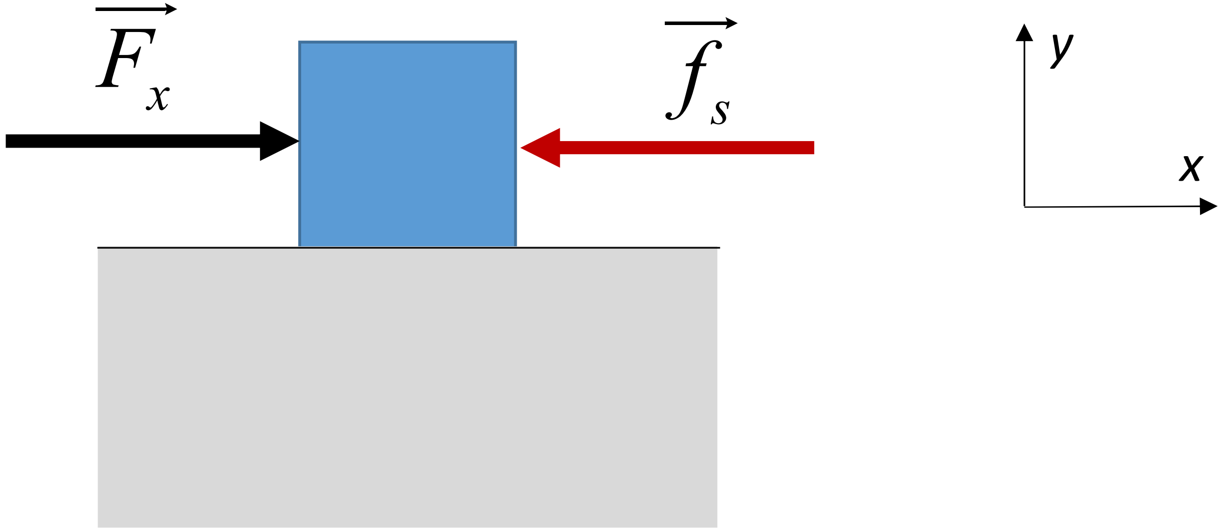


Frottement solide/solide (III)

Donc, tant que la force appliquée F_x est suffisamment petite, la friction empêche le mouvement et l'équilibre de force impose que $F_x = f_s$.

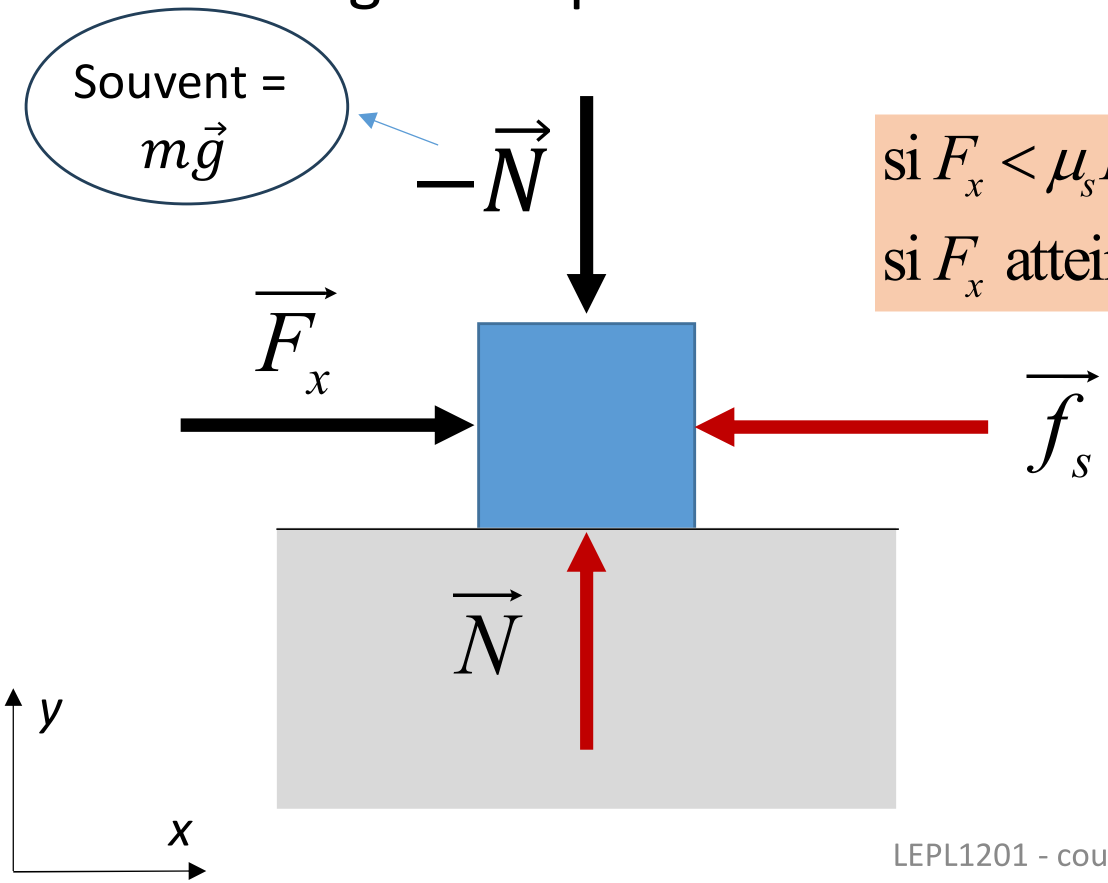
$$\overrightarrow{F_x} + \overrightarrow{f_s} = 0$$

$$F_x = f_s$$



Frottement solide/solide (IV)

Une fois que F_x devient plus grande qu'une **valeur critique**, le corps se met en mouvement. Cette **valeur critique dépend de la force normale exercée sur la surface *N*** (par exemple la gravité), et est égale au produit du **coefficient de friction** μ_s avec *N*.



si $F_x < \mu_s N$, il n'y a pas de mouvement et $F_x = f_s$

si F_x atteint $\mu_s N$, le corps se met en mouvement

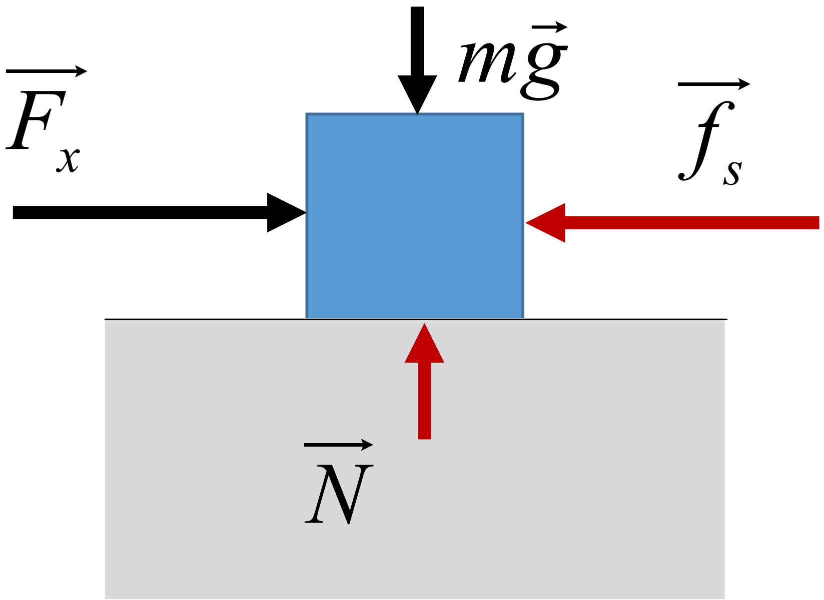
Note : strictement parlant on devrait noter N_y plutôt que *N* avec l'axe *y* normal à la surface de contact.

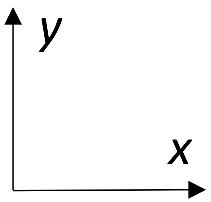
Frottement solide/solide (IVbis)

Particularisé au cas d'une masse m

si $F_x < \mu_s mg$, il n'y a pas de mouvement et $F_x = f_s$

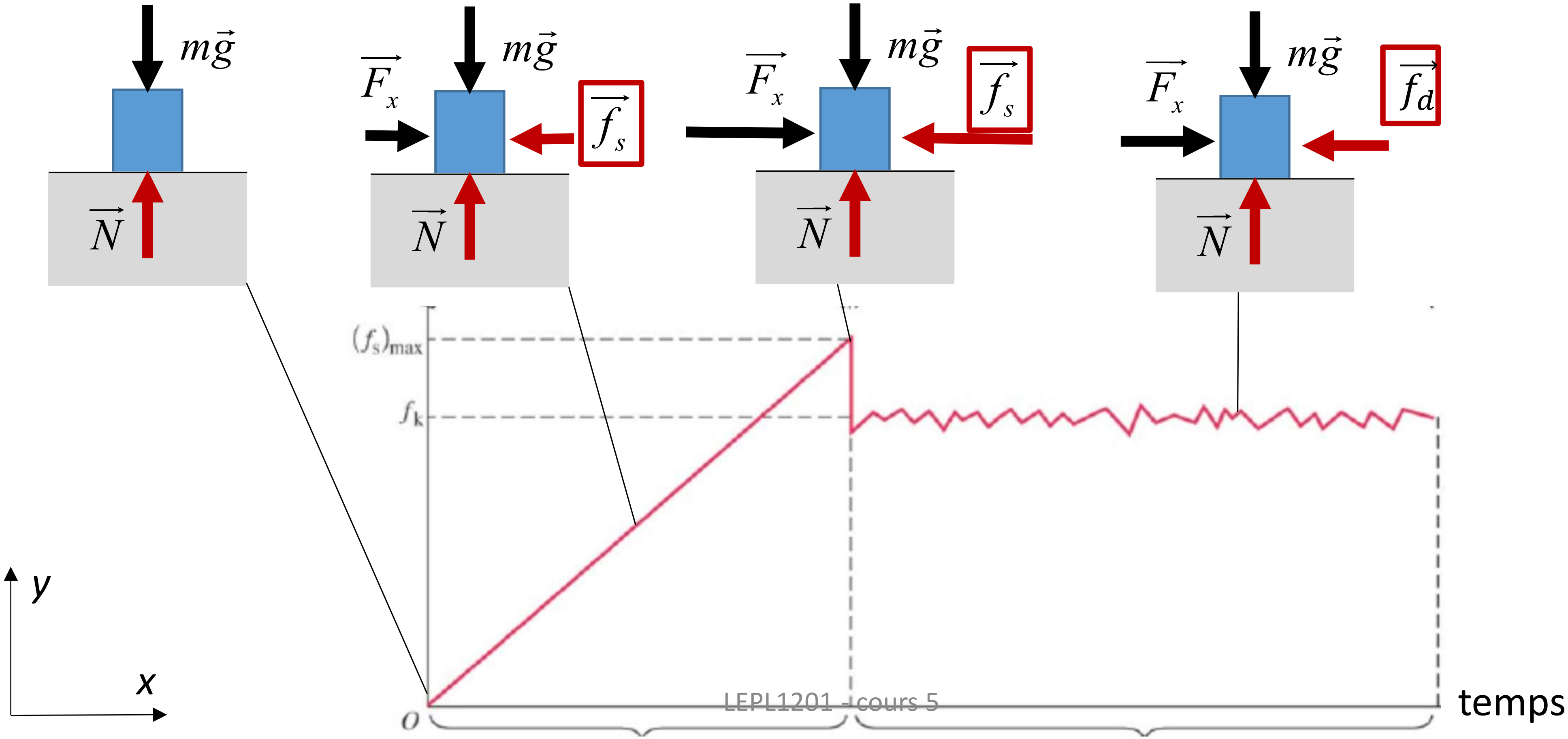
si $F_x = \mu_s mg$, le corps se met en mouvement





