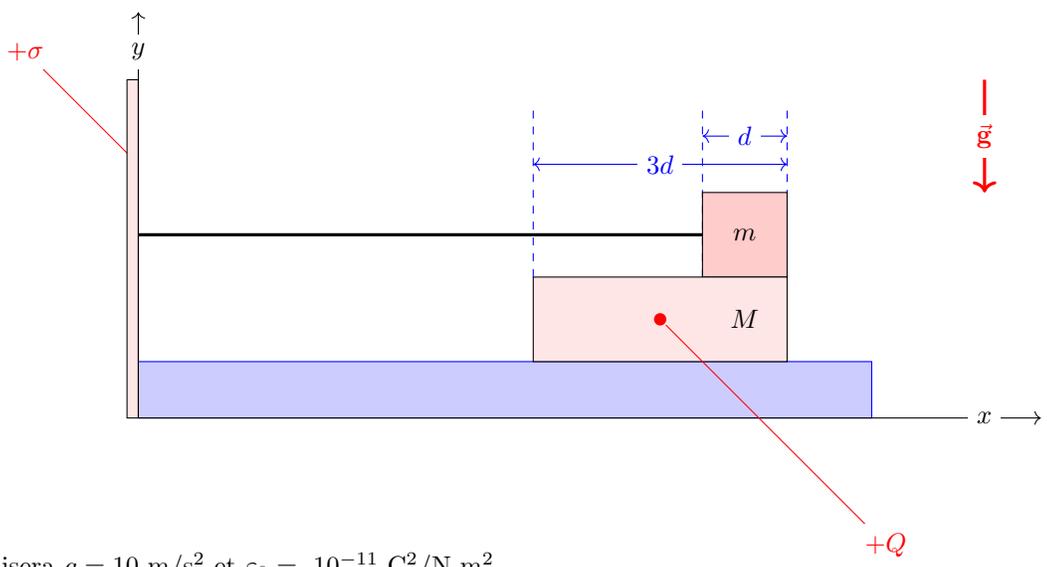


FSA11-ARCH11	
Janvier 2025	<i>Physique 1</i>
LEPL1201	<i>Vous pouvez conserver cet énoncé !</i>

1 Dimitri tente de faire bouger un bloc et Thomas s'y oppose...

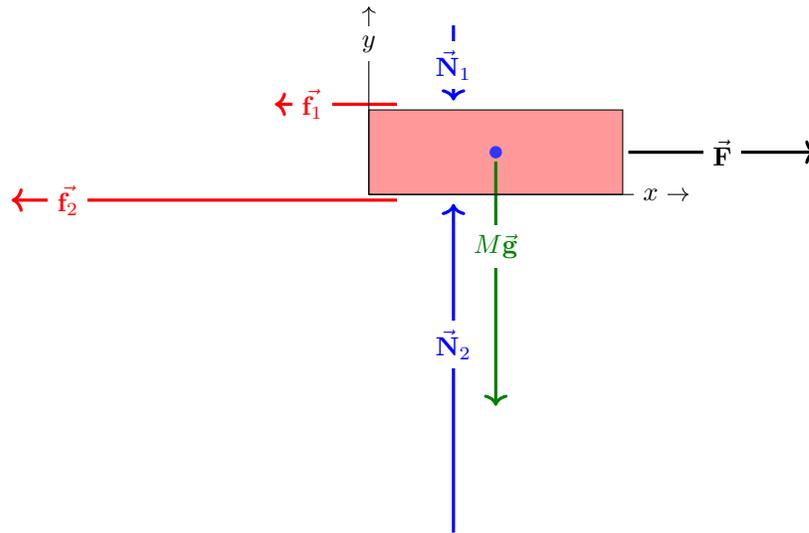
Une plaque verticale de très grande taille a une densité de charge positive σ !
 Relié à ce plan par une corde, un bloc de masse $m = 2 \text{ kg}$ est posé sur un bloc de masse $M = 6 \text{ kg}$.
 A l'instant $t = 0$, on incruste une charge positive Q au centre de masse du bloc inférieur.
 On observe alors qu'une force de Coulomb $F = 24 \text{ N}$ s'exerce sur ce bloc.
 Il en résulte que le bloc inférieur acquiert une accélération constante $a = 3 \text{ m/s}^2$.
 Le bloc supérieur retenu par la corde reste immobile, du moins tant que le bloc inférieur le soutient :-)
 En $t = 0$, les deux blocs sont alignés à droite et leurs longueurs sont $d = 10 \text{ cm}$ et $3d = 30 \text{ cm}$.
 Comme toutes les surfaces sont identiques, les coefficients μ_c et μ_s sont uniques.
 Le sol et les blocs sont des isolants électriques parfaits évidemment :-)



