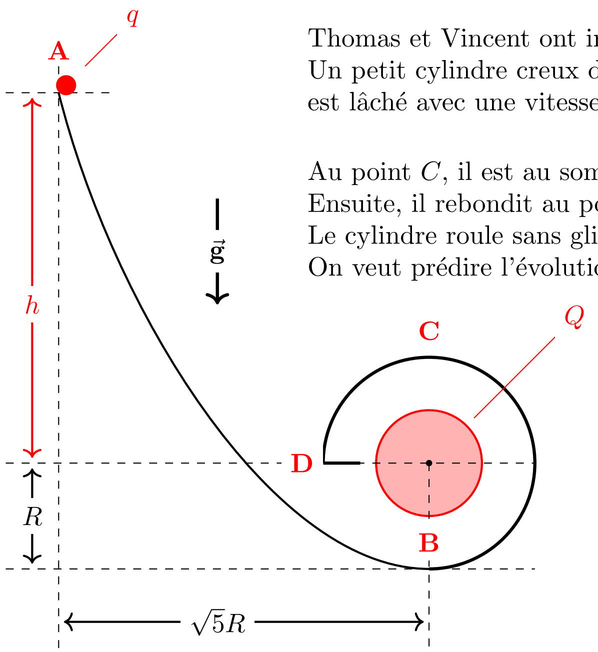
FSA11-ARCH11	
Janvier 2023	*Physique 1*
LEPL1201	*Vous pouvez conserver cet énoncé !*

1 Une nouvelle attraction pour le marché de Noël...



Thomas et Vincent ont imaginé une jolie attraction pour le marché de Noël. Un petit cylindre creux de masse $m = 100$ kg et avec un rayon $r = 0.01$ m est lâché avec une vitesse nulle d'un point A situé à une hauteur $h + R$.

Au point C, il est au sommet d'un looping de rayon $R = 10$ m.
Ensuite, il rebondit au point D et inverse sa trajectoire.
Le cylindre roule sans glissement sur la piste.
On veut prédire l'évolution de sa vitesse $v(t)$.

Laurent et Dimitri trouvent l'attraction insipide !
Le cylindre a maintenant une charge $q = 10^{-4}$ C.
Ils ont aussi installé une sphère de rayon $R/2$ avec une charge positive Q au milieu du looping.
La piste n'a pas d'influence sur le champ électrique.
La piste est un isolant électrique parfait.
Et voilà l'attraction nettement plus électrisante !

On utilisera $g = 10$ m/s^2 et $k = 10^{10}$ N m^2/C^2 pour effectuer tous les calculs.

Dans un souci bien légitime de simplification, la charge q sera vue comme une charge ponctuelle située aux centre de gravité du cylindre pour le calcul de la force électrique de Coulomb !

1. Citer et dessiner l'ensemble de toutes les forces sur le cylindre lorsqu'il se trouve au point C.
2. Obtenir l'expression de l'énergie cinétique totale[1] du cylindre à partir de m et de $v(t)$.
3. Calculer la hauteur h qui a été choisie comme la valeur minimale requise pour éviter le chute du cylindre au point C si la sphère n'est pas chargée, c'est-à-dire si $Q = 0$.
4. Calculer la charge Q qui a été choisie afin que la norme de la force de Coulomb soit exactement égale à celle la force de gravité au point C ?
5. Quelle sera alors[2] la vitesse du cylindre aux points B et C ?
6. Quelle sera alors[2] la force normale exercée par la piste sur le cylindre au point C ?
7. Esquisser alors[2] l'évolution de l'énergie potentielle gravitationnelle, de l'énergie potentielle électrique[3] et de l'énergie cinétique en fonction du temps lorsque le cylindre se déplace entre A et D. Indiquer clairement les temps t_A, t_B, t_C et t_D sur vos dessins.

Attention ! Il faut répondre exclusivement sur l'unique feuille de réponse fournie.
Ce questionnaire peut servir de brouillon, mais ne sera jamais lu par le correcteur !
Répondez à chaque sous-question et uniquement à ce qui est demandé.
Chaque sous-question peut être résolue de manière symbolique, si les résultats précédents font défaut !
Détaillez vos calculs afin de clairement montrer votre démarche.
Pensez à encadrer les résultats principaux pour les mettre en évidence.

