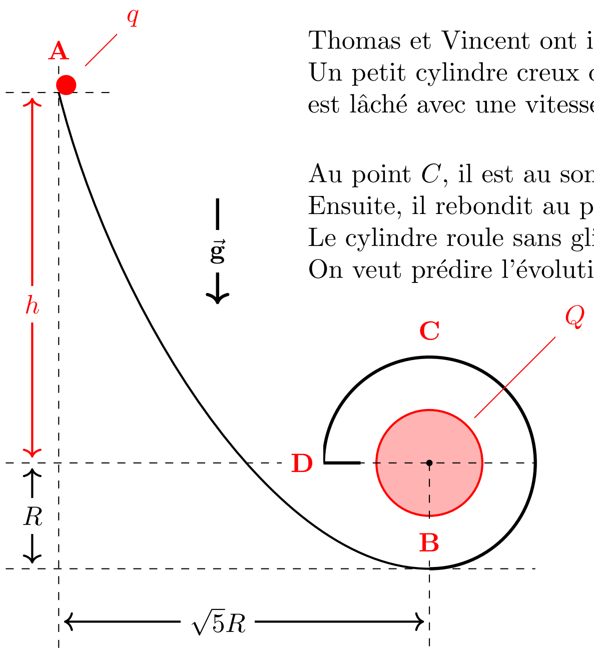
FSA11-ARCH11	
Janvier 2023	*Physique 1*
LEPL1201	*Vous pouvez conserver cet énoncé !*

1 Une nouvelle attraction pour le marché de Noël...



Thomas et Vincent ont imaginé une jolie attraction pour le marché de Noël. Un petit cylindre creux de masse $m = 100$ kg et avec un rayon $r = 0.01$ m est lâché avec une vitesse nulle d'un point A situé à une hauteur $h + R$.

Au point C, il est au sommet d'un looping de rayon $R = 10$ m.
Ensuite, il rebondit au point D et inverse sa trajectoire.
Le cylindre roule sans glissement sur la piste.
On veut prédire l'évolution de sa vitesse $v(t)$.

Laurent et Dimitri trouvent l'attraction insipide !
Le cylindre a maintenant une charge $q = 10^{-4}$ C.
Ils ont aussi installé une sphère de rayon $R/2$ avec une charge positive Q au milieu du looping.
La piste n'a pas d'influence sur le champ électrique.
La piste est un isolant électrique parfait.
Et voilà l'attraction nettement plus électrisante !

On utilisera $g = 10$ m/s^2 et $k = 10^{10}$ N m^2/C^2 pour effectuer tous les calculs.

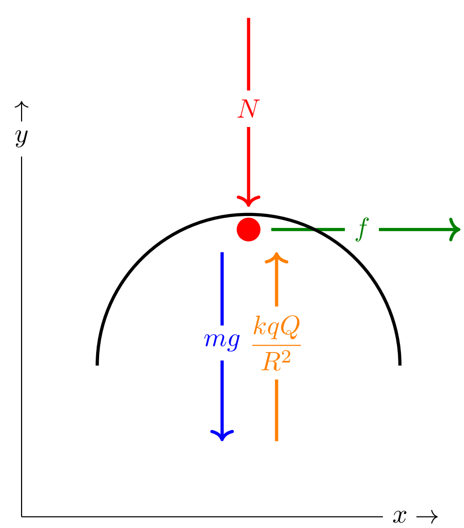
Dans un souci bien légitime de simplification, la charge q sera vue comme une charge ponctuelle située aux centre de gravité du cylindre pour le calcul de la force électrique de Coulomb !

1. Citer et dessiner l'ensemble de toutes les forces sur le cylindre lorsqu'il se trouve au point C.

   Il faut citer la gravité, la force de Coulomb, la force normale de réaction du sol sur le cylindre et le frottement ! Eh oui, comme le cylindre roule, il y a une force de frottement qui ralentit la translation et fait tourner le cylindre... Il est évidemment essentiel de dessiner les forces correctement. Il n'y a pas de colle entre le sol et le cylindre : le sol ne peut donc pas exercer une force qui retient le cylindre ! Dessiner une force de réaction qui s'oppose à la gravité est une erreur impardonnable et fait perdre la totalité des points pour cette question qui n'est pas aussi simple qu'on pourrait le croire :-)

Il faut donc uniquement dessiner et citer :

- *Force de gravité :* $m\vec{\mathbf{g}} = \begin{bmatrix} 0 \\ -mg \end{bmatrix}$
- *Force de Coulomb :* $\vec{\mathbf{F}}_e = \begin{bmatrix} 0 \\ kqQ/R^2 \end{bmatrix}$
- *Force de réaction normale du sol :* $\vec{\mathbf{N}} = \begin{bmatrix} 0 \\ -N \end{bmatrix}$
- *Force de frottement :* $\vec{\mathbf{f}} = \begin{bmatrix} f \\ 0 \end{bmatrix}$