On utilisera $g = 10 \text{ m/s}^2$ et $\epsilon_0 = 10^{-11} \text{ C}^2/\text{N m}^2$ pour effectuer tous les calculs.

1. Dessiner l'ensemble des forces sur le bloc inférieur pendant le début de son mouvement.
Y indiquer clairement le nom et la notation habituelle pour chacune des forces.

Les forces qui agissent sont les réactions normales (du sol et du bloc supérieur), les frottements (avec le sol et le bloc supérieur), la gravité et la force de traction.



Il faut donc citer :

- Force de gravité : $m\vec{g} = \begin{bmatrix} 0 \\ -Mg \end{bmatrix}$
- Force normale du bloc supérieur : $\vec{N}_1 = \begin{bmatrix} 0 \\ -mg \end{bmatrix}$
- Force normale du sol : $\vec{N}_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ (M+m)g \end{bmatrix}$
- Force due au frottement avec le bloc supérieur : $\vec{f}_1 = \begin{bmatrix} -\mu_c mg \\ 0 \end{bmatrix}$
- Force due au frottement avec le sol : $\vec{f}_2 = \begin{bmatrix} -\mu_c (M+m)g \\ 0 \end{bmatrix}$
- Force de traction : $\vec{F} = \begin{bmatrix} 24 \\ 0 \end{bmatrix}$

Cette première question n'est pas du tout triviale. Il est essentiel de bien comprendre la présence de deux forces de frottement qui s'opposent toutes deux au mouvement du bloc. Bien voir aussi que ces forces de frottement sont proportionnelles aux forces normales correspondantes. Une fois que cette partie de l'énoncé est compris, tout le reste est vraiment de l'algèbre assez élémentaire.

Baucoup d'étudiants sont incapables de répondre correctement à cette question !

Ils confondent forces exercées par un bloc et forces exercées sur un bloc.

Le dessin doit être fait avec un minimum de soin !

Il n'est pas indispensable de donner les composantes des forces.

Observer aussi qu'il est possible d'identifier très rapidement les expressions de forces normales et des forces de frottement.

Un nombre incalculable d'étudiants ne remarquent pas que si Dimitri porte sur son dos Thomas, le poids que mesurera la balance : c'est le poids des deux compères.

Eh oui : c'était aussi simple que cela !

Au passage, même les étudiantes (enfin pas toutes) de FSM sont capables de faire cela.

Un exercice de secondaire et beaucoup d'étudiants perdus : pilou pilou pilou :-)

2. Quelle condition doivent satisfaire les valeurs de σ et Q pour générer la force $F = 24 \text{ N}$?

La force de répulsion électrostatique est constante.

Le champ électrique de la plaque est donné dans le formulaire joint.

Elle est obtenue comme le produit du champ électrique du plan et de la charge Q :

$$F = \frac{Q\sigma}{2\epsilon_0}$$



$$Q\sigma = 2\epsilon_0 F$$

La condition s'écrit simplement :

$$Q\sigma = 48 \cdot 10^{11} \text{ C/m}^2$$

Cette question est un véritable cadeau : oui, on est trop gentils !

Et certains étudiants m'écrivent une expression non constante de la force électrique !

Ou à m'écrire des trucs complets délirants :-)

A croire que vous en voulez vraiment à tous les électriciens de la planète.