[1] Attention, il faut tenir compte de l'énergie cinétique de translation et de l'énergie cinétique de rotation du cylindre !
[2] Attention, on considère maintenant les valeurs de h et Q obtenues aux deux sous questions précédentes 3 et 4 !
[3] L'énergie potentielle gravitationnelle sera nulle en B et l'énergie potentielle électrique sera nulle à l'infini.

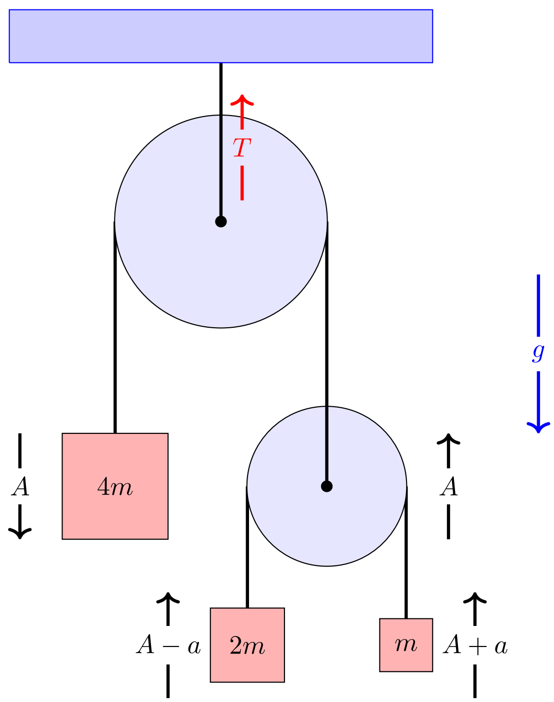
2 Questions à choix multiples

Attention !
Il y a toujours une et une seule bonne réponse !
Ne pas répondre ou cocher une réponse erronée ne fait rien perdre.
Les données des questions sans valeurs numériques sont supposées être dans des unités cohérentes :-)
Remplir la feuille pour lecture optique avec un crayon noir bien taillé ou un bic noir !
N'utiliser en aucun cas un correcteur liquide (Typex) pour corriger !

Pour les QCMs, vous avez la possibilité de mettre une très brève justification.
Cette dernière sera lue uniquement si vous avez choisi une réponse erronée !
Une petite portion des points associés à la question pourra alors être attribuée si la justification le mérite.

Q1

Trois masses sont suspendues à deux poulies supposées de masse et d'inertie négligeable. Il n'y a aucun frottement dans les poulies. On note A l'accélération de la plus grosse masse et a l'accélération de la plus petite masse par rapport à la poulie qui la retient. La plus grosse masse descend et la plus petite remonte.



Quelle est la force T qui retient la première poulie ?

A $T = \frac{64mg}{7}$ — **A** ☐

B $T = \frac{32mg}{5}$ — **B** ☐

C $T = \frac{30mg}{5}$ — **C** ☐

D $T = \frac{21mg}{4}$ — **D** ☐

E $T = \frac{16mg}{5}$ — **E** ☐

Q2

On considère un champ électrique dans l'espace donné par l'expression

$$\vec{\mathbf{E}} = (K + yE)\ \vec{\mathbf{e}}_y$$

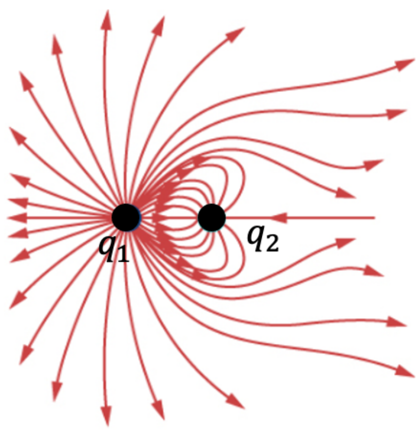
et deux points $a : (1,1,0)$ et $b : (2,3,0)$.

Que vaut la différence de potentiel $V_b - V_a$ entre ces deux points ?

A $V_b - V_a = -(K + 1.5E)$ **A** ☐
B $V_b - V_a = -(K + 4E)$ **B** ☐
C $V_b - V_a = -(2K + 1.5E)$ **C** ☐
D $V_b - V_a = -(2K + 2E)$ **D** ☐
E $V_b - V_a = -(2K + 4E)$ **E** ☐

Q3

Sur le dessin, on a représenté des lignes de champ entre deux charges q_1 et q_2 de signes et d'amplitudes inconnus.