2. Obtenir l'expression de l'énergie cinétique totale[1] du cylindre à partir de m et de $v(t)$.

L'énergie cinétique totale est définie par l'expression :

$$K = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}Iw^2$$

Comme le cylindre roule sans glissement : $r\omega = v$

Comme le cylindre est creux : $I = mr^2$

$$K = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}mv^2$$

Il fallait donc juste omettre le facteur deux et écrire : $\boxed{K(t) = m\Big[v(t)\Big]^2}$

L'énergie cinétique du cylindre qui roule se compose donc à part égale de l'énergie cinétique de translation et de rotation : il y aura donc la moitié de l'énergie potentielle consacrée à la translation du cylindre et l'autre moitié sera utilisée pour le faire tourner !

3. Calculer la hauteur h qui a été choisie comme la valeur minimale requise pour éviter le chute du cylindre au point C si la sphère n'est pas chargée, c'est-à-dire si $Q = 0$.

Cela sera le cas si l'accélération centripète est exactement l'accélération de la gravité si la force normale est nulle en ce point.

$$m\frac{v_*^2}{R} = mg$$

$$v_*^2 = Rg$$

En vertu de la conservation de l'énergie, on peut écrire : $mv_*^2 + mg2R = mg(h + R)$

$$g(h - R) = Rg$$

On déduit donc : $\boxed{h = 2R = 20 \text{ m}}$

C'est quasiment un exemple fait au cours à part que nous avons maintenant un cylindre qui roule, à la place d'un petit chariot qui glissait ! Attention, nous avons utilisé une vitesse v_* qui correspond au cas où il n'y a pas de force électrique, mais ce n'est pas la vitesse qu'il faudra utiliser par la suite, évidemment !

[1] Attention, il faut tenir compte de l'énergie cinétique de translation et de l'énergie cinétique de rotation du cylindre !

4. Calculer la charge Q qui a été choisie afin que la norme de la force de Coulomb soit exactement égale à celle la force de gravité au point C ?

Il suffit d'imposer l'égalite des normes des deux forces !

$$\frac{kqQ}{R^2} = mg$$

$$\downarrow$$

$$Q = \frac{R^2 mg}{kq}$$

On peut alors calculer : $$\boxed{Q = \frac{10^2 \times 100 \times 10}{10^{10} \times 10^{-4}} = \frac{10^5}{10^6} = 10^{-1} \text{ C}}$$

D'après Dimitri, on n'aura pas d'éclair électrique avec de telles charges...
Bon, vous savez : l'électricité : c'est plutôt le truc du grand frère pour être honnête.

5. Quelle sera alors[2] la vitesse du cylindre aux points B et C ?

A nouveau, on applique simplement la conservation de l'énergie !
On procéde de manière identique entre A et B et puis entre A et C !
Mais, il faut ici tenir compte de l'énergie potentielle électrique :-)

$$m\ v_B^2 + \frac{kqQ}{R} = mg(h+R) + \frac{kqQ}{\sqrt{h^2+5R^2}}$$

$$\Big\downarrow \text{ Comme } h = 2R$$

$$m\ v_B^2 + \frac{kqQ}{R} = mg3R + \frac{kqQ}{3R}$$

$$\Big\downarrow \text{ Comme } kqQ = mgR^2$$

$$m\ v_B^2 = mg3R + mg\left[\frac{R}{3} - R\right]$$

$$v_B^2 = \frac{7gR}{3}$$

[2] Attention, on considère maintenant les valeurs de h et Q obtenues aux deux sous questions précédentes 3 et 4 !

Enusuite, il faut juste adapter l'énergie potentielle gravitationnelle, pour le point C :-)

$$\begin{aligned} m\ v_C^2 + mg2R + \frac{kqQ}{R} &= mg3R + \frac{kqQ}{3R} \\ v_C^2 &= \frac{gR}{3} \end{aligned}$$

Bien observer ici $v_C \neq v_*$ calculé dans la sous-question où on choisit h !
Dans les bilans, on a toutes les énergies requises pour les instants t_A, t_B, t_C et même t_D pour faire le dessin demandé à la toute dernière sous-question au passage !