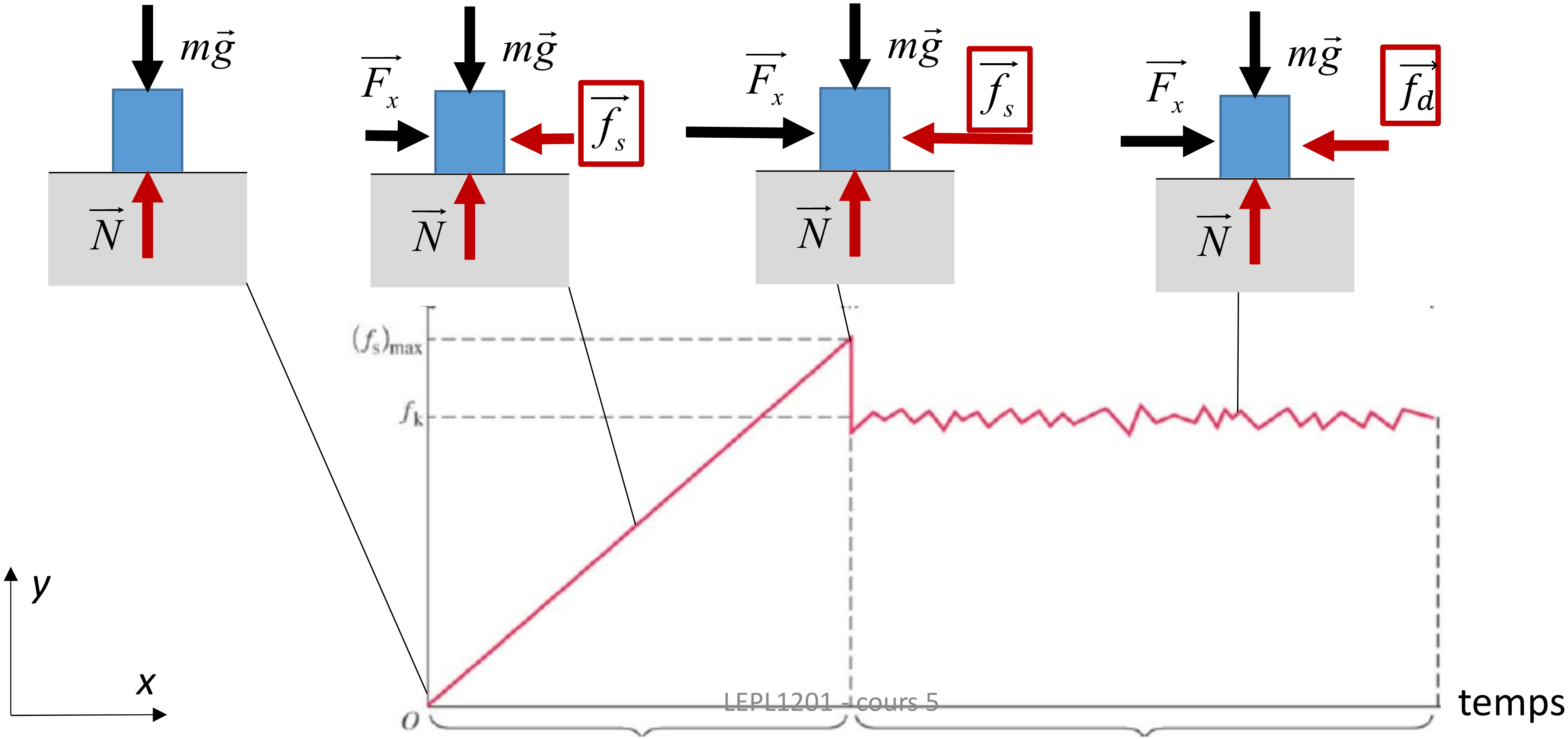
Frottement solide/solide (V)

Quand le mouvement commence, μ_s diminue quasi instantanément à une valeur μ_d. μ_s **est appelé coefficient de friction statique et** μ_d **est le coefficient de friction dynamique (ou « cinétique »). Ces coefficients sont adimensionnels.** La force de friction f_s durant le mouvement est notée plutôt f_d et vaut $\boldsymbol{f_d = \mu_d N}$ *(ceci s'appelle la loi de Coulomb – encore une !).*



Frottement solide/solide (VI)

Durant le mouvement, si la force appliquée s'adapte au frottement dynamique ($F_x = f_d = \mu_d N$), il y a alors équilibre des forces et pas d'accélération: le mouvement se fait alors à vitesse constante (en l'absence d'autres forces appliquées).



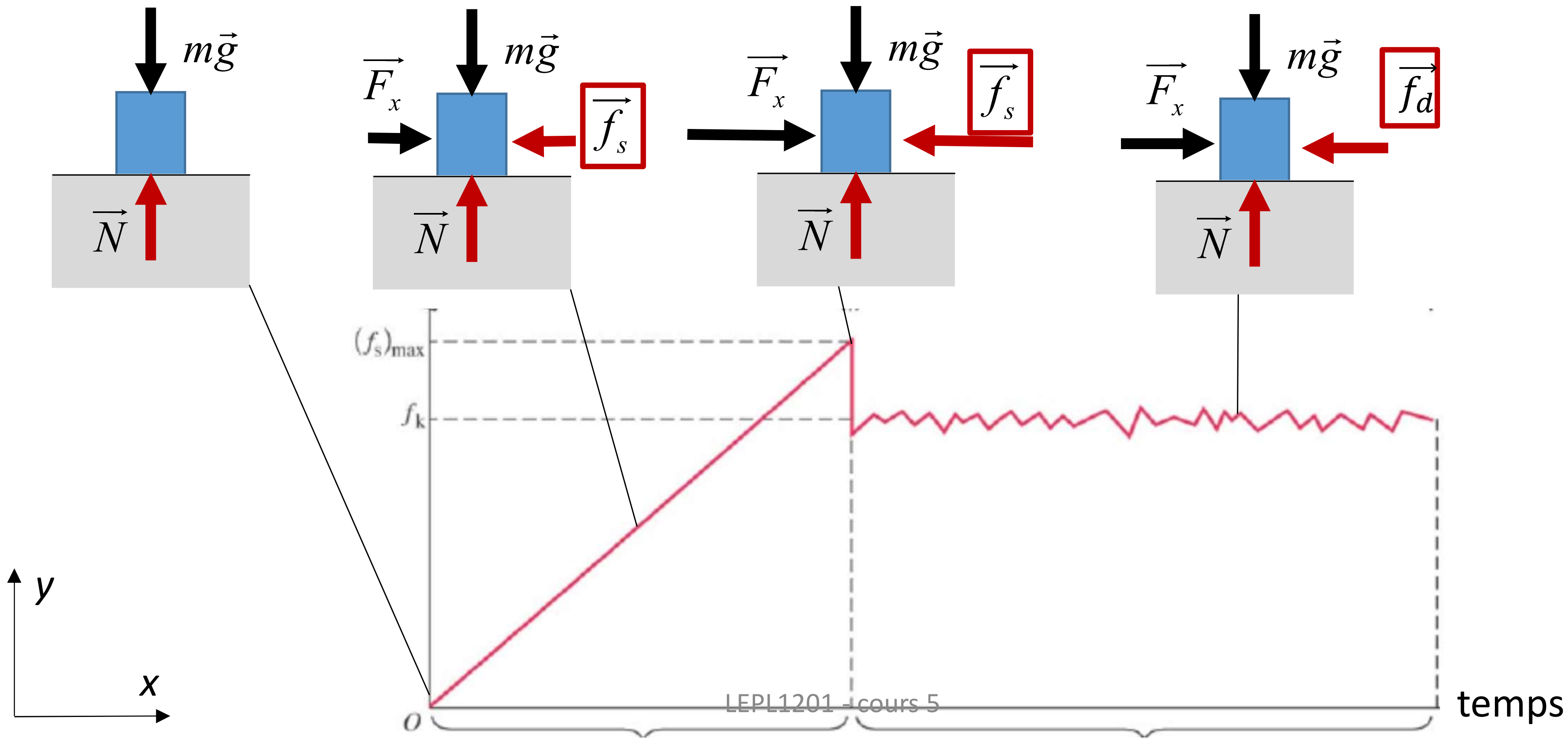
Frottement solide/solide (VII)

résumé

si $F_x < \mu_s N$ (ici avec $N = mg$), il n'y a pas de mouvement et $F_x = f_s$

si $F_x \geq \mu_s$N, le corps se met en mouvement et "immédiatement" $F_x \equiv f_d = \mu_d N$

On parle bien ici de ***mouvement relatif*** *d'un solide par rapport à l'autre.*



Frottement solide/solide (VIII)

Valeurs typiques de coefficients de friction (sans unité !) entre 0.2 and 1
(sauf si lubrification – dans ce cas, beaucoup moins)

Materials	Coefficient of Static Friction, μ_s		Coefficient of Kinetic Friction, $\mu_k = \mu_d$
Steel on steel	0.74	>	0.57
Aluminum on steel	0.61	>	0.47
Copper on steel	0.53	>	0.36
Brass on steel	0.51	>	0.44
Zinc on cast iron	0.85	>	0.21
Copper on cast iron	1.05	>	0.29
Glass on glass	0.94	>	0.40
Copper on glass	0.68	>	0.53
Teflon on Teflon	0.04	=	0.04
Teflon on steel	0.04	=	0.04
Rubber on concrete (dry)	1.0	>	0.8
Rubber on concrete (wet)	0.30	>	0.25

(2) Quelques applications de plus en plus réalistes

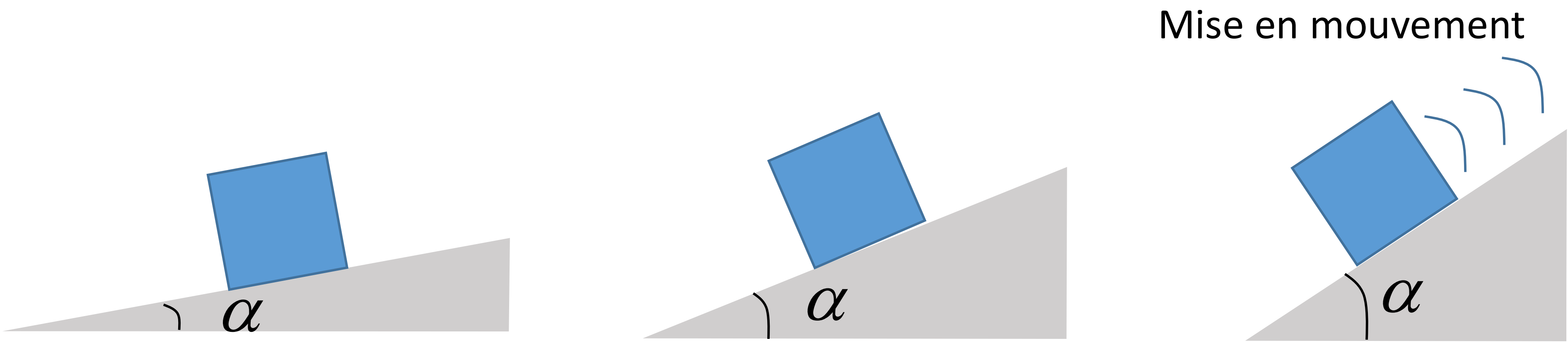
Comme vous le voyez, nous allons enfin résoudre des problèmes plus « réalistes ». Pourquoi seulement maintenant ? Parce que les problèmes réels impliquent presque toujours des forces résistives.

Notez que certains problèmes se résolvent plus facilement avec le concept de conservation de l'énergie – cours 6.

Frottement solide/solide

Application 1 (sans dynamique d'abord)

Comment estimer la valeur du coefficient de friction statique pour un skieur sur la neige ?