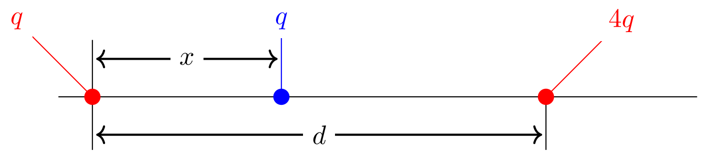


Quelle est l'unique proposition correcte ?

A La charge q_1 est positive et la charge q_2 est négative. L'amplitude de q_1 est inférieure à celle de q_2. **A** ☐
B La charge q_1 est positive et la charge q_2 est négative. L'amplitude de q_1 est supérieure à celle de q_2. **B** ☐
C La charge q_1 est négative et la charge q_2 est positive. L'amplitude de q_1 est inférieure à celle de q_2. **C** ☐
D La charge q_1 est négative et la charge q_2 est positive. L'amplitude de q_1 est supérieure à celle de q_2. **D** ☐
E Les charges sont de signes opposés. Nous ne pouvons rien affirmer sur leurs amplitudes relatives. **E** ☐

Q4

Soit deux charges ponctuelles de valeurs q et $4q$ séparées d'une distance d.



A quelle distance x de la charge q faut-il placer une autre charge q pour que cette dernière soit à l'équilibre ?

A $x = 3d/4$
B $x = d/2$
C $x = d/3$
D $x = d/4$
E $x = d/6$

A ☐
B ☐
C ☐
D ☐
E ☐

Q5

L'eau sort d'un tuyau d'incendie à une vitesse v.
Quelle relation doit satisfaire l'angle θ du tuyau pour que l'eau atteigne un point situé à une distance d à la même hauteur que le bec du tuyau ?
La norme de l'accélération de la gravité sera notée g.

A $\sin(2\theta) = \dfrac{v^2}{dg}$

B $2\sin(\theta)\cos(\theta) = \dfrac{dg}{v^2}$

C $2\sin(2\theta) = \dfrac{dg}{v^2}$

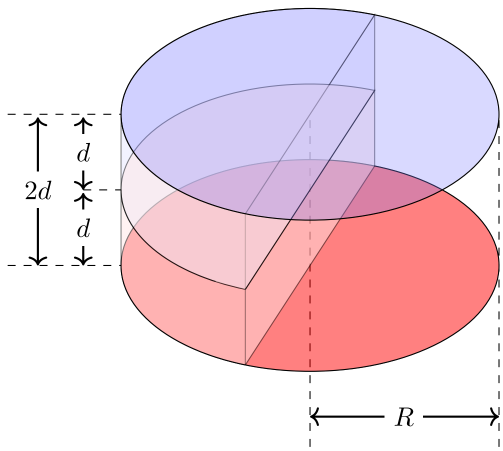
D $\sin(\theta) = \dfrac{dg}{v^2}$

E $v\sin(\theta) = \dfrac{g}{d^2}$

A ☐
B ☐
C ☐
D ☐
E ☐

Q6

On considère un condensateur cylindrique avec deux plaques métalliques circulaires de rayon R et distantes d'une longueur $2d$.
La moitié de l'espace intermédiaire est vide.
L'autre moitié de cet espace est entièrement occupée par deux couches de matériaux diélectriques distincts avec des permittivités relatives ϵ_1 et ϵ_2.
Ces deux couches ont la forme d'une moitié de tarte et une épaisseur d.
On néglige tous les effets de bord.



Quelle est la capacité de ce condensateur ?

A $C = \left(\dfrac{\epsilon_0 + \epsilon_1 + \epsilon_2}{3}\right) \dfrac{\pi R^2}{2d}$ **A** ☐

B $C = \left(\epsilon_0 + \dfrac{\epsilon_1 \epsilon_2}{\epsilon_1 + \epsilon_2}\right) \dfrac{\pi R^2}{4d}$ **B** ☐

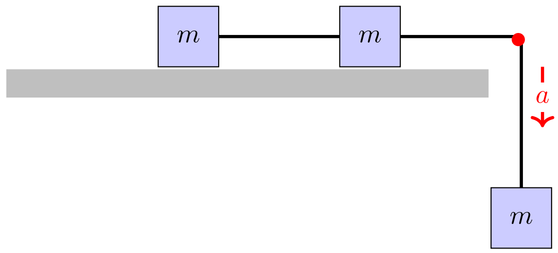
C $C = \left(\epsilon_0 + \dfrac{2\epsilon_1 \epsilon_2}{\epsilon_1 + \epsilon_2}\right) \dfrac{\pi R^2}{4d}$ **C** ☐

D $C = \left(\epsilon_0 + \dfrac{\epsilon_1 + \epsilon_2}{\epsilon_1 \epsilon_2}\right) \dfrac{\pi R^2}{4d}$ **D** ☐

E $C = \left(\epsilon_0 + \dfrac{\epsilon_1 + \epsilon_2}{2}\right) \dfrac{\pi R^2}{4d}$ **E** ☐

Q7

Les trois blocs ont le même masse m.