Et la conclusion est immédiate :
$$\boxed{\begin{aligned} v_B &= \sqrt{7gR/3} = 15.3 \text{ m/s} \\ v_C &= \sqrt{gR/3} = 5.8 \text{ m/s} \end{aligned}}$$

6. Quelle sera alors[2] la force normale exercée par la piste sur le cylindre au point C ?

Il suffit d'écrire que le produit de la masse et l'accélération centripète vaut la différence des trois forces verticales s'appliquant sur le cylindre, en appliquant la loi de Newton :

$$N \underbrace{-mg + \frac{kqQ}{r^2}}_{=0} = m\frac{v_C^2}{R}$$

Comme $v_C^2 = gR/3$

et que Q a été choisi afin que la gravité et la force de Coulomb s'annulent !

$$N = \frac{mgR}{3R}$$

On déduit donc :
$$\boxed{N = \frac{mg}{3} = 333.3 \text{ Newton}}$$

7. Esquisser alors[2] l'évolution de l'énergie potentielle gravitationnelle, de l'énergie potentielle électrique[3] et de l'énergie cinétique en fonction du temps lorsque le cylindre se déplace entre A et D. Indiquer clairement les temps t_A, t_B, t_C et t_D sur vos dessins.

   Comme la force de frottement présente lors d'un roulement sans glissement ne fournit aucun travail car la vitesse du point de contact est toujours nulle, nous avons une conservation parfaite de l'énergie mécanique.

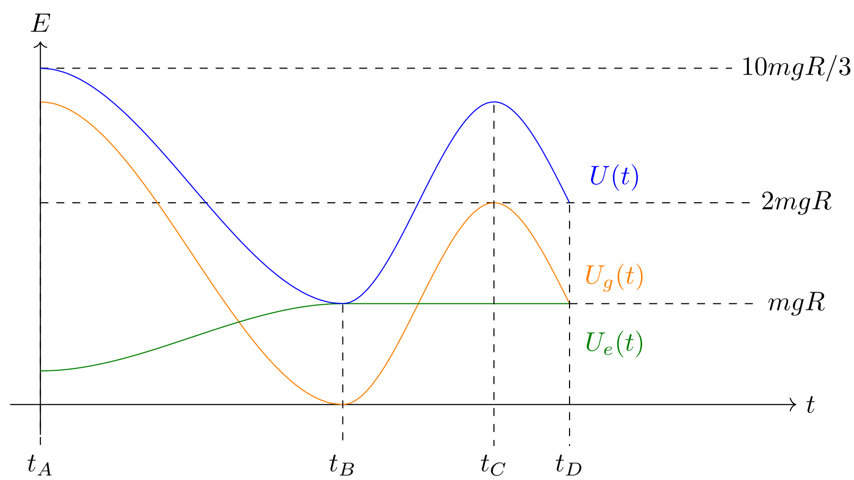
$$K(t) + U_g(t) + U_e(t) = 3mgR + \frac{mgR}{3} = mg\frac{10R}{3}$$

   puisque que l'énergie cinétique est nulle en A avec une énergie potentielle totale égale à $10mgR/3$. Par contre, les courbe de l'énergie cinétique et de l'énergie potentielle en fonction du temps ne sont ni des paraboles, ni des droites, mais une courbe harmonieuse dont on connaît toutes les valeurs pour les quatre instants à considérer !

	$U_g(T)$	$U_e(t)$	$K(t)$
t_A	$3mgR$	$mgR/3$	0
t_B	0	mgR	$7mgR/3$
t_C	$2mgR$	mgR	$mgR/3$
t_D	mgR	mgR	$4mgR/3$

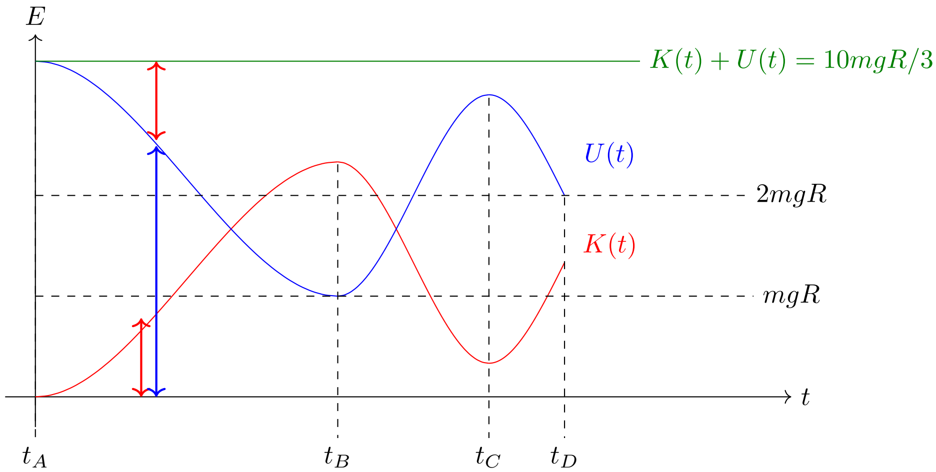
   Comme l'accélération tangentielle en A, B et C, la dérivée de l'énergie cinétique doit également s'annuler : cela peut aussi se déduire avec un peu d'intuition physique :-) Par contre, ce n'est pas le cas en D. Sur base de ces informations, il est alors possible d'esquisser le dessin qui suit.
   L'énergie potentielle est donc transformée de manière strictement égale en énergie cinétique.
   Tracer des droites est une mauvaise idée !
   Non, les courbes ne sont pas des paraboles, ni même des polynômes et dépendent de la forme de la rampe de départ qui n'est pas donnée.
   C'est donc bien une esquisse qu'il faut fournir !