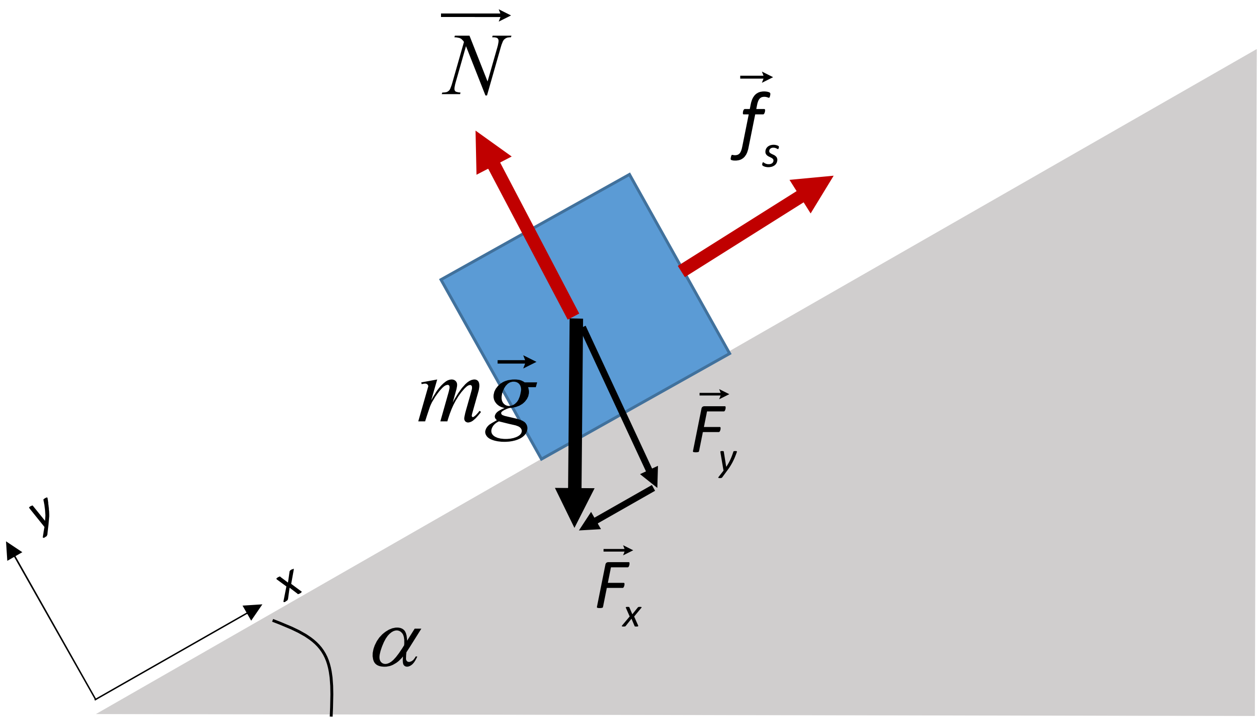


Plaçons le skieur sur des pentes de plus en plus fortes jusqu'à trouver l'angle critique qui lui permet de glisser – cela voudra dire que la force s'exerçant sur le skieur deviendra égale à la force critique $\mu_s N$.

Frottement solide/solide

Application 1 (sans dynamique d'abord)

Comment estimer la valeur du coefficient de friction statique pour un skieur sur la neige ?



La force imposée est ici la gravité

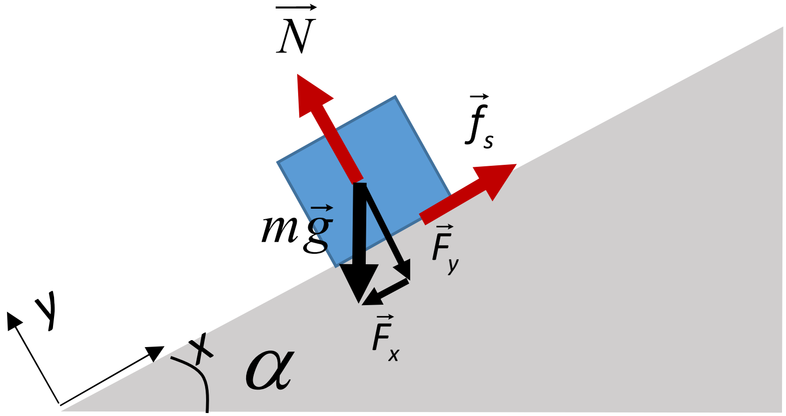
$$\vec{F} = F_x \vec{e}_x + F_y \vec{e}_y$$

$$F_x = -mg \sin \alpha$$

$$F_y = -mg \cos \alpha$$

Frottement solide/solide

Application 1 (sans dynamique d'abord)



1) Tant que l'angle est petit, rien ne se passe, on a l'équilibre des forces:

$$m\vec{g} + \vec{N} + \vec{f}_s = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} -mg\sin\alpha\vec{e}_x + \underbrace{N_x}_{0}\vec{e}_x + f_{sx}\vec{e}_x = 0 \\ -mg\cos\alpha\vec{e}_y + N_y\vec{e}_y + \underbrace{f_{sy}}_{0}\vec{e}_y = 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} f_{sx} = mg\sin\alpha \\ N_y = mg\cos\alpha \end{cases}$$

2) A l'angle critique, on a exactement que $f_s = \mu_s N$ (et tj l'équilibre des forces):

$$m\vec{g} + \vec{N} + \vec{f}_s = 0$$

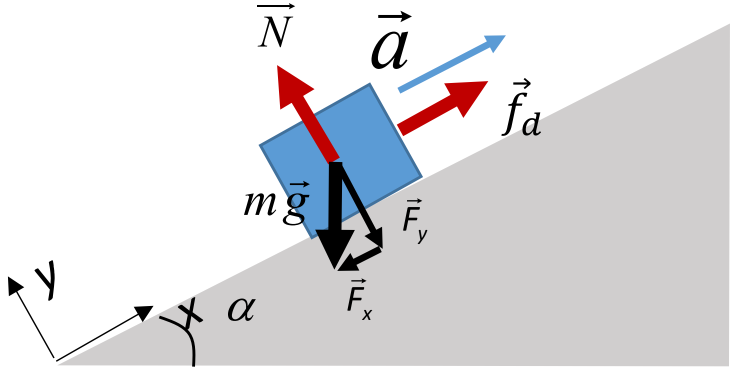
$$\Leftrightarrow \begin{cases} -mg\sin\alpha\vec{e}_x + \underbrace{N_x}_{0}\vec{e}_x + \mu_s N_y\vec{e}_x = 0 \\ -mg\cos\alpha\vec{e}_y + N_y\vec{e}_y + \underbrace{f_{sy}}_{0}\vec{e}_y = 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \mu_s N_y = mg\sin\alpha \\ N_y = mg\cos\alpha \end{cases} \Rightarrow \boxed{\mu_s = \tan\alpha}$$

3) A ce moment, le skieur se met à glisser et subit une force de friction qui est immédiatement plus faible $f_d = \mu_d N$ … *on y regarde juste après*

Frottement solide/solide

Application 1 – avec la dynamique



Si $\mu_s < \tan\alpha$ le skieur se met alors en mouvement, avec le coefficient de frottement tombant directement à sa valeur dynamique et donc

$$\vec{f}_s = \mu_d N_y \vec{e}_x$$

Calculons l'accélération subie par le skieur

$$m\vec{a} = m\vec{g} + \vec{N} + \vec{f}_d = m\vec{g} + \vec{N} + \mu_d N_y \vec{e}_x$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m a_x \vec{e}_x = -mg\sin\alpha\,\vec{e}_x + \underbrace{N_x}_{0}\,\vec{e}_x + \mu_d N_y \vec{e}_x \\ -mg\cos\alpha\,\vec{e}_y + N_y\vec{e}_y + \underbrace{f_{dy}}_{0}\,\vec{e}_y = 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow m a_x = -mg\sin\alpha + \mu_d mg\cos\alpha$$

$$\Leftrightarrow a_x = -g(\sin\alpha - \mu_d\cos\alpha)$$

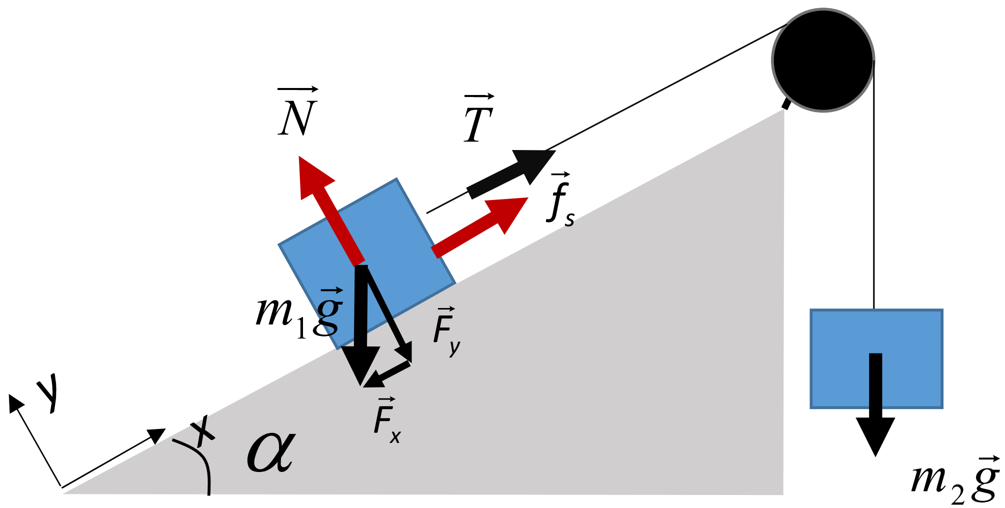
$$a_x = -g\left(\sin\alpha - \mu_d\cos\alpha\right)$$

Analysons

- Si l'angle fait 90°, on retrouve la chute libre (OK)
- L'accélération est d'autant plus faible que le coefficient de frottement augmente (OK)
- Vous pouvez calculer l'évolution de la vitesse comme si on avait un *g* réduit.

Frottement solide/solide

Application 2 (sans dynamique d'abord)



On attache la masse m_1, posée sur la pente d'angle α, à un cable relié via une poulie sans frottement à une masse m_2.

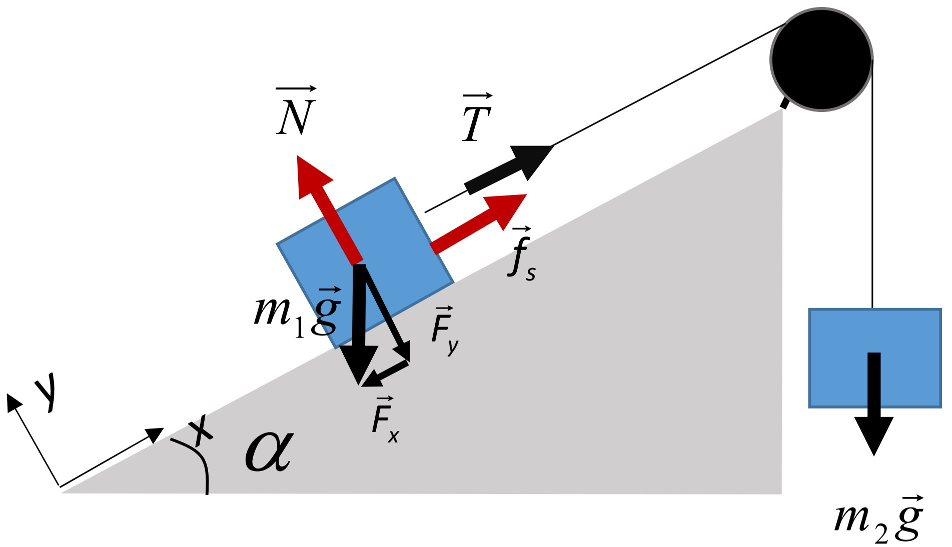
Est-ce que la masse m_1 va descendre, monter ou rester immobile en fonction de la valeur de la masse m_2 et du coefficient de frottement ?

Comme pour tous les problèmes de physique, il faut commencer par comprendre la physique de ce qui se passe.