Le coefficient de frottement cinétique μ_c entre le sol et les blocs est identique. La norme de l'accélération de chacun des 3 blocs est donnée par :

A $a = \mu_c \dfrac{g(1+2\mu_c)}{3}$ **A** ☐

B $a = \dfrac{g\mu_c}{3}$ **B** ☐

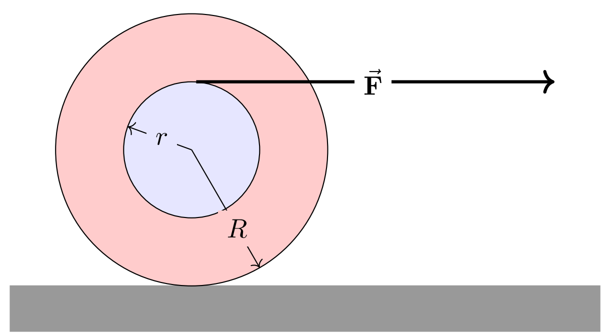
C $a = \dfrac{g(1-\mu_c)}{2}$ **C** ☐

D $a = \mu_c \dfrac{g(1-2\mu_c)}{3}$ **D** ☐

E $a = \dfrac{g(1-2\mu_c)}{3}$ **E** ☐

Q8

Une bobine de masse M et de rayon R a un moment d'inertie I. On tire sur un fil avec une force F le long d'un axe de rayon r et la bobine se met à rouler sans glissement sur sol.



La norme de l'accélération du centre de masse est donnée par :

A $a = \dfrac{F}{M}$ **A** ☐

B $a = F\dfrac{(rR+R^2)}{(I+MR^2)}$ **B** ☐

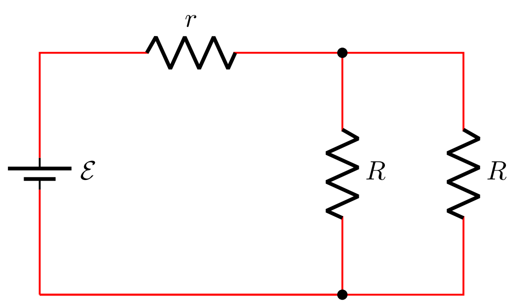
C $a = \dfrac{Fr}{3MR}$ **C** ☐

D $a = F\dfrac{R^2}{(I+MrR)}$ **D** ☐

E $a = F\dfrac{(I+MR^2)}{(rR+R^2)}$ **E** ☐

Q9

Une pile représentée par sa force électromotrice $\mathcal{E}$ et sa résistance interne r est connectée à deux résistances externes identiques de valeur R chacune.
La valeur de R a été choisie afin de maximiser la puissance dissipée par les deux résistances externes.



Quelle est cette puissance maximale P_{max} ?

A $P_{max} = \dfrac{\mathcal{E}^2}{2R}$ — **A** ☐

B $P_{max} = \dfrac{\mathcal{E}^2}{4R}$ — **B** ☐

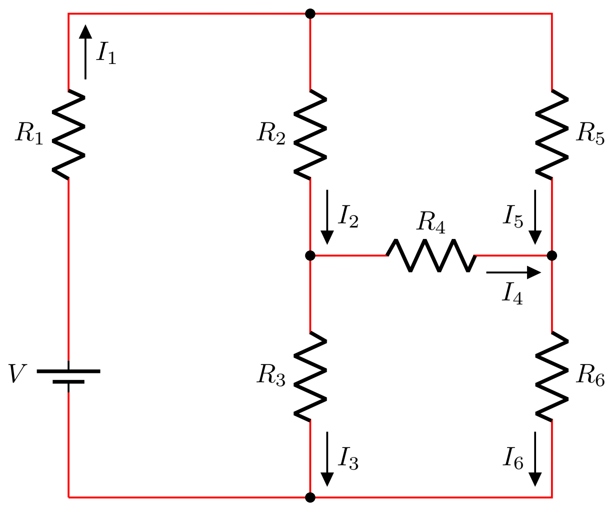
C $P_{max} = \dfrac{\mathcal{E}^2}{8R}$ — **C** ☐