   Une bonne idée est alors de tracer les deux courbes d'énergie potentielles et de les additionner !



   Et ensuite d'observer que l'énergie cinétique que l'on peut directement deviner avec un peu d'intuition physique aussi au passage, n'est rien d'autre que la différence entre l'énergie mécanique totale et l'énergie potentielle !

[3]L'énergie potentielle gravitationnelle sera nulle en B et l'énergie potentielle électrique sera nulle à l'infini.



Bien observer que la courbe rouge de l'énergie cinétique peut être vue comme la distance entre la ligne de l'énergie mécanique et la courbe bleue de l'énergie potentielle et inversément. L'écart entre les abscisses temporelles ne peut pas être déterminé : on peut seulement déduire que $t_D - t_C = (t_C - t_B)/2$ *dans le looping, tel qu'indiqué sur le dessin.*

Ces courbes peuvent être facilement tracées avec un peu d'intuition physique et de bon sens sans effectuer aucun calcul ! Et pourtant, cela reste souvent une tâche insurmontable pour beaucoup d'étudiants.

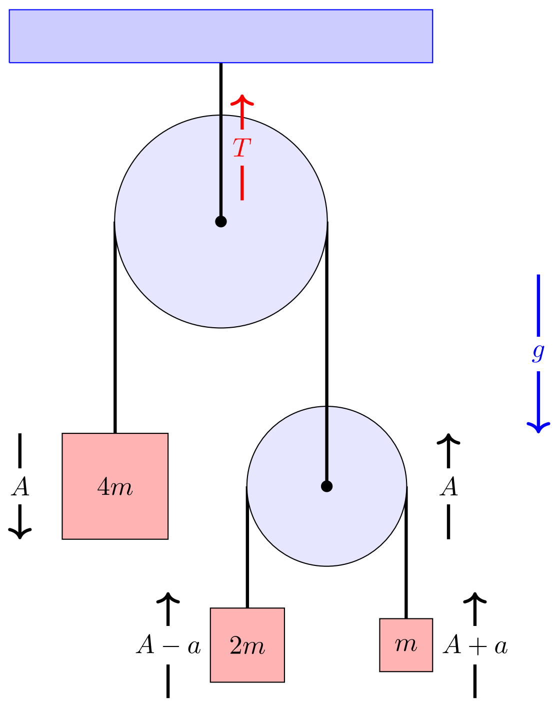
2 Questions à choix multiples

Attention !
Il y a toujours une et une seule bonne réponse !
Ne pas répondre ou cocher une réponse erronée ne fait rien perdre.
Les données des questions sans valeurs numériques sont supposées être dans des unités cohérentes :-)
Remplir la feuille pour lecture optique avec un crayon noir bien taillé ou un bic noir !
N'utiliser en aucun cas un correcteur liquide (Typex) pour corriger !

Pour les QCMs, vous avez la possibilité de mettre une très brève justification.
Cette dernière sera lue uniquement si vous avez choisi une réponse erronée !
Une petite portion des points associés à la question pourra alors être attribuée si la justification le mérite.

Q1

Trois masses sont suspendues à deux poulies supposées de masse et d'inertie négligeable. Il n'y a aucun frottement dans les poulies. On note A l'accélération de la plus grosse masse et a l'accélération de la plus petite masse par rapport à la poulie qui la retient. La plus grosse masse descend et la plus petite remonte.



Quelle est la force T qui retient la première poulie ?

A	$T = \dfrac{64mg}{7}$	**A** ☐
B	$T = \dfrac{32mg}{5}$	**B** ■
C	$T = \dfrac{30mg}{5}$	**C** ☐
D	$T = \dfrac{21mg}{4}$	**D** ☐
E	$T = \dfrac{16mg}{5}$	**E** ☐

Q2

On considère un champ électrique dans l'espace donné par l'expression

$$\vec{\mathbf{E}} = (K + yE)\ \vec{\mathbf{e}}_y$$

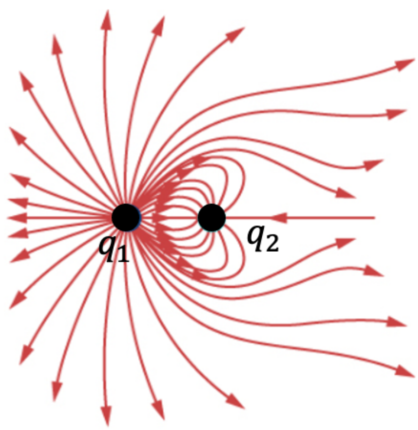
et deux points $a : (1, 1, 0)$ et $b : (2, 3, 0)$.