On sent bien que si la masse m_1 est très très grande par rapport à m_2, elle va descendre et l'inverse si elle est très petite; et puis il y aura un régime intermédiaire où elle va rester immobile, dépendant de l'angle et du coefficient friction.

Frottement solide/solide

Application 2 (sans dynamique d'abord)



Au repos, on a

$$m_1\vec{g}+\vec{N}+\vec{f}_s+\vec{T}=0$$

avec $\vec{T}=m_2g\vec{e}_x$

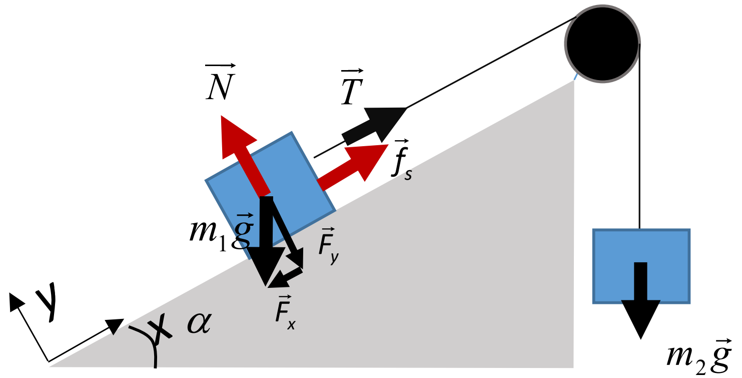
donc

$$\begin{cases} -m_1g\sin\alpha\vec{e}_x+\underbrace{N_x}_{0}\vec{e}_x+f_{sx}\vec{e}_x+m_2g\vec{e}_x=0 \\ -m_1g\cos\alpha\vec{e}_y+N_y\vec{e}_y+\underbrace{f_{sy}}_{0}\vec{e}_y=0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow\begin{cases} f_{sx}=m_1g\sin\alpha-m_2g \\ N_y=m_1g\cos\alpha \end{cases}$$

Frottement solide/solide

Application 2 (sans dynamique d'abord)



$$\begin{cases} f_{sx} = \underbrace{m_1 g \sin\alpha - m_2 g}_{\text{force appliquée}} \\ N_y = m_1 g \cos\alpha \end{cases}$$

Option 1 – la masse *m_1* va descendre

$$f_{sx} = \mu_s N = \mu_s m_1 g \cos\alpha$$
$$\leq \underbrace{m_1 g \sin\alpha - m_2 g}_{\text{force appliquée}}$$

Il faut en effet que la force agissant dans la direction du mouvement soit plus grande que le frottement pour avoir mouvement

$$\mu_s m_1 \cos\alpha \leq m_1 \sin\alpha - m_2$$

donc $\dfrac{m_2}{m_1} \leq \sin\alpha - \mu_s \cos\alpha$

Option 2 – la masse *m_1* va monter

$$f_{sx} = -\mu_s N = -\mu_s m_1 g \cos\alpha$$
$$\geq m_1 g \sin\alpha - m_2 g$$

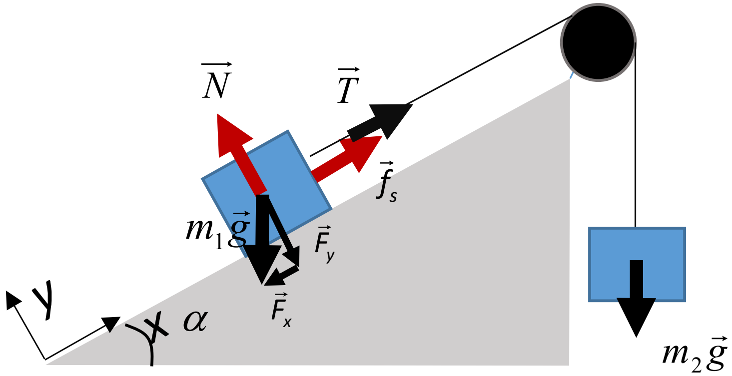
Le « moins » vient de ce que le frottement s'oppose au mouvement et agit donc dans la direction opposée à x et l'inégalité est dans l'autre sens car les deux termes sont négatifs et il faut que la force imposée soit plus grande « en négatif » que le frottement.

$$-\mu_s m_1 \cos\alpha \geq m_1 \sin\alpha - m_2$$

donc $\dfrac{m_2}{m_1} \geq \sin\alpha + \mu_s \cos\alpha$

Frottement solide/solide

Application 2 (sans dynamique d'abord)



si $\dfrac{m_2}{m_1} \leq \sin\alpha - \mu_s \cos\alpha$ la masse descend.

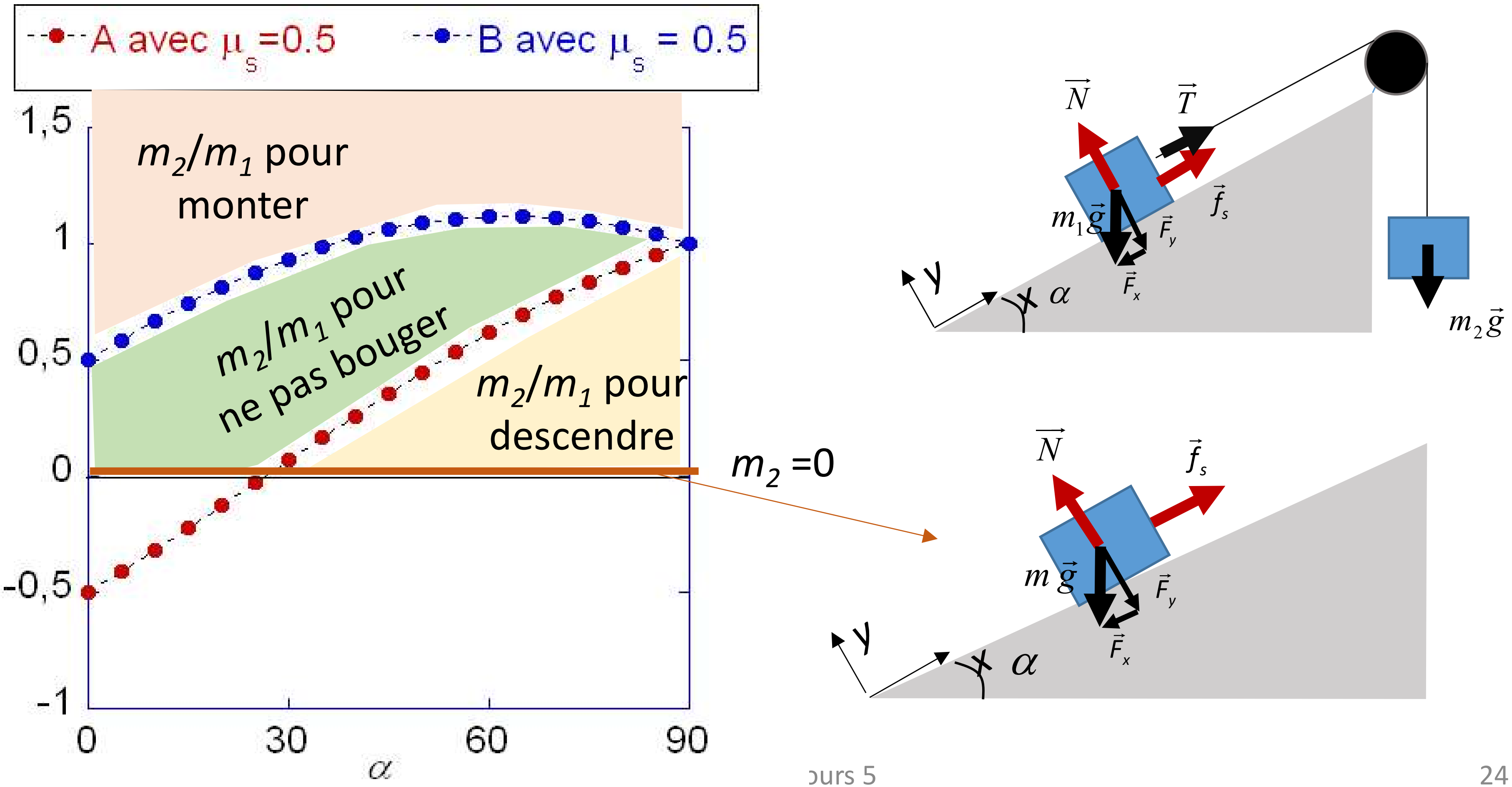
si $\dfrac{m_2}{m_1} \geq \sin\alpha + \mu_s \cos\alpha$ la masse monte.

et donc, si $\sin\alpha - \mu_s \cos\alpha < \dfrac{m_2}{m_1} < \sin\alpha + \mu_s \cos\alpha$ la masse est immobile.

Frottement solide/solide

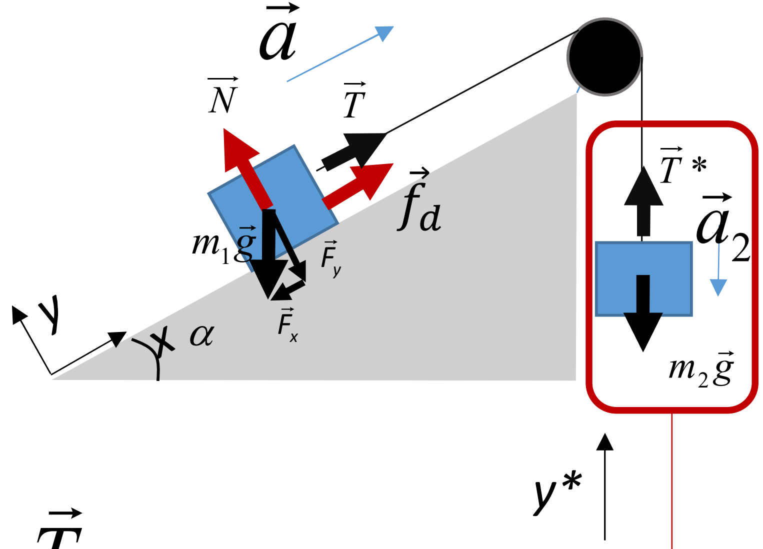
Application 2 (sans dynamique d'abord)

si $\dfrac{m_2}{m_1} \leq \underbrace{\sin\alpha - \mu_s \cos\alpha}_{A}$ la masse descend, si $\dfrac{m_2}{m_1} \geq \underbrace{\sin\alpha + \mu_s \cos\alpha}_{B}$ la masse monte.



Frottement solide/solide

Application 2 avec la dynamique



On se met maintenant dans le cas où il y a mouvement

$$m_1\vec{a} = m_1\vec{g} + \vec{N} + \vec{f}_d + \vec{T}$$

Attention !