D $P_{max} = \dfrac{\mathcal{E}^2}{(r+2R)}$ — **D** ☐

E $P_{max} = \dfrac{2\mathcal{E}^2}{(2r+R)}$ — **E** ☐

Q10

On considère le circuit du pont de Wheatstone (ensemble des résistances notées R_2 à R_6) connecté à une source de tension réelle (représentée par une force électromotrice notée ici par sa tension V et une résistance interne R_1).



Quelle équation de Kirchhoff est correcte pour ce circuit ?

A $V - R_1 I_1 + R_2 I_2 + R_5 I_5 = 0$ **A** ☐

B $I_1 = I_2 + I_3 + I_4 + I_5 + I_6$ **B** ☐

C $V - R_1 I_1 - R_2 I_2 - R_4 I_4 - R_6 I_6 = 0$ **C** ☐

D $R_2 I_2 + R_5 I_5 = R_3 I_3 + R_6 I_6$ **D** ☐

E $V - R_1 I_1 = 0$ **E** ☐

N'oubliez pas de reporter vos réponses sur la feuille pour lecture optique.

Formulaire

$$\begin{aligned}
\frac{d}{dt}\Big(m\,\vec{\mathbf{v}}\Big) &= \sum \vec{\mathbf{F}}_i \\
\frac{d}{dt}\Big(\tfrac{1}{2}m\,v^2 + \tfrac{1}{2}I\,\omega^2\Big) &= \sum \vec{\mathbf{F}}_i\cdot\vec{\mathbf{v}}_i \\
\frac{d}{dt}\Big(I\,\omega\Big) &= \sum M_i
\end{aligned}$$

Mouvement d'un projectile

$$\begin{aligned}
\vec{\mathbf{x}}(t) &= \begin{bmatrix} u_0 t + x_0 \\ -gt^2/2 + v_0 t + y_0 \end{bmatrix} \\
\vec{\mathbf{v}}(t) &= \begin{bmatrix} u_0 \\ -gt + v_0 \end{bmatrix} \\
\vec{\mathbf{a}}(t) &= \begin{bmatrix} 0 \\ -g \end{bmatrix}
\end{aligned}$$

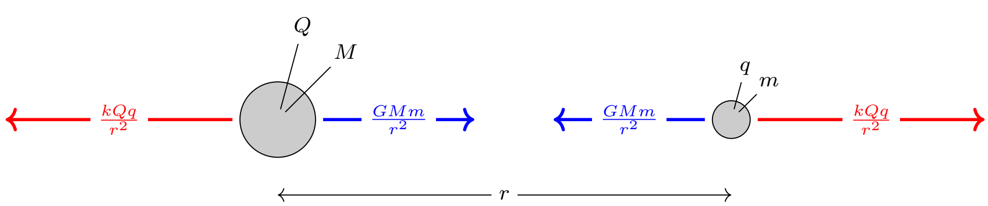
Mouvement horizontal = MRU (vitesse constante)
Mouvement vertical = MRUA (accélération constante)

Mouvement circulaire uniformément accéléré : $\theta(t) = \theta_0 + \omega_0 t + \dfrac{\alpha\, t^2}{2}$

$$\begin{aligned}
\vec{\mathbf{v}}(t) &= \begin{bmatrix} v_r \\ v_\theta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ r\omega \end{bmatrix} \\
\vec{\mathbf{a}}(t) &= \begin{bmatrix} a_r \\ a_\theta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -r\omega^2 \\ r\alpha \end{bmatrix}
\end{aligned}$$

Force de gravité et force d'interaction électrique

$$\begin{aligned}
G &= 6.674\ 10^{-11} && \mathrm{N\ m^2/kg^2} \\
\frac{1}{4\pi\epsilon_0} = k &= 8.988\ 10^{9} && \mathrm{N\ m^2/C^2} \\
\epsilon_0 = \frac{1}{4\pi k} &= 8.854\ 10^{-12} && \mathrm{C^2/N\ m^2}
\end{aligned}$$



Théorème de Gauss

$$\oint_S \vec{\mathbf{E}} \cdot d\vec{\mathbf{S}} = \frac{1}{\epsilon_0} \sum q_i$$