Que vaut la différence de potentiel $V_b - V_a$ entre ces deux points ?

A	$V_b - V_a = -(K + 1.5E)$	**A**	☐
B	$V_b - V_a = -(K + 4E)$	**B**	☐
C	$V_b - V_a = -(2K + 1.5E)$	**C**	☐
D	$V_b - V_a = -(2K + 2E)$	**D**	☐
E	$V_b - V_a = -(2K + 4E)$	**E**	■

Q3

Sur le dessin, on a représenté des lignes de champ entre deux charges q_1 et q_2 de signes et d'amplitudes inconnus.

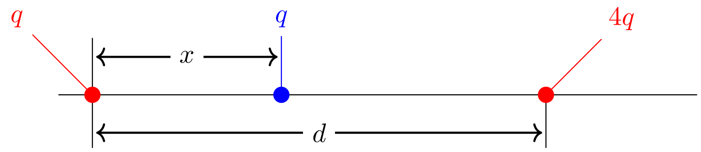


Quelle est l'unique proposition correcte ?

A	La charge q_1 est positive et la charge q_2 est négative. L'amplitude de q_1 est inférieure à celle de q_2.	**A**	☐
B	La charge q_1 est positive et la charge q_2 est négative. L'amplitude de q_1 est supérieure à celle de q_2.	**B**	■
C	La charge q_1 est négative et la charge q_2 est positive. L'amplitude de q_1 est inférieure à celle de q_2.	**C**	☐
D	La charge q_1 est négative et la charge q_2 est positive. L'amplitude de q_1 est supérieure à celle de q_2.	**D**	☐
E	Les charges sont de signes opposés. Nous ne pouvons rien affirmer sur leurs amplitudes relatives.	**E**	☐

Q4

Soit deux charges ponctuelles de valeurs q et $4q$ séparées d'une distance d.



A quelle distance x de la charge q faut-il placer une autre charge q pour que cette dernière soit à l'équilibre ?

A $x = 3d/4$
B $x = d/2$
C $x = d/3$
D $x = d/4$
E $x = d/6$

A □
B □
C ■
D □
E □

Q5

L'eau sort d'un tuyau d'incendie à une vitesse v.
Quelle relation doit satisfaire l'angle θ du tuyau pour que l'eau atteigne un point situé à une distance d à la même hauteur que le bec du tuyau ?
La norme de l'accélération de la gravité sera notée g.

A $\sin(2\theta) = \frac{v^2}{dg}$

B $2\sin(\theta)\cos(\theta) = \frac{dg}{v^2}$

C $2\sin(2\theta) = \frac{dg}{v^2}$

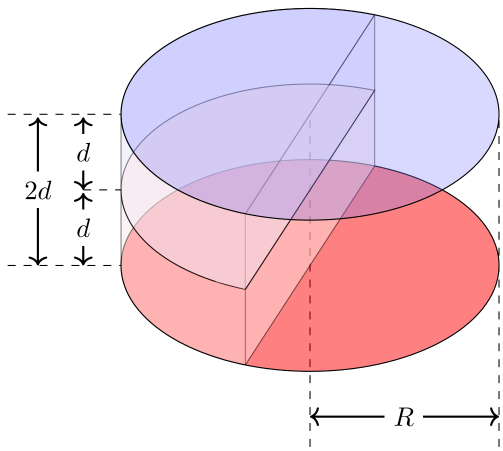
D $\sin(\theta) = \frac{dg}{v^2}$

E $v\sin(\theta) = \frac{g}{d^2}$

A □
B ■
C □
D □
E □

Q6

On considère un condensateur cylindrique avec deux plaques métalliques circulaires de rayon R et distantes d'une longueur $2d$.
La moitié de l'espace intermédiaire est vide.
L'autre moitié de cet espace est entièrement occupée par deux couches de matériaux diélectriques distincts avec des permittivités relatives ϵ_1 et ϵ_2.
Ces deux couches ont la forme d'une moitié de tarte et une épaisseur d.
On néglige tous les effets de bord.



Quelle est la capacité de ce condensateur ?