Analyse sur la masse 2 $\quad m_2\vec{a}_2 = m_2\vec{g} + \vec{T}*$

La masse 2 accélère aussi et cela influence la valeur de T.

donc, $\quad \vec{T}* = -m_2\vec{g} + m_2\vec{a}_2$

$$T*\vec{e}_{y*} = m_2 g\vec{e}_{y*} - m_2 a_2\vec{e}_{y*}$$

$$\Leftrightarrow T* = m_2 g - m_2 a_2$$

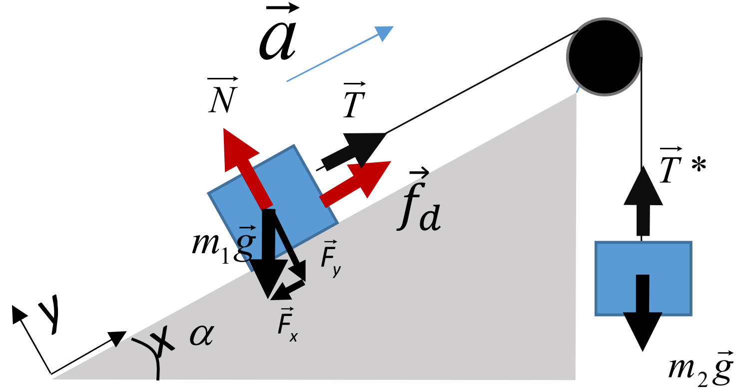
et donc, $\quad \vec{T} = m_2 g\vec{e}_x - m_2 a\vec{e}_x$

Car l'accélération est la même en norme de part et d'autre de la corde et la tension se transmet (voir cours 2) tout ceci suivant la direction *x*.

$$\Leftrightarrow m_1\vec{a} = m_1\vec{g} + \vec{N} + \vec{f}_d + m_2 g\vec{e}_x - m_2 a\vec{e}_x$$

Frottement solide/solide

Application 2 avec la dynamique



$$m_1\vec{a} = m_1\vec{g} + \vec{N} + \vec{f}_d + m_2 g\vec{e}_x - m_2 a\vec{e}_x$$

Donc (suivant x) $$m_1 a\vec{e}_x = -g\sin\alpha\, g\vec{e}_x \pm \mu_d \underbrace{m_1 g\cos\alpha}_{N_y}\vec{e}_x + m_2 g\vec{e}_x - m_2 a\vec{e}_x$$

$$m_1 a = -m_1\sin\alpha\, g \pm \mu_d m_1 g\cos\alpha + m_2 g - m_2 a$$

$$\Leftrightarrow (m_1 + m_2)a = -g(m_1\sin\alpha \mp \mu_d m_1\cos\alpha - m_2)$$

Option 1 – m_1 descend $\frac{m_2}{m_1} \leq \sin\alpha - \mu_s\cos\alpha$

$$a = -g\frac{(m_1\sin\alpha - \mu_d m_1\cos\alpha - m_2)}{(m_1 + m_2)}$$

Option 2 – m_1 monte $\frac{m_2}{m_1} \geq \sin\alpha + \mu_s\cos\alpha$

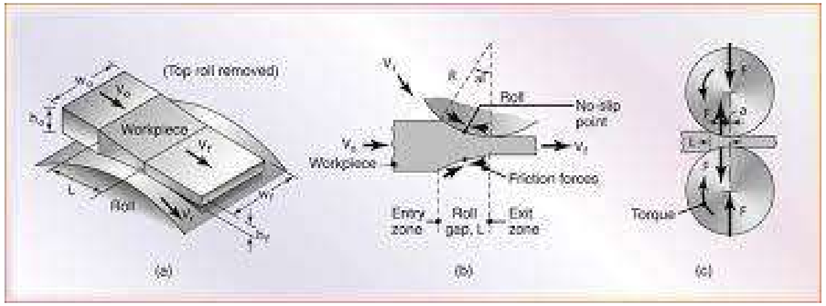
$$a = -g\frac{(m_1\sin\alpha + \mu_d m_1\cos\alpha - m_2)}{(m_1 + m_2)}$$

La masse m_2 est si grande que l'accélération est positive (dans la direction x).

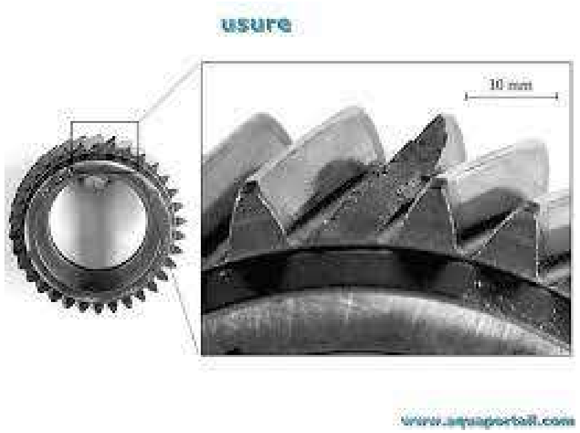
Exemples de vrais problèmes d'ingénierie impactés par le frottement

C'est le frottement sur les pneus qui permet de virer en voiture sans voler dans le décor (voir cours 9)

Le laminage des métaux est seulement possible via la friction



Mais le frottement abîme les surface des corps en contact (usure)



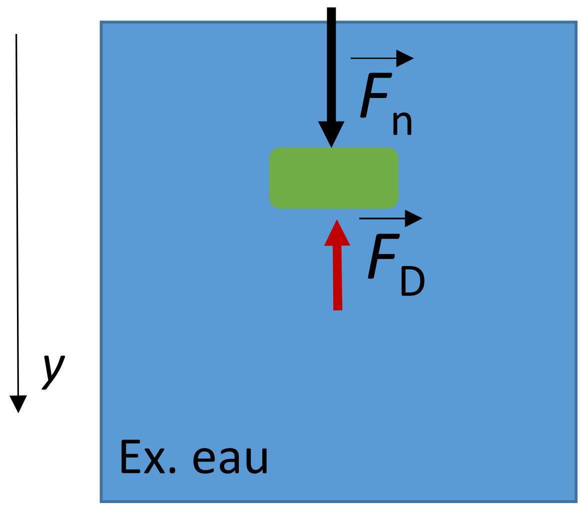
et le frottement dissipe de l'énergie en chaleur le plus souvent perdue (voir cours 6)


Freins qui chauffent !

(3) Autres forces résistives

Résistance des fluides (I)

Quand un corps solide se déplace dans un fluide, il subit de la part de ce fluide une force résistive F_{fluide} qui est causée par la résistance des molécules/atomes du fluide (combinaison de frottement et pression).



A faible vitesse, $\vec{F}_{fluide}$ notée souvent $\vec{F}_D$ est proportionnel à la vitesse $\vec{v}$, avec un coefficient noté γ

$$\vec{F}_D = -\gamma \vec{v}$$

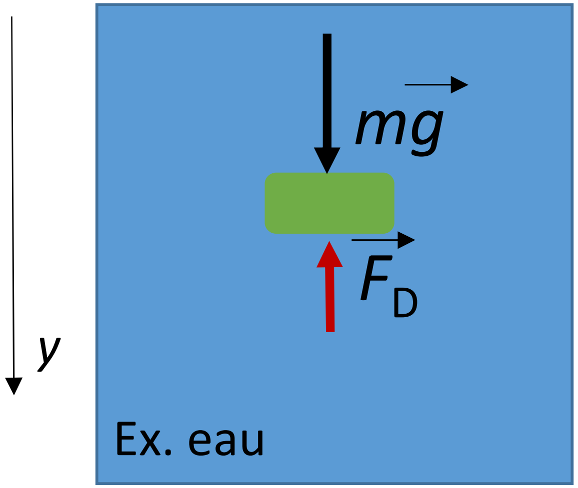
γ dépend de la viscosité du fluide et de la géométrie du corps. La physique derrière sera discutée dans vos futurs cours de mécanique des fluides.

Résistance des fluides (II)

Si la force appliquée sur un corps de masse *m* est uniquement causée par la gravité, on a

$$ma_y = \underbrace{mg - \gamma v_y}_{\text{net force on the body}} \qquad \Leftrightarrow m\frac{dv_y}{dt} = mg - \gamma v_y$$

C'est une équation différentielle; vous apprendrez plus tard commet on résout rigoureusement de telles équations !



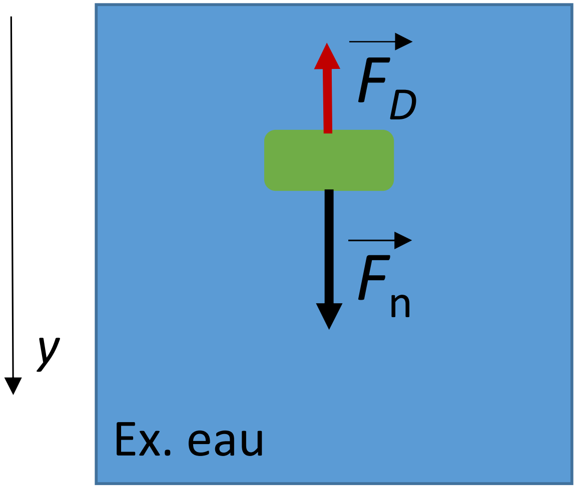
Il est facile de déterminer **la vitesse terminale**, c'est-à-dire quand la composante a_y de l'accélération devient égale à zéro :

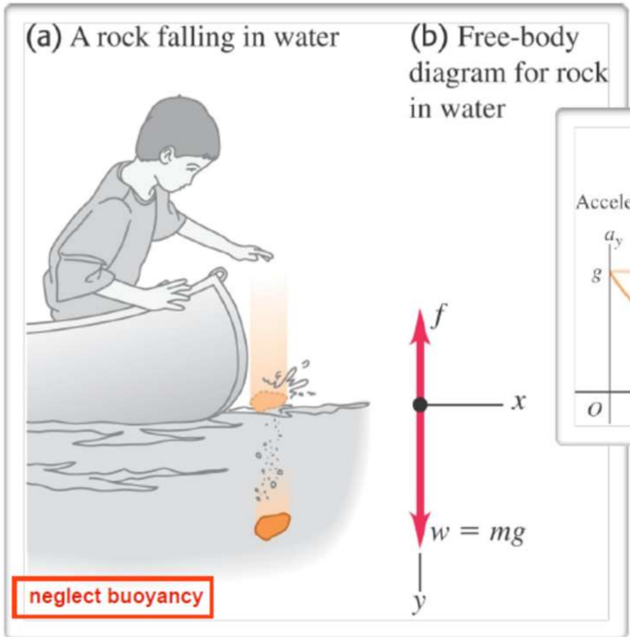
$$mg - \gamma v_y = 0 \Leftrightarrow v_{\text{terminale}} = \frac{mg}{\gamma}$$

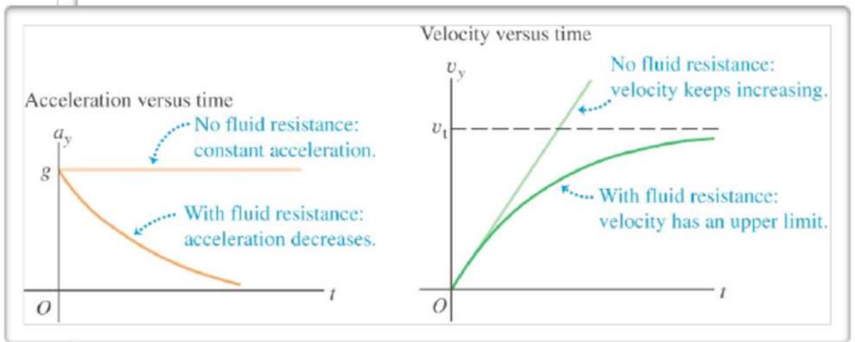
Résistance des fluides (III)

La solution de: $mg - \gamma v_y = m\dfrac{dv_y}{dt}$ est $\boxed{v_y = \exp\left(-\dfrac{\gamma}{m}t\right) + \dfrac{mg}{k_{fluide}}}$

(vous pouvez vérifier !)







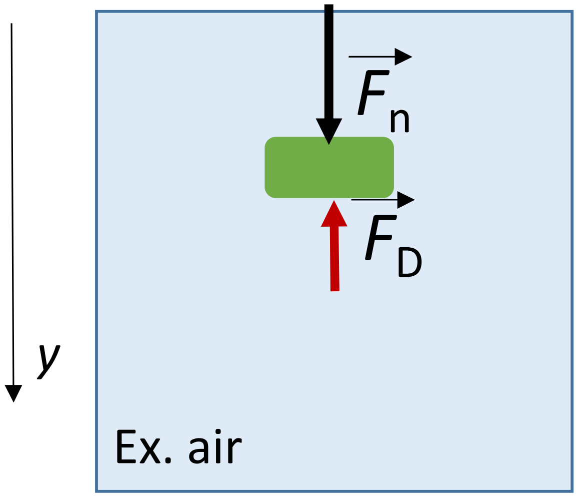
$f = kv$ (fluid resistance at low speed)

Notation « k » plutôt que gamma dans ce schéma

$$\sum F_y = mg + (-kv_y) = ma_y \qquad v_t = \frac{mg}{k}$$

Ce phénomène est essentiel pour concevoir des mécanismes d'amortissement par exemple.