Energies potentielles mécaniques

$$W_{a\to b} = U_a - U_b = \frac{kx^2}{2}$$

$$U_a - U_b = mgh$$

Théorème de l'énergie mécanique

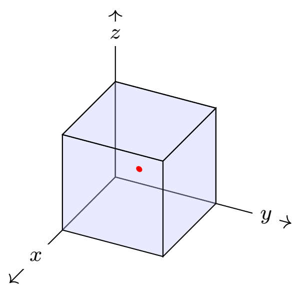
$$\Delta \overbrace{\left(\tfrac{1}{2} m\ v^2 + \tfrac{1}{2} I\ \omega^2\right)}^{K} = \sum \overbrace{\int \vec{\mathbf{F}} \cdot d\vec{\mathbf{x}}}^{W}$$

Energie et potentiel électrique

$$U_a - U_b = q_0 \int_a^b \vec{\mathbf{E}} \cdot d\vec{\mathbf{x}}$$

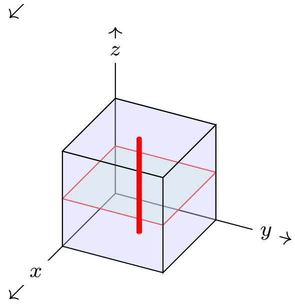
$$V_a - V_b = \int_a^b \vec{\mathbf{E}} \cdot d\vec{\mathbf{x}}$$

Trois champs et potentiels électriques bien utiles :-)



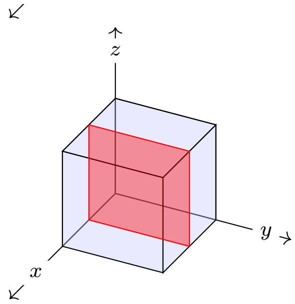
$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^2}$$

$$V = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r} + C$$



$$E = \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \frac{\lambda}{r}$$

$$V = -\frac{1}{2\pi\epsilon_0}\ \lambda\ \ln(r) + C$$



$$E = \frac{1}{2\epsilon_0}\ \sigma$$

$$V = -\frac{1}{2\epsilon_0}\ \sigma\ r + C$$

r représente la distance à la charge, au fil chargé ou au plan chargé.

Moment d'une force dans le plan

$$\underbrace{\vec{\mathbf{r}} \times \vec{\mathbf{F}}}_{\vec{\mathbf{M}}} = \begin{bmatrix} r_x \\ r_y \\ 0 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} F_x \\ F_y \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ r_x F_y - r_y F_x \end{bmatrix}$$

$$M = r_x F_y - r_y F_x = F\, r_\perp = F_\perp\, r = F r \sin(\theta)$$

Moment d'inertie

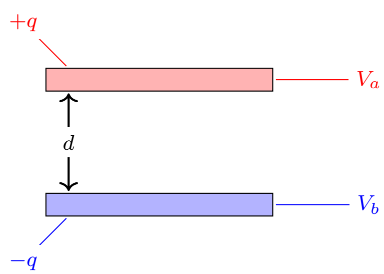
$$I = \sum m_i\, r_i^2$$

Théorème des axes parallèles

$$I_h = m\, h^2 + I$$

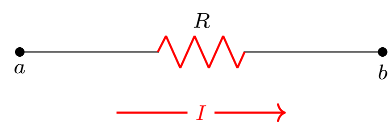
Moments d'inertie de corps rigides homogènes

$$\begin{aligned} \text{Cylindre creux} \quad I &= m\, R^2 \\ \text{Cylindre plein} \quad I &= m\, \frac{R^2}{2} \\ \text{Barre autour du centre} \quad I &= m\, \frac{L^2}{12} \end{aligned}$$



$$V_{ab} = V_a - V_b = \frac{d}{\epsilon_0\, S}\, q = \frac{q}{C}$$

$$U = \int_0^q \frac{q}{C}\, dq = \frac{q^2}{2C}$$



$$V_{ab} = \frac{\rho L}{S}\, I = RI$$

$$P = RI^2$$

Résistances et capacités en série

$$\frac{1}{C} = \sum \frac{1}{C_i} \qquad R = \sum R_i$$

Résistances et capacités en parallèle

$$C = \sum C_i \qquad \frac{1}{R} = \sum \frac{1}{R_i}$$

Lois de Kirchhoff

$$\sum_{noeuds} I_i = 0$$

$$\sum_{mailles} V_i = 0$$