A $C = \left(\dfrac{\epsilon_0 + \epsilon_1 + \epsilon_2}{3}\right) \dfrac{\pi R^2}{2d}$ — **A** ☐

B $C = \left(\epsilon_0 + \dfrac{\epsilon_1 \epsilon_2}{\epsilon_1 + \epsilon_2}\right) \dfrac{\pi R^2}{4d}$ — **B** ☐

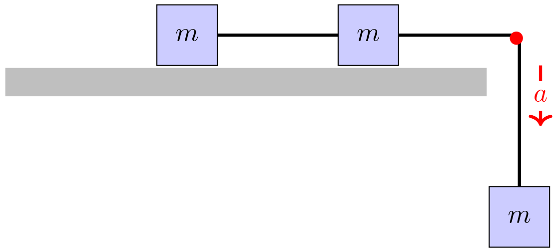
C $C = \left(\epsilon_0 + \dfrac{2\epsilon_1 \epsilon_2}{\epsilon_1 + \epsilon_2}\right) \dfrac{\pi R^2}{4d}$ — **C** ■

D $C = \left(\epsilon_0 + \dfrac{\epsilon_1 + \epsilon_2}{\epsilon_1 \epsilon_2}\right) \dfrac{\pi R^2}{4d}$ — **D** ☐

E $C = \left(\epsilon_0 + \dfrac{\epsilon_1 + \epsilon_2}{2}\right) \dfrac{\pi R^2}{4d}$ — **E** ☐

Q7

Les trois blocs ont le même masse m.



Le coefficient de frottement cinétique μ_c entre le sol et les blocs est identique.
La norme de l'accélération de chacun des 3 blocs est donnée par :

A $a = \mu_c \dfrac{g(1+2\mu_c)}{3}$ — **A** ☐

B $a = \dfrac{g\mu_c}{3}$ — **B** ☐

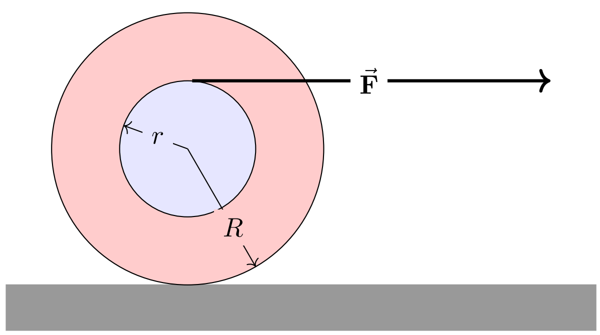
C $a = \dfrac{g(1-\mu_c)}{2}$ — **C** ☐

D $a = \mu_c \dfrac{g(1-2\mu_c)}{3}$ — **D** ☐

E $a = \dfrac{g(1-2\mu_c)}{3}$ — **E** ■

Q8

Une bobine de masse M et de rayon R a un moment d'inertie I. On tire sur un fil avec une force F le long d'un axe de rayon r et la bobine se met à rouler sans glissement sur sol.



La norme de l'accélération du centre de masse est donnée par :

A $a = \dfrac{F}{M}$ — **A** ☐

B $a = F\dfrac{(rR+R^2)}{(I+MR^2)}$ — **B** ■

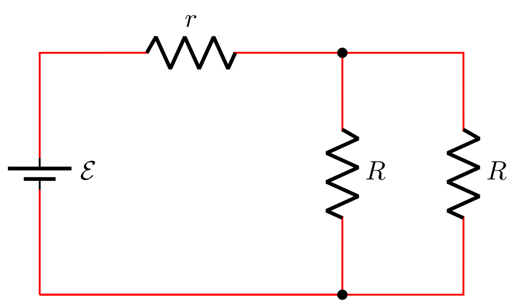
C $a = \dfrac{Fr}{3MR}$ — **C** ☐

D $a = F\dfrac{R^2}{(I+MrR)}$ — **D** ☐

E $a = F\dfrac{(I+MR^2)}{(rR+R^2)}$ — **E** ☐

Q9

Une pile représentée par sa force électromotrice $\mathcal{E}$ et sa résistance interne r est connectée à deux résistances externes identiques de valeur R chacune.
La valeur de R a été choisie afin de maximiser la puissance dissipée par les deux résistances externes.



Quelle est cette puissance maximale P_{max} ?