Résistance des fluides (IV)



A haute vitesse, F_D est proportionnelle au carré de la vitesse v^2, avec un coefficient D (coefficient de traînée):

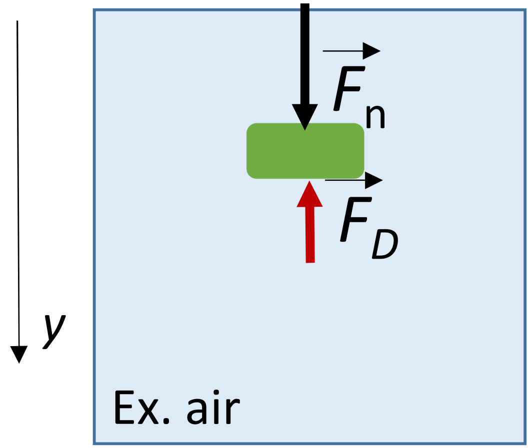
$$\vec{F}_D = -Dv\vec{v}$$

D dépend de la viscosité et de la géométrie du corps – voir vos futurs cours de mécanique des fluides. Vous pouvez vérifier que

$$v_{\text{terminale}} = \sqrt{\frac{mg}{D}}$$

Très important en aérodynamique pour réduire la résistance !

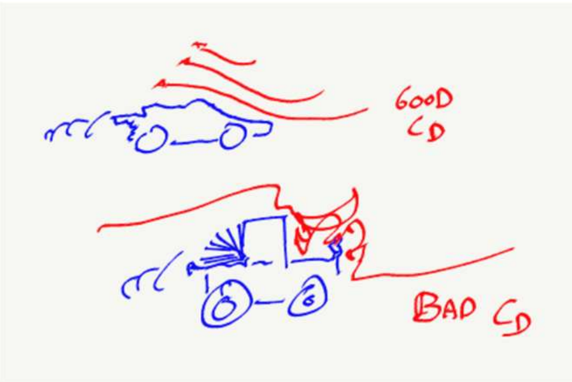
Résistance des fluides (V)



A haute vitesse, $\vec{F}_D = -Dv\vec{v}$

Un petit mot quand même sur la physique derrière le coefficient D

$$D = \frac{1}{2} \underbrace{C_D}_{\substack{\text{coefficient} \\ \text{de forme} \\ = \text{Cx}}} \underbrace{\rho}_{\substack{\text{masse} \\ \text{volumique} \\ \text{du fluide}}} \underbrace{A}_{\substack{\text{aire projetée} \\ \text{du corps} \\ \text{en mouvement}}}$$

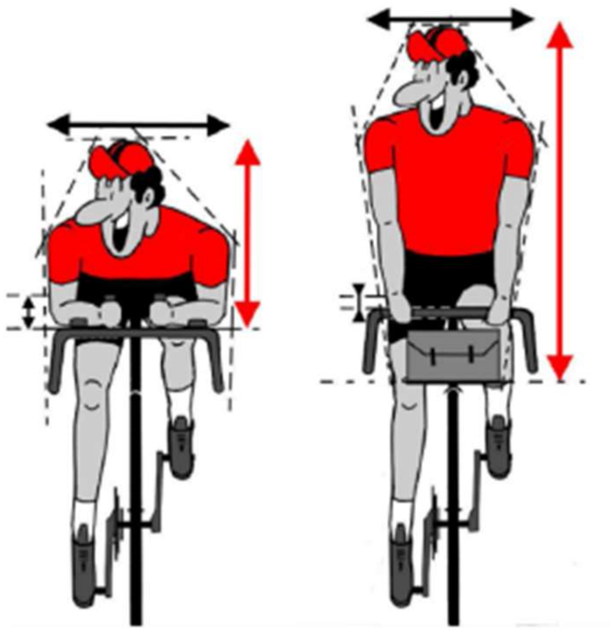


C_D coefficient	
Cylindre	1.2
Personne	0.9
Sphère	0.5
Auto	0.4
Aile d'avion	0.01

Comment diminuer la trainée ?

A haute vitesse, le module de la trainée (et de la portance) est proportionnel au carré de la vitesse !

$$\vec{\mathbf{F}}_D = -\underbrace{\frac{1}{2}C_D\rho A}_{k} v\vec{\mathbf{v}}$$

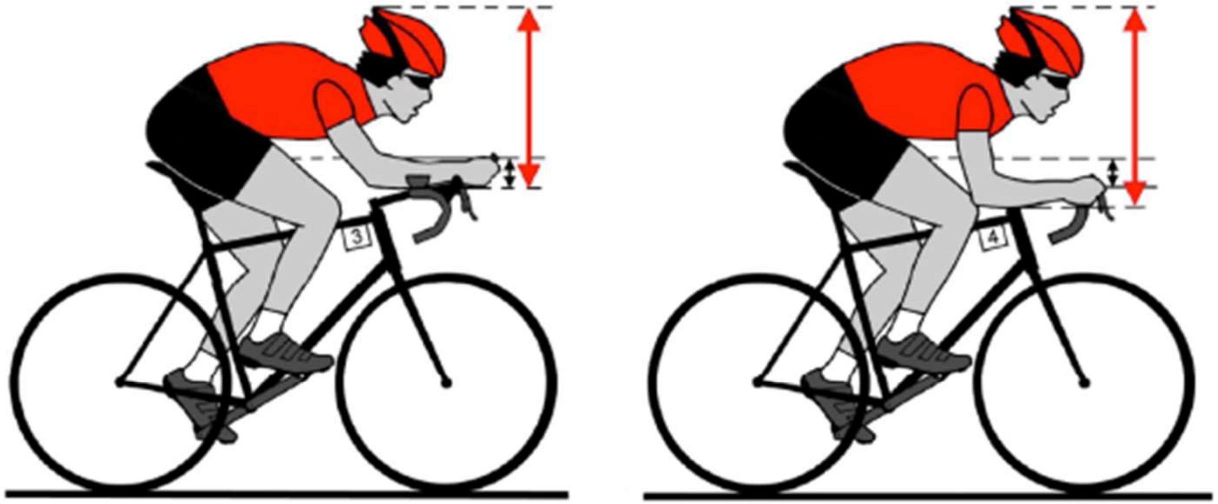


C_D coefficient adimensionnel qui dépend de la forme
ρ masse volumique du fluide
A aire du corps projeté sur un plan perpendiculaire au mouvement

Comment diminuer la trainée ?

A haute vitesse, le module de la trainée (et de la portance) est proportionnel au carré de la vitesse !

$$\vec{\mathbf{F}}_D = \underbrace{-\frac{1}{2}C_D \rho A}_{k} v\vec{\mathbf{v}}$$

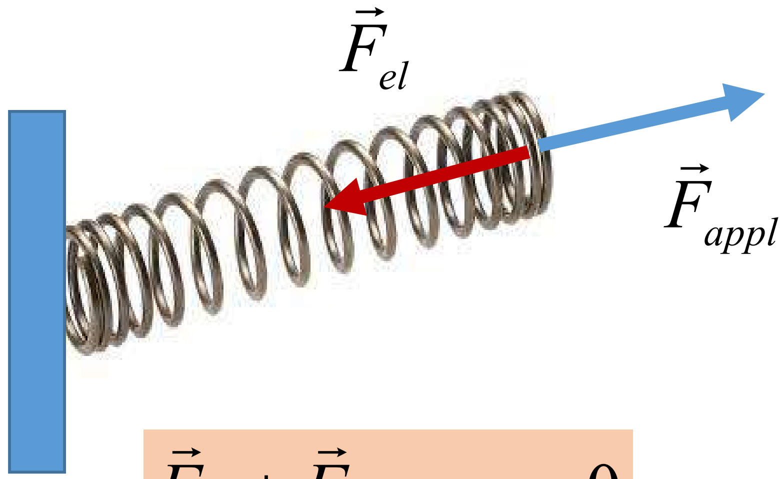


C_D coefficient	
Cylindre	**1.2**
Personne	**0.9**
Sphère	**0.5**
Auto	**0.4**
Aile d'avion	**0.01**

C_D coefficient adimensionnel qui dépend de la forme
ρ masse volumique du fluide
A aire du corps projeté sur un plan perpendiculaire au mouvement

Rigidité d'un ressort (I)

Quand on soumet un ressort à une force de traction ou de compression (poussée), le ressort résiste avec une force de norme F_{el} (aussi notée F_r). Cela va entraîner un **allongement ou une contraction** du ressort correspondant à un déplacement *u*. Le déplacement dépend de la rigidité du ressort quantifiée par un coefficient *k*:



$$\vec{F}_{el} + \vec{F}_{appliquée} = 0$$

$$F_{el} = -ku$$

La **rigidité *k*** dépend de la section du ressort et de la rigidité intrinsèque du matériau dont est fait le ressort (vous verrez cela plus tard dans vos cours de mécanique des solides et des matériaux).

On note F_{el}, avec « el » pour « élastique », ce qui veut dire que le déplacement est réversible. Alors que les frottements dissipent l'énergie (en chaleur), un ressort la stocke et la restitue – on discutera de cela au cours 6.

Rigidité d'un ressort (II)

deux remarques en plus

1) **Paradoxe ?** Si à chaque instant on a $\vec{F}_{el} + \vec{F}_{appliquée} = 0$

comment expliquer que le mouvement soit possible … en fait, il y a toujours un léger délai de réaction tel qu'il y a toujours une petite force résultante non nulle qui permet le mouvement. Ce transitoire est compliqué à analyser et ceci sort de ce cours introductif.

2) Au moins dans une certaine fenêtre de déformation, **tout matériau se comporte comme un ressort.** Si on le déforme en restant en dessous d'une limite (appelée limite d'élasticité), la déformation est réversible. On caractérise la rigidité d'un matériau par une propriété appelée « module de Young *E* » qui se définit comme suit

$$\frac{F}{A} = E\frac{u}{L}$$

avec *A* la section (m^2) du matériau et *L* sa longueur (m)

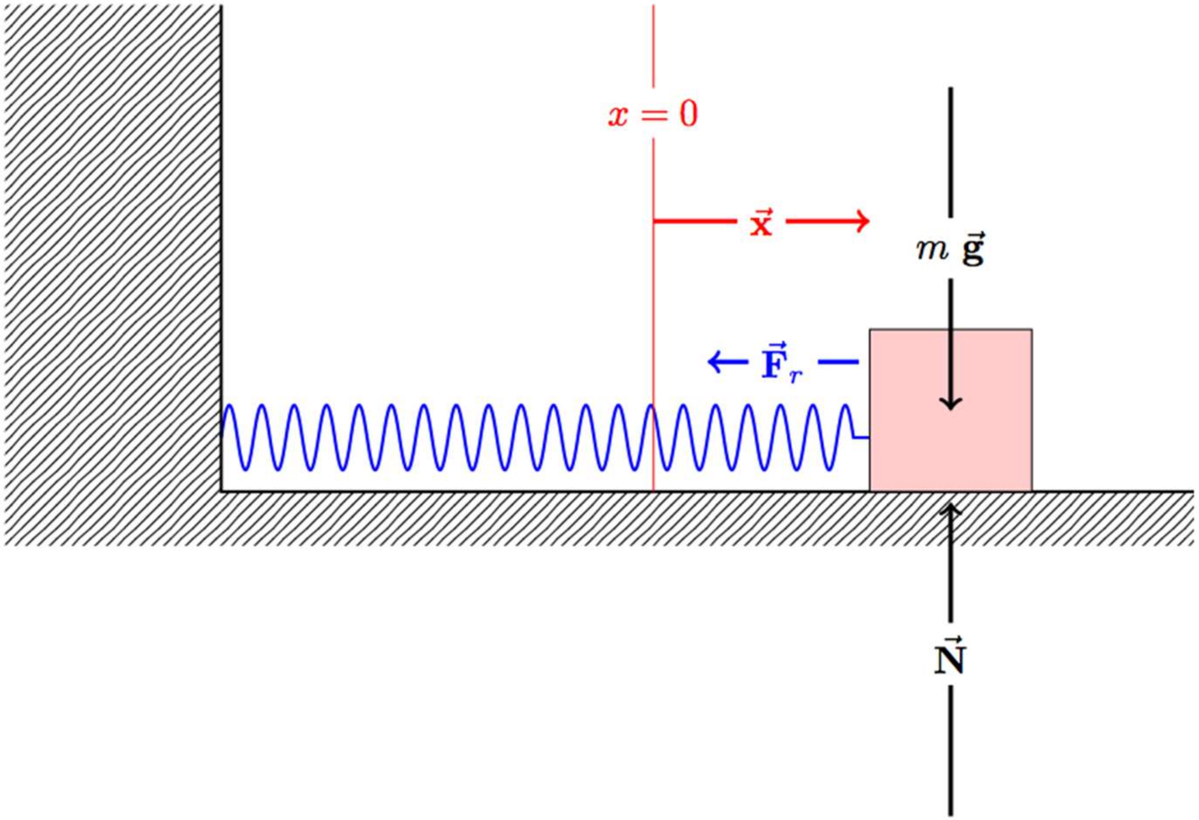
Mais ceci, c'est de la mécanique des corps déformables – ce qui sort de ce cours.