3. Quel est le coefficient de frottement cinétique μ_c ?

On obtient μ_c en écrivant la loi de Newton pour le bloc inférieur le long de l'axe x :

$$Ma = F - \mu_c mg - \mu_c (m + M)g$$



$$\mu_c = \frac{F - Ma}{(2m + M)g}$$

Et on déduit la valeur numérique demandée :

$$\mu_c = \frac{24 - 18}{(4 + 6) \times 10} = 0.06$$

On observe bien la force de répulsion électrique F contribue à s'opposer aux deux forces de frottement et à créer le mouvement du bloc inférieur.

4. Calculer la norme de la tension constante T dans la corde entre le bloc supérieur et le mur, lorsque le bloc inférieur est en mouvement et que le bloc supérieur reste immobile.

On obtient l'expression de T en écrivant la loi de Newton *pour le bloc supérieur* le long de l'axe x :

$$0 = T - \mu_c mg$$



$$T = \mu_c mg$$

Et on obtient immédiatement :

$$T = 0.06 \times 2 \times 10 = 1.2 \text{ N}$$

5. Quelle est la valeur maximale possible du coefficient de frottement statique μ_s ?

Il suffit à nouveau d'écrire la loi de Newton *pour le bloc inférieur* le long de l'axe x en supposant maintenant qu'il reste immobile (et donc que $a = 0$!) :

$$0 = F - \mu_s mg - \mu_s (m + M)g$$



$$\mu_s = \frac{F}{(2m + M)g}$$

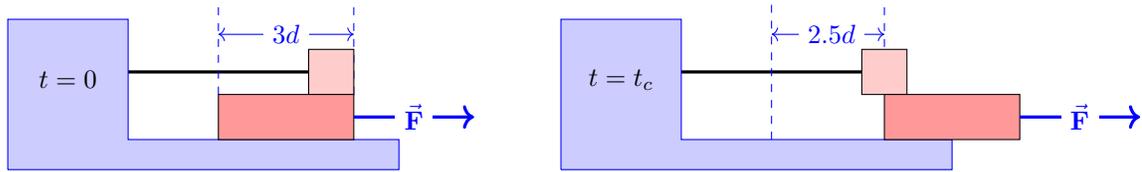
Et on déduit la valeur numérique de μ_s :

$$\mu_s = \frac{24}{(4 + 6) \times 10} = 0.24$$

On observe bien que $\mu_s > \mu_c$: obtenir un résultat inverse serait évidemment anormal et devrait vous alerter qu'une erreur de calcul ou de logique s'est glissée dans vos développements !

6. A quel instant t_c , le bloc supérieur va-t-il se mettre en mouvement en basculant ?

Le bloc supérieur se mettra en mouvement lorsque son centre de gravité ne sera plus au dessus du bloc inférieur. Plus précisément, il va commencer à basculer sur la gauche à l'instant $t = t_c$. Cela arrivera lorsque le bloc inférieur aura parcouru une distance égale à 25 cm !



On obtient alors immédiatement la valeur numérique de t_c en utilisant la cinématique d'un mouvement rectiligne uniformément accéléré (MRUA) !

$$\frac{5d}{2} = \frac{at_c^2}{2}$$

$$\downarrow$$

$$t_c = \sqrt{\frac{5d}{a}}$$

On déduit finalement :

$$t_c = \sqrt{\frac{1}{6}} = 0.408 \text{ s}$$

Ce calcul est vraiment élémentaire !

Hélas, beaucoup d'étudiants oublient de convertir les centimètres en mètres (impardonnable !).

Hélas, beaucoup d'étudiants prennent la gravité comme accélération (impardonnable !).

Par contre, le correcteur était plus compréhensif pour les quelques étudiants qui ont estimé que le bloc supérieur tomberait quand le bloc inférieur aurait parcouru une distance de $3d$...