A $P_{max} = \dfrac{\mathcal{E}^2}{2R}$

B $P_{max} = \dfrac{\mathcal{E}^2}{4R}$

C $P_{max} = \dfrac{\mathcal{E}^2}{8R}$

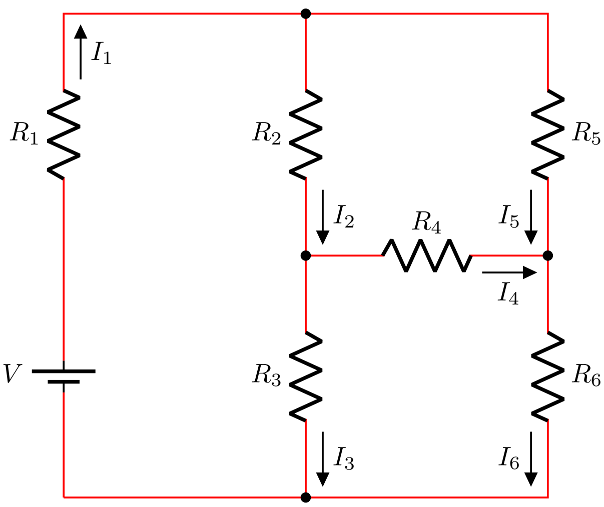
D $P_{max} = \dfrac{\mathcal{E}^2}{(r+2R)}$

E $P_{max} = \dfrac{2\mathcal{E}^2}{(2r+R)}$

A ■
B □
C □
D □
E □

Q10

On considère le circuit du pont de Wheatstone (ensemble des résistances notées R_2 à R_6) connecté à une source de tension réelle (représentée par une force électromotrice notée ici par sa tension V et une résistance interne R_1).



Quelle équation de Kirchhoff est correcte pour ce circuit ?

A $V - R_1I_1 + R_2I_2 + R_5I_5 = 0$ — **A** ☐

B $I_1 = I_2 + I_3 + I_4 + I_5 + I_6$ — **B** ☐

C $V - R_1I_1 - R_2I_2 - R_4I_4 - R_6I_6 = 0$ — **C** ■

D $R_2I_2 + R_5I_5 = R_3I_3 + R_6I_6$ — **D** ☐

E $V - R_1I_1 = 0$ — **E** ☐

N'oubliez pas de reporter vos réponses sur la feuille pour lecture optique.

Formulaire

$$
\begin{aligned}
\frac{d}{dt}\Big(m\,\vec{\mathbf{v}}\Big) &= \sum \vec{\mathbf{F}}_i \\
\frac{d}{dt}\Big(\tfrac{1}{2}m\,v^2 + \tfrac{1}{2}I\,\omega^2\Big) &= \sum \vec{\mathbf{F}}_i \cdot \vec{\mathbf{v}}_i \\
\frac{d}{dt}\Big(I\,\omega\Big) &= \sum M_i
\end{aligned}
$$

Mouvement d'un projectile

$$
\begin{aligned}
\vec{\mathbf{x}}(t) &= \begin{bmatrix} u_0 t + x_0 \\ -gt^2/2 + v_0 t + y_0 \end{bmatrix} \\
\vec{\mathbf{v}}(t) &= \begin{bmatrix} u_0 \\ -gt + v_0 \end{bmatrix} \\
\vec{\mathbf{a}}(t) &= \begin{bmatrix} 0 \\ -g \end{bmatrix}
\end{aligned}
$$

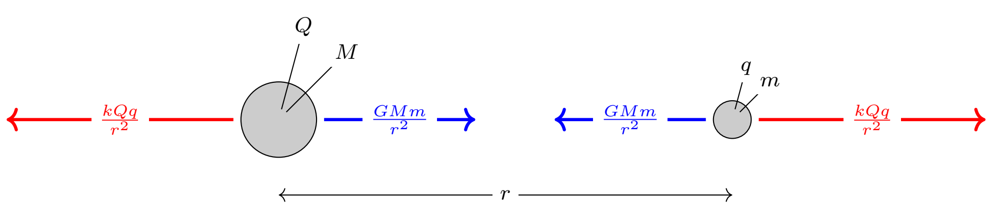
Mouvement horizontal = MRU (vitesse constante)
Mouvement vertical = MRUA (accélération constante)

Mouvement circulaire uniformément accéléré : $\theta(t) = \theta_0 + \omega_0 t + \dfrac{\alpha\, t^2}{2}$

$$
\begin{aligned}
\vec{\mathbf{v}}(t) &= \begin{bmatrix} v_r \\ v_\theta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ r\omega \end{bmatrix} \\
\vec{\mathbf{a}}(t) &= \begin{bmatrix} a_r \\ a_\theta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -r\omega^2 \\ r\alpha \end{bmatrix}
\end{aligned}
$$

Force de gravité et force d'interaction électrique

$$
\begin{aligned}
G &= 6.674\ 10^{-11} \quad \mathrm{N\ m^2/kg^2} \\
\frac{1}{4\pi\epsilon_0} = k &= 8.988\ 10^{9} \quad \mathrm{N\ m^2/C^2} \\
\epsilon_0 = \frac{1}{4\pi k} &= 8.854\ 10^{-12} \quad \mathrm{C^2/N\ m^2}
\end{aligned}
$$



Théorème de Gauss

$$\oint_S \vec{\mathbf{E}} \cdot d\vec{\mathbf{S}} \quad = \quad \frac{1}{\epsilon_0} \sum q_i$$