Rigidité d'un ressort (III)

L'harmonie du mouvement harmonique

Une masse *m* attachée à un ressort de rigidité *k* se déplace horizontalement sur une **surface sans friction** par rapport à un repère dont l'origine $x = 0$ correspond à la position du ressort au repos. Le ressort oppose une résistance F_{el} (notée aussi F_r) au mouvement. Objectif : décrire le mouvement de la masse.

$$m\vec{a} = \vec{F}_r + m\vec{g} + \vec{N}$$



$$ma_y = 0$$

$$ma_x(t) = -kx(t)$$

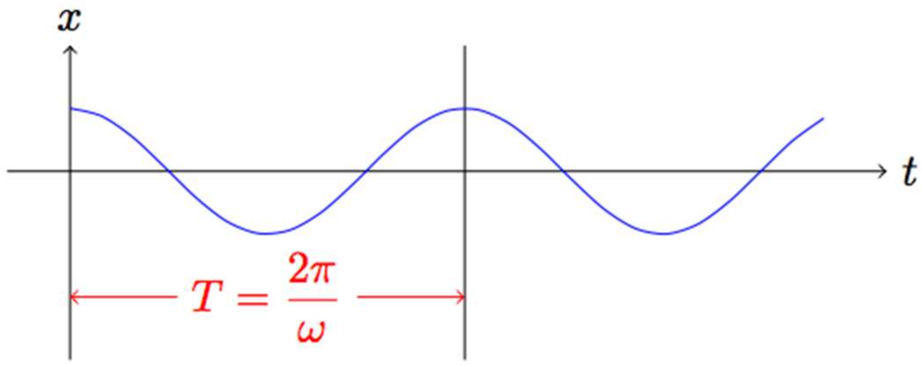
$$mx''(t) = -kx(t)$$

$$x''(t) = -\frac{k}{m}x(t)$$

Rigidité d'un ressort (IIIb)

L'harmonie du mouvement harmonique

$$\frac{d^2x}{dt^2} \equiv x''(t) = -\frac{k}{m}x(t)$$



Solution de cette EDO

$$x(t) = A cos(\omega t + \varphi)$$

$$v(t) = x'(t) = -A\omega sin(\omega t + \varphi)$$

$$a(t) = x''(t) = -A\omega^2 cos(\omega t + \varphi)$$

$$\Updownarrow$$

$$-A\omega^2 cos(\omega t + \varphi) = -\frac{k}{m} A cos(\omega t + \varphi)$$

$$\Updownarrow$$

$$\omega^2 = \frac{k}{m}$$

fréquence angulaire ω (1/s)

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

période T = temps pour un cycle complet (s)

$$\omega T = 2\pi$$

$$T = \frac{2\pi}{\omega}$$

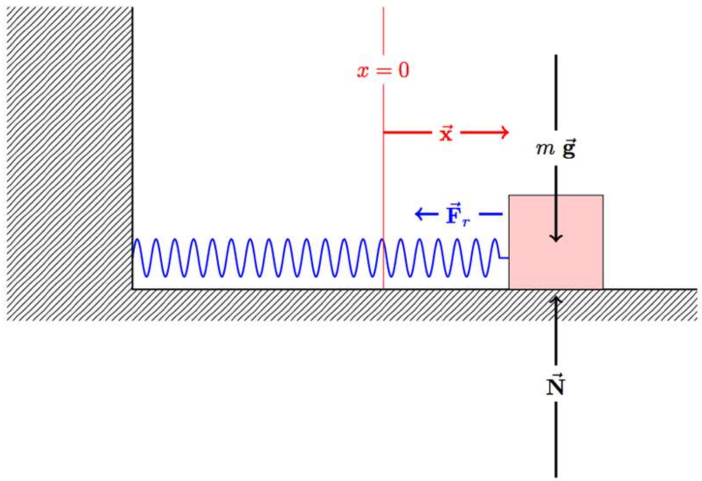
fréquence f = nombre de cycles par seconde (1/s)

$$f = \frac{\omega}{2\pi}$$

Rigidité d'un ressort (IIIc)

L'harmonie du mouvement harmonique

$$\frac{d^2x}{dt^2} \equiv x''(t) = -\frac{k}{m}x(t)$$



Solution $$x(t) = A\cos\left(\sqrt{\frac{k}{m}}t + \varphi\right)$$

Reste à déterminer l'amplitude *A* du mouvement périodique et le déphasage φ.

Pour cela, on a besoin de deux infos sur le mouvement. Par exemple la connaissance de la valeur de la position *x** et la vitesse *v** à un temps donné *t**

$$x^* = A\cos(\omega t^* + \varphi)$$
$$v^* = -A\omega\sin(\omega t^* + \varphi)$$

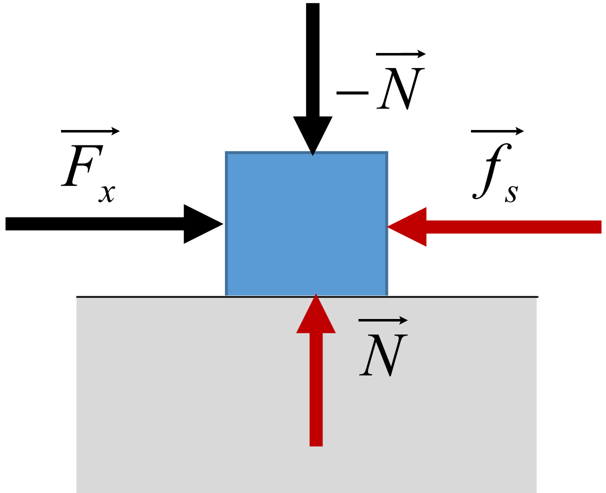
Deux équations à deux inconnues. Souvent, on connaît les **conditions initiales**, càd *x* et *v* en *t* = 0.

On pourrait parler d'encore bien d'autres forces :

- Pression osmotique
- Force capillaire
- Forces d'adhésion
- Forces chimiques
- etc

Synthèse cours 5

- La force de frottement solide/solide s'oppose au mouvement relatif de deux corps



> si $F_x < \mu_s N$, il n'y a pas de mouvement et $F_x = f_s$
> si $F_x \geq \mu_s N$, le corps se met en mouvement
> et immédiatement $F_x \equiv f_d = \mu_d N$

- μ_s est appelé coefficient de friction statique et μ_d est le coefficient de friction dynamique (ou « cinétique »).

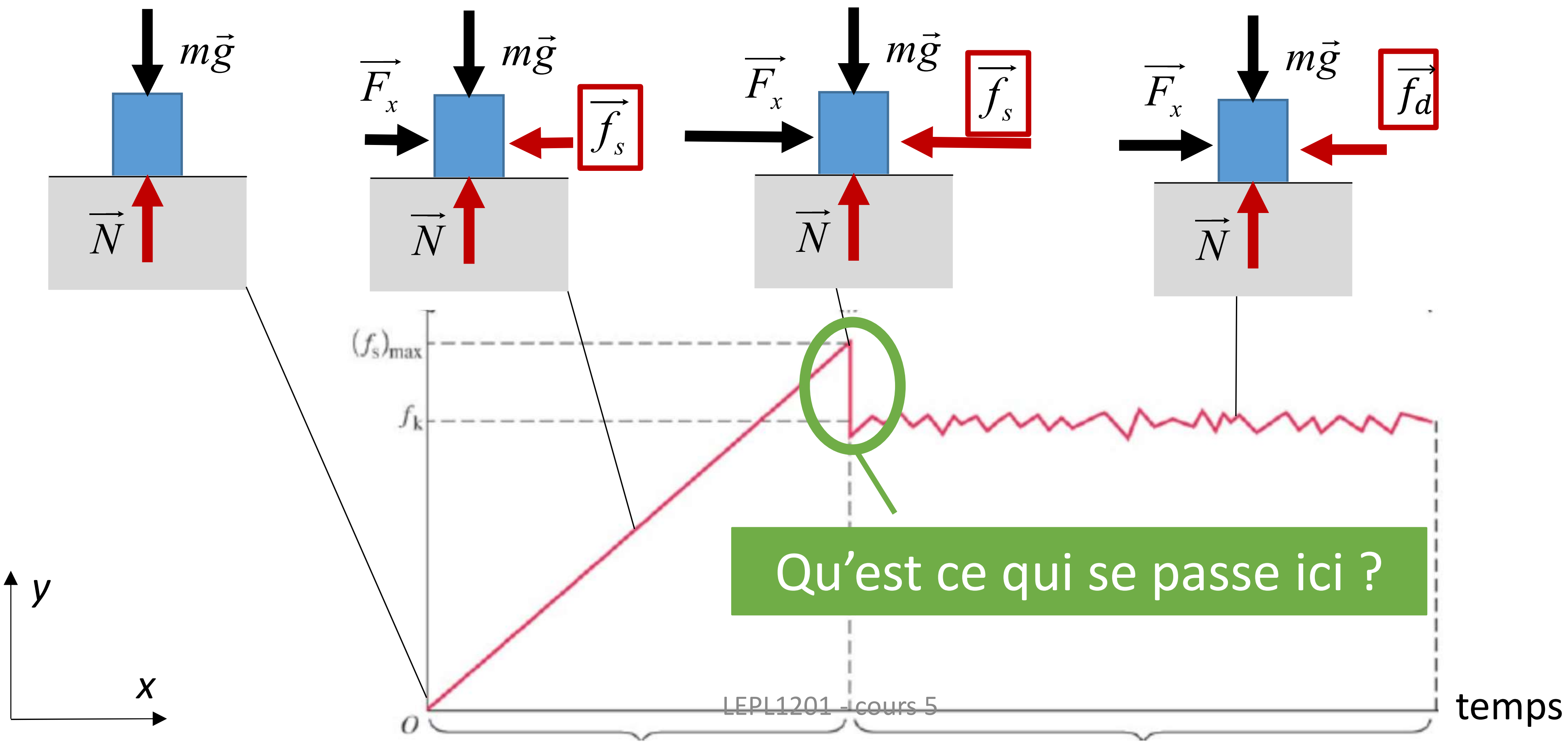
- La force résistive venant d'un fluide sur un solide en mouvement dépend de la vitesse du corps et varie proportionnellement à la vitesse à faible vitesse et au carré à haute vitesse.

- La force résistive venant d'un ressort est donné par $-kx$, avec k la rigidité du ressort. Sans frottement, le ressort permet un mouvement harmonique perpétuel.