Et puis encore d'autres truc bien délirants évidemment :-)

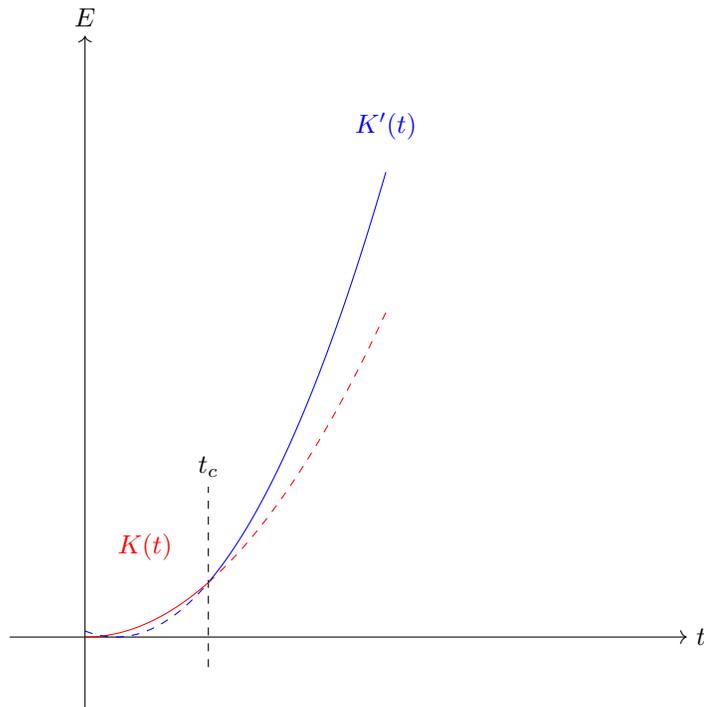
Un assistant taquin me fait remarquer que la chute du petit bloc sera plus compliquée qu'il n'y paraît car la corde risque d'avoir un impact sur sa chute : ce qui est en partie vrai :-)

Mais en accord avec la figure, le mouvement de basculement apparaît bien à l'instant calculé.

Par contre, on pourrait imaginer un mouvement un filrelin plus complexe dans l'évolution de l'énergie cinétique ci-après : mais comme aucun étudiant ne m'a cité cette petite incohérence dans mon énoncé : je vais supposer qu'il n'y a aucune interaction entre le petit bloc qui chute et le gros bloc qui se déplace après t_c dans la suite de cette solution. En fait l'endroit du petit bloc où on attache la corde qui retient ce bloc est un paramètre clé pour analyser cette petite subtilité. Il y a moyen de faire une analyse géométrique rigolote si certains sont intéressés.

7. Dessiner la variation de l'énergie cinétique du bloc inférieur en fonction du temps.
Indiquer clairement sur le graphe l'instant t_c et comment la courbe est modifiée à cet instant !

L'évolution de l'énergie cinétique *en fonction du temps* est donnée par :



Tracer des droites est incorrect, car c'est alors l'évolution en fonction de la distance !

Il faut tracer deux paraboles : en $t = t_c$, le frottement dû au bloc supérieur disparaît et l'accélération devient plus importante : donc l'accroissement de l'énergie cinétique va devenir encore plus rapide. L'évolution de l'énergie cinétique pour $t > t_c$ doit donc se trouver au dessus de la première parabole.

Pour les étudiants vraiment curieux, l'expression mathématique de l'énergie cinétique pour les temps $t < t_c$ est donnée par l'expression suivante (non demandée) :

$$K(t) = \frac{M}{2} (3t)^2$$

Et pour les temps $t > t_c$, on a l'expression suivante (toujours non demandée évidemment) :

$$K'(t) = \frac{M}{2} (3.4(t - t_c) + 3t_c)^2 > \frac{M}{2} (3t)^2$$

La figure n'est pas à l'échelle, car les deux courbes sont nettement plus proches en réalité :-)

2 Petites questions courtes

Une balle de tennis de masse m rebondit horizontalement sur un mur avec une vitesse v . Après la collision, elle n'a plus que 36% de son énergie cinétique initiale.

Quelle est l'impulsion I subie par la balle en fonction de m et v ?

En notant v_* la norme de la vitesse après l'impact, la diminution de l'énergie cinétique s'exprime comme suit :

$$\frac{1}{2} m v_*^2 = \frac{1}{2} m v^2 \frac{36}{100}$$

↓

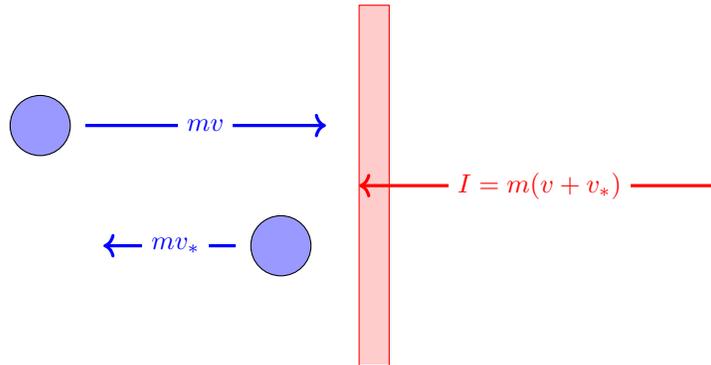
$$v_* = \frac{3}{5} v$$

La conservation de la quantité de mouvement implique alors :

Q 2.1

$$I = m \left(v + \frac{3}{5} v \right) = \frac{8}{5} m v$$

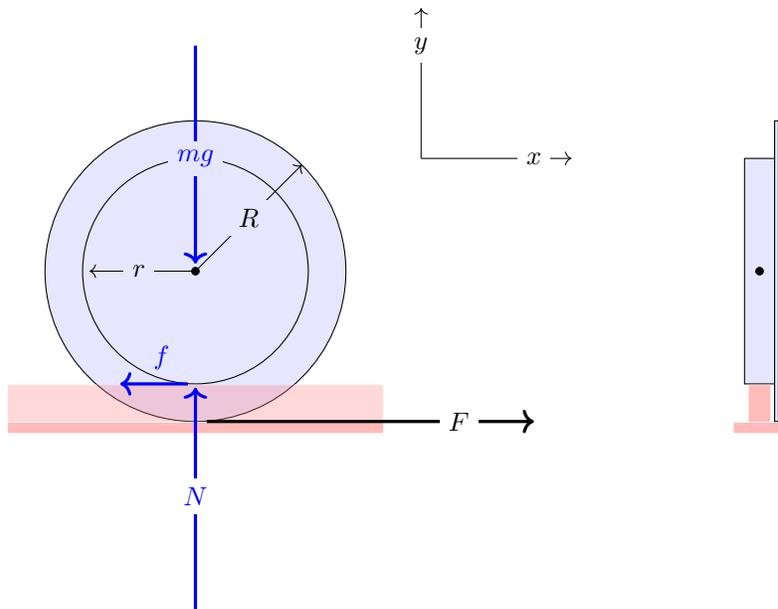
Attention : l'impulsion correspond bien à la somme des deux quantités de mouvement : il faut arrêter la balle et la faire repartir dans un sens opposé !



Beaucoup d'étudiants ignorent le concept d'impulsion !

Mais, cela bien été vu dans les séances tutorées (page 21) : oui, oui, oui :-)

Une roue de tramway roule sans glissement sur son moyeu de rayon r sur un rail. La masse m de la roue est concentrée dans le moyeu et le moment d'inertie est donc approximativement celui d'un cylindre plein de rayon r . La roue est entraînée par un système de crémaillère sur la base du rail par une force constante F : il n'y a aucune force normale sur la crémaillère.



Q 2.2

Donner l'expression de la composante a_x de l'accélération du centre de masse. Cette expression ne doit faire intervenir que R , r , m et F . Est-elle positive ou négative ?

On écrit le bilan de forces et de moments pour la roue :

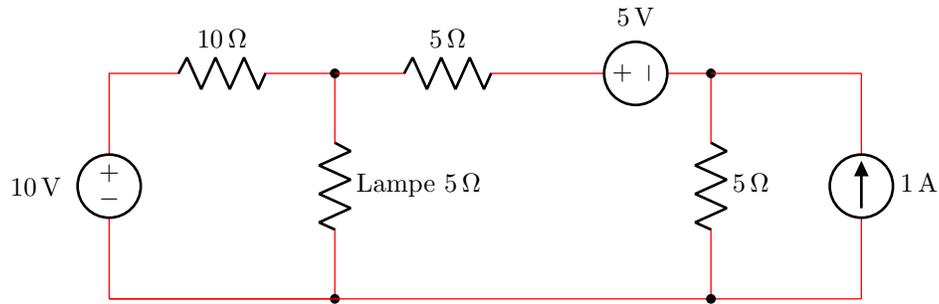
$$ma = F - f$$

$$I\alpha = \frac{mr^2}{2} \frac{a}{r} = fr - FR$$

En éliminant f , on obtient l'expression de l'accélération (qui sera négative :-).

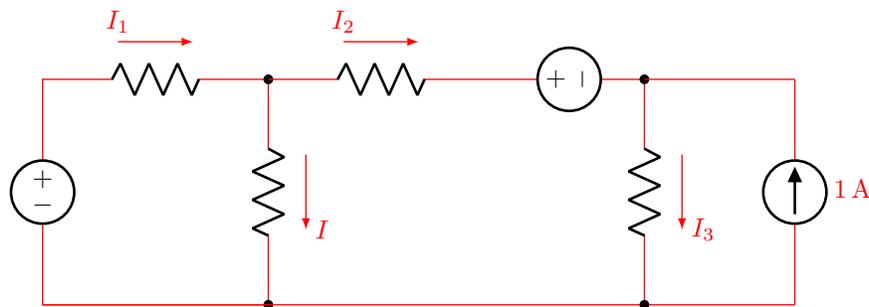
$$a_x = \frac{2(r - R)F}{3mr} < 0$$

On considère le circuit suivant avec une lampe de $5\ \Omega$.



Quelle est la puissance P dissipée par la lampe dans ce circuit ?

En utilisant les lois de Kichhoff, on obtient le courant qui passe dans la lampe : $I = 1\ \text{A}$.



Q 2.3

Maille de gauche : $10 - 10I_1 - 5I = 0$

Maille du centre : $5I - 5I_2 - 5 - 5I_3 = 0$

Noeud en haut à gauche : $I_1 = I_2 + I$

Noeud en haut à droite : $I_3 = I_2 + 1$

Il y a bien 4 équations pour 4 inconnues et la résolution est assez simple :-)

$$\begin{aligned} I &= 2 - 2I_1 \\ I &= 1 + I_2 + I_3 \\ I_1 &= I_2 + I \\ I_3 &= I_2 + 1 \end{aligned}$$



$$\begin{aligned} I &= 2 - 2I_1 \\ I &= 2 + 2I_2 \\ I_1 &= I_2 + I \end{aligned}$$



$$\begin{aligned} 3I &= 2 - 2I_2 \\ I &= 2 + 2I_2 \end{aligned}$$



$$4I = 4$$

Utiliser les modèles équivalents de Thevenin et de Norton est aussi une option !
On en déduit immédiatement $P = RI^2 = 5\ \text{W}$.

Un condensateur de $10 \mu F$ a une charge électrique initiale de $100 \mu C$.
 Au temps $t = t_0$, ce condensateur est connecté à une résistance externe de $100 k\Omega$.

On vous demande de réaliser deux graphiques.
 Dessinez l'évolution temporelle de la tension V_C aux bornes du condensateur.
 Dessinez l'évolution temporelle du courant I_R traversant la résistance.

Soyez précis sur les unités et les grandeurs pour chacun des axes de vos graphiques.
 Indiquez également les points particuliers représentatifs des courbes.

La décharge d'un condensateur est décrite par l'équation différentielle :

$$Q'(t) = -\frac{1}{RC} Q(t)$$



$$Q(t) = Q_0 \exp(-t/RC)$$

$$I_R(t) = Q'(t) = \frac{Q_0}{RC} \exp(-t/RC)$$

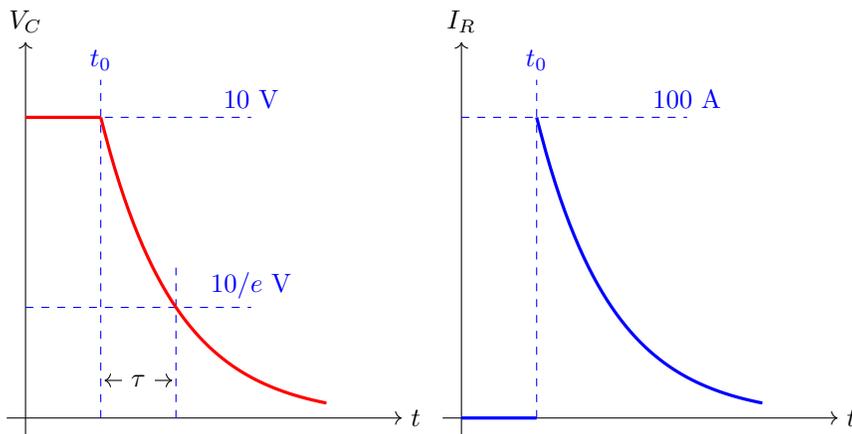
$$V_C(t) = \frac{Q(t)}{C} = \frac{Q_0}{C} \exp(-t/RC)$$

Q 2.4

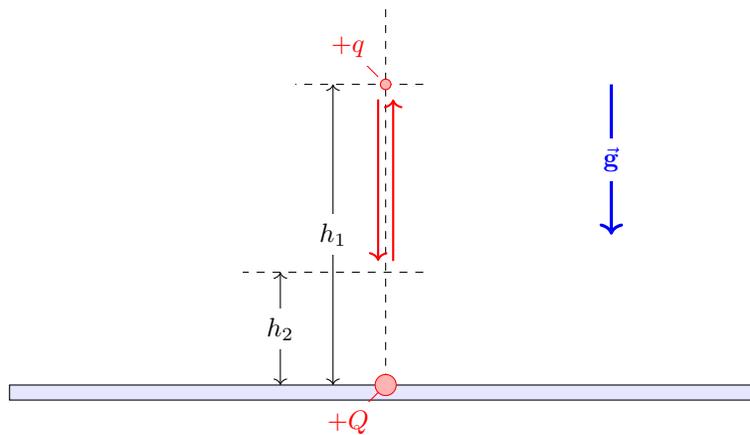
Pour le problème posé, $\tau = RC = 1 \text{ s}$, $I_0 = 100 \text{ A}$ et $V_0 = 10 \text{ V}$.

On peut donc immédiatement tracer les deux courbes !

Indiquer la signification géométrique du temps caractéristique τ rend heureux Laurent !



Une charge ponctuelle fixe $+Q$ se trouve sur le sol.
 Une charge ponctuelle $+q$ de masse m se trouve à une hauteur h_1 à la verticale de $+Q$.
 Elle est lâchée avec une vitesse nulle de cette position.
 Elle descend et va ensuite osciller entre les hauteurs h_1 et h_2
 sous les effets combinés de la gravité et de la répulsion électrostatique.



Q 2.5 Obtenir l'expression de la hauteur h_2 en fonction des données du problème.

Toutes les forces sont conservatives.
 La conservation de l'énergie mécanique s'écrit donc :

$$mgh_2 + \frac{kqQ}{h_2} = mgh_1 + \frac{kqQ}{h_1}$$

$$\downarrow$$

$$h_2 - h_1 = \frac{kqQ}{mgh_1} - \frac{kqQ}{mgh_2}$$

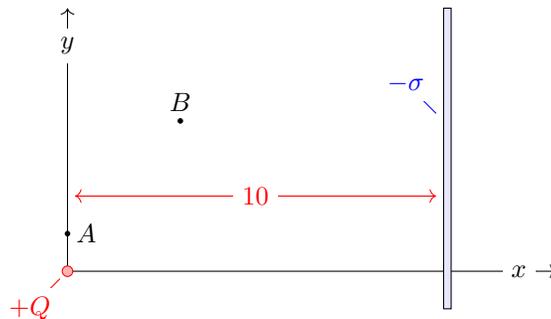
$$h_2 - h_1 = \frac{kqQ}{mg} \frac{h_2 - h_1}{h_1 h_2}$$

$$1 = \frac{kqQ}{mg} \frac{1}{h_1 h_2}$$

On conclut donc : $h_2 = \frac{kqQ}{mgh_1}$

Dans le vide, on a une charge ponctuelle $+Q = 1.25 \mu C$.
 Cette charge est à une distance de 10 m d'une feuille conductrice infiniment grande.
 La feuille a une densité uniforme de charge négative $-\sigma = -0.018 \mu C/m^2$.

Les potentiels électriques au point $A = (0, 1)$ et au point $B = (3, 4)$ sont notés V_a et V_b .
 Les coordonnées des deux points sont données en mètres.
 On approximera la permittivité du vide par $\epsilon_0 \approx 9 \times 10^{-12} \text{ F/m}$.



Q 2.6

Quelle est la valeur numérique de $V_b - V_a$ avec les unités adéquates ?

Le potentiel d'un point quelconque est obtenu par le principe de superposition.

$$V(x, y) = \frac{kQ}{\sqrt{x^2 + y^2}} - \frac{\sigma}{2\epsilon_0}(x - 10) + C$$

Il suffit ensuite d'effectuer un calcul assez élémentaire :-)

$$V_b - V_a = 9 \times 10^9 \times 1.25 \times 10^{-6} \left(\frac{1}{\sqrt{9 + 16}} - 1 \right) - \frac{18 \times 10^{-9}}{18 \times 10^{-12}} (-7 + 10)$$

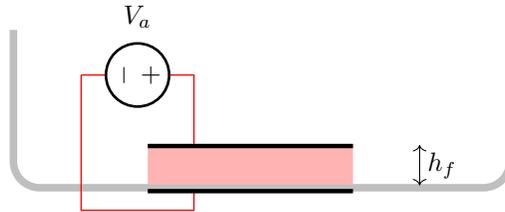
$$\downarrow$$

$$V_b - V_a = -9 \times 10^3 - 3 \times 10^3$$

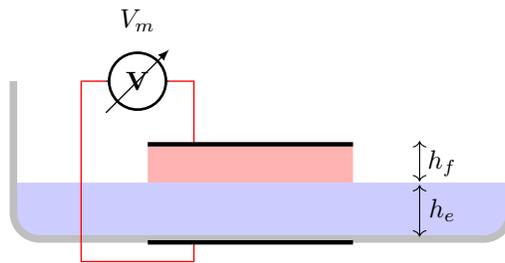
$$V_b - V_a = -12 \text{ kV}$$

Nous allons concevoir un appareil de mesure du niveau d'eau dans une cuve en plastique.
 Une plaque conductrice est placée sous la cuve.
 Une seconde plaque conductrice est collée à de la frigolite isolante d'une épaisseur h_f
 et posée sur le fond de la cuve : la frigolite va permettre à ce dispositif de flotter !

Lorsque la cuve est vide, on place une charge Q dans le condensateur formé par les deux plaques conductrices en le connectant à une source de tension V_a .



On déconnecte ensuite la source de tension et on remplit la cuve.
 La plaque supérieure et la frigolite se déplacent vers le haut.
 En mesurant la différence de potentiel V_m entre les deux plaques conductrices à l'aide d'un voltmètre, on peut ainsi déduire la hauteur d'eau h_e dans la cuve !



Q 2.7 La permittivité diélectrique *relative* de la frigolite est notée ϵ_{rf} .
 La permittivité diélectrique *relative* de l'eau est notée ϵ_{re} .
 Tous les effets de bord et l'effet de la paroi de la cuve sont supposés négligeables.

Obtenir l'expression de V_m en fonction de la source de tension V_a ,
 des deux hauteurs et des deux permittivités diélectriques relatives.

La charge est identique $Q = CV$ dans les deux cas.
 Mais les capacités et les tensions changent.
 Dans le premier cas, il n'y a que la frigolite !
 Dans le second cas, on met en série de la frigolite C_f et de l'eau C_e .

$$\frac{C_f C_e}{C_f + C_e} V_m = C_f V_a$$

$$V_m = \frac{C_f + C_e}{C_e} V_a$$

$$V_m = \left(1 + \frac{C_f}{C_e}\right) V_a$$

↓
 En sachant que $C_f = \frac{\epsilon_0 \epsilon_{