Energies potentielles mécaniques

$$\begin{aligned} W_{a\to b} \quad = \quad U_a - U_b \quad &= \quad \frac{kx^2}{2} \\ U_a - U_b \quad &= \quad mgh \end{aligned}$$

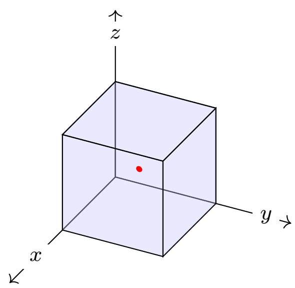
Théorème de l'énergie mécanique

$$\Delta \overbrace{\left(\tfrac{1}{2} m\ v^2 + \textcolor{red}{\tfrac{1}{2} I\ \omega^2}\right)}^{K} \quad = \quad \sum \overbrace{\int \vec{\mathbf{F}} \cdot d\vec{\mathbf{x}}}^{W}$$

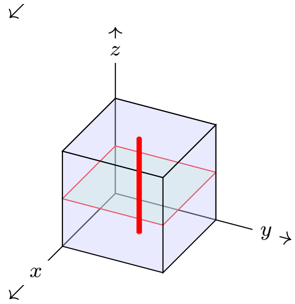
Energie et potentiel électrique

$$\begin{aligned} U_a - U_b \quad &= \quad q_0 \int_a^b \vec{\mathbf{E}} \cdot d\vec{\mathbf{x}} \\ V_a - V_b \quad &= \quad \int_a^b \vec{\mathbf{E}} \cdot d\vec{\mathbf{x}} \end{aligned}$$

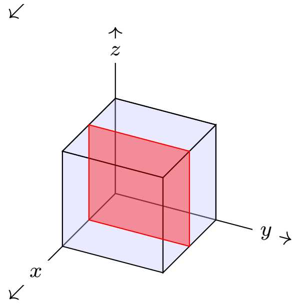
Trois champs et potentiels électriques bien utiles :-)



$$\begin{aligned} E \quad &= \quad \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^2} \\ V \quad &= \quad \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r} + C \end{aligned}$$



$$\begin{aligned} E \quad &= \quad \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \frac{\lambda}{r} \\ V \quad &= \quad -\frac{1}{2\pi\epsilon_0}\ \lambda\ \ln(r) + C \end{aligned}$$



$$\begin{aligned} E \quad &= \quad \frac{1}{2\epsilon_0}\ \sigma \\ V \quad &= \quad -\frac{1}{2\epsilon_0}\ \sigma\ r + C \end{aligned}$$

r représente la distance à la charge, au fil chargé ou au plan chargé.

Moment d'une force dans le plan

$$\underbrace{\vec{\mathbf{r}} \times \vec{\mathbf{F}}}_{\vec{\mathbf{M}}} = \begin{bmatrix} r_x \\ r_y \\ 0 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} F_x \\ F_y \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ r_x F_y - r_y F_x \end{bmatrix}$$

$$M = r_x F_y - r_y F_x = F\, r_\perp = F_\perp\, r = F r \sin(\theta)$$

Moment d'inertie

$$I = \sum m_i\, r_i^2$$

Théorème des axes parallèles

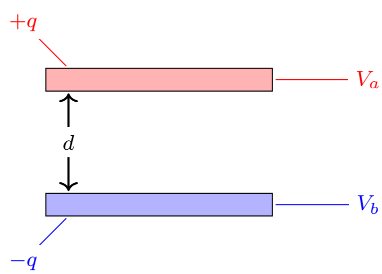
$$I_h = m\, h^2 + I$$

Moments d'inertie de corps rigides homogènes

Cylindre creux $I = m\, R^2$

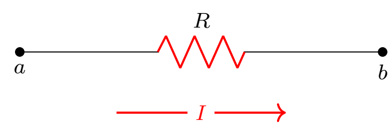
Cylindre plein $I = m\, \frac{R^2}{2}$

Barre autour du centre $I = m\, \frac{L^2}{12}$



$$V_{ab} = V_a - V_b = \frac{d}{\epsilon_0\, S}\, q = \frac{q}{C}$$

$$U = \int_0^q \frac{q}{C}\, dq = \frac{q^2}{2C}$$



$$V_{ab} = \frac{\rho L}{S}\, I = RI$$

$$P = RI^2$$

Résistances et capacités en série

$$\frac{1}{C} = \sum \frac{1}{C_i} \qquad R = \sum R_i$$

Résistances et capacités en parallèle

$$C = \sum C_i \qquad \frac{1}{R} = \sum \frac{1}{R_i}$$

Lois de Kirchhoff

$$\sum_{noeuds} I_i = 0$$

$$\sum_{mailles} V_i = 0$$