Pour aller plus loin … et comprendre ce qui se passe vraiment

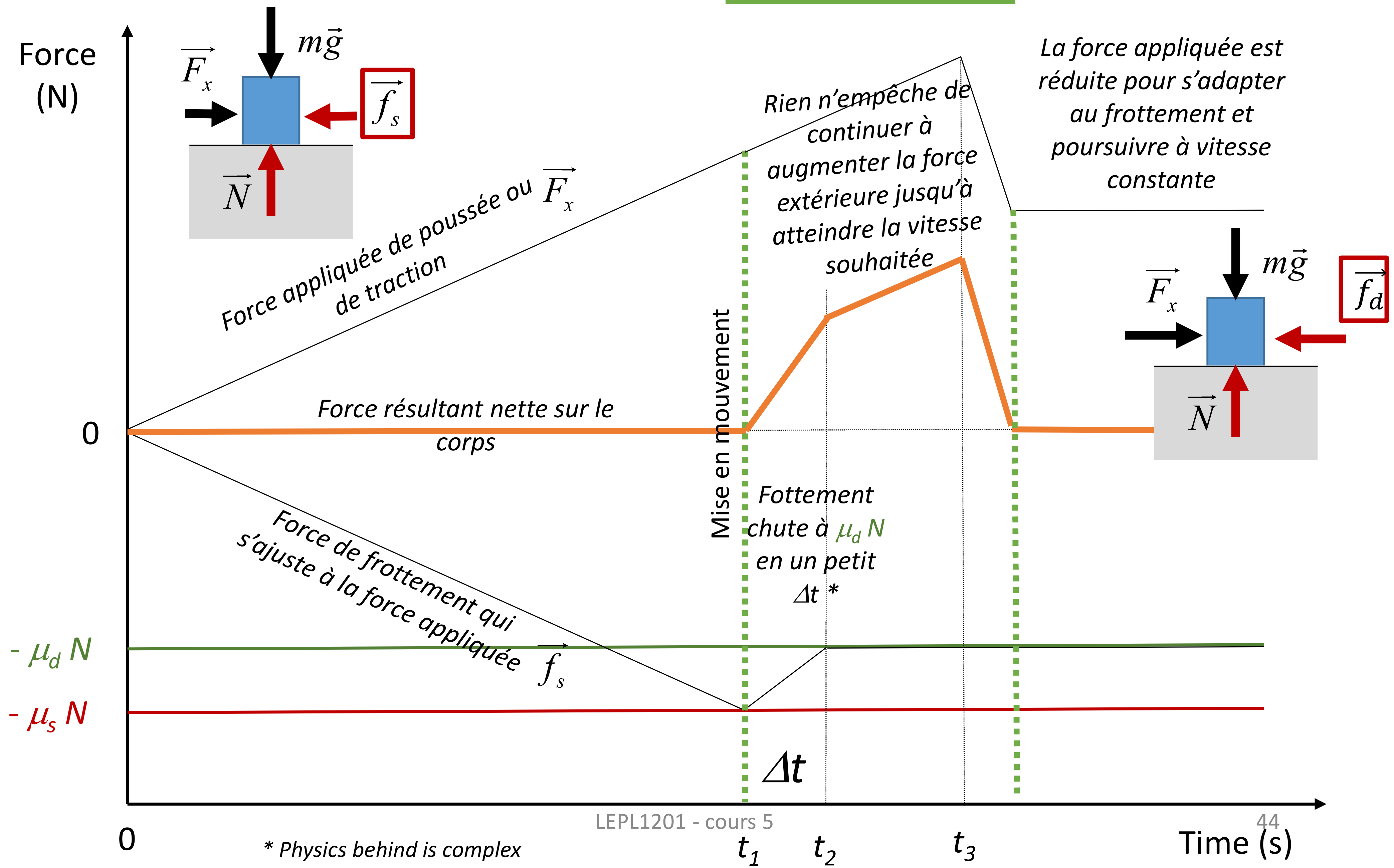
si $F_x < \mu_s mg$, il n'y a pas de mouvement et $F_x = f_s$
si $F_x \geq \mu_s mg$, le corps se met en mouvement et immédiatement après $f_d = \mu_d N$

Les 4 dias qui suivent visent à expliquer physiquement ce qui se passe durant la transition de mise en mouvement (but if you are happy or you don't want to be perturbed, you can skip !)



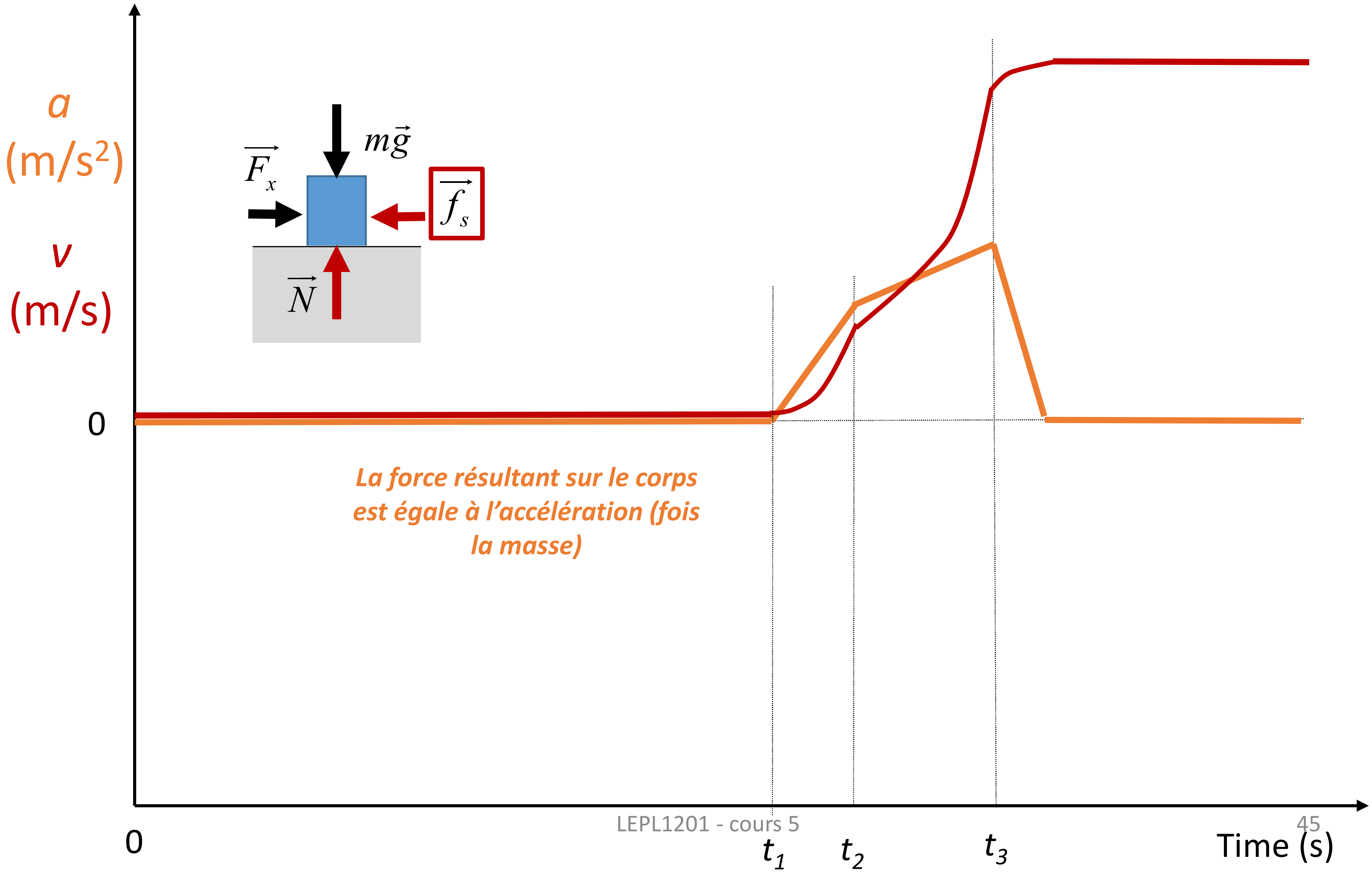
Regardons à la force totale (résultante) en *x*

Zone compliquée



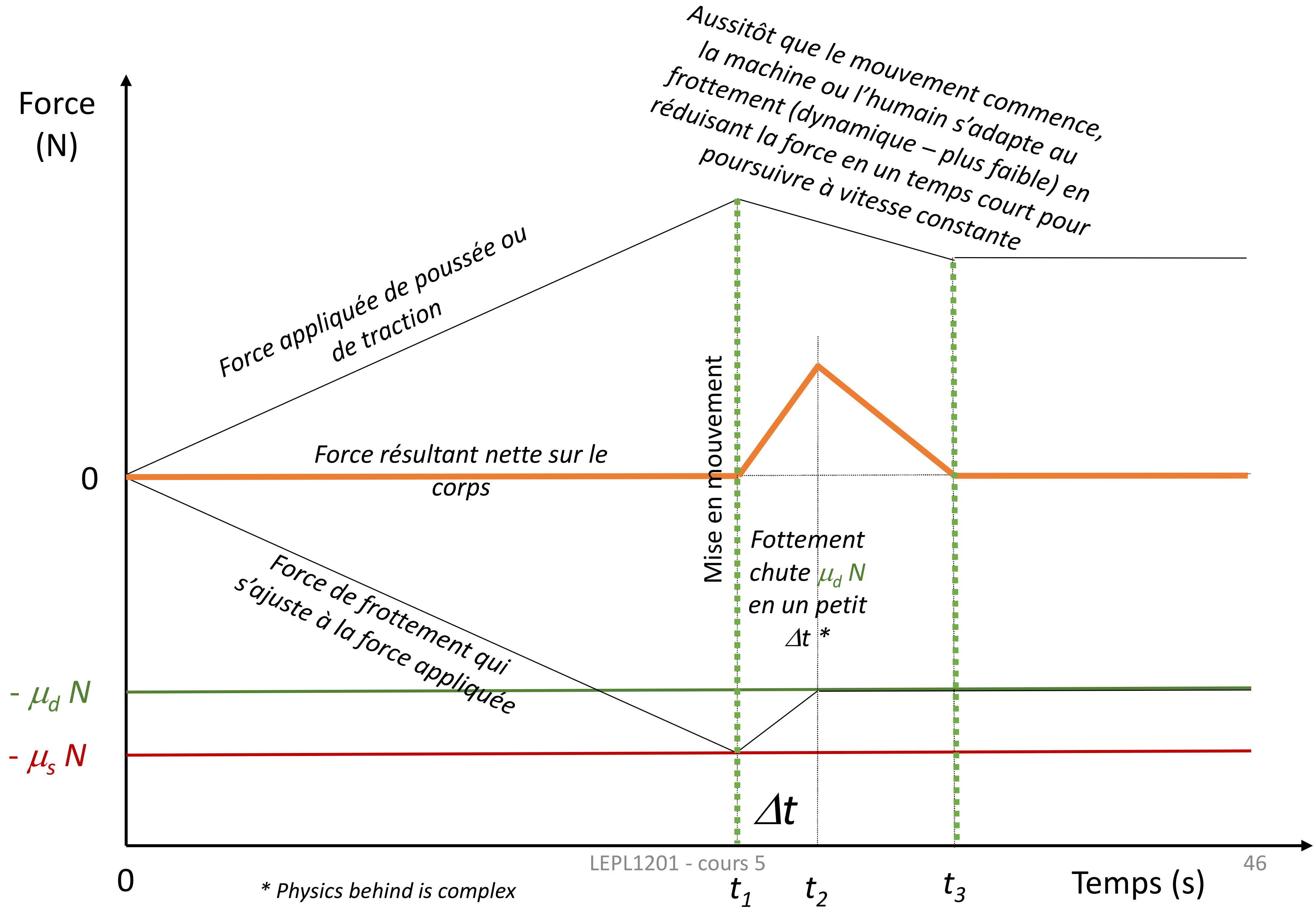
* Physics behind is complex

Regardons maintenant qualitativement à l'accélération et la vitesse (bonne révision des cours 1 et 2)



La force résultant sur le corps est égale à l'accélération (fois la masse)

Une autre option (plus simple)



* Physics behind is complex

Une autre option (plus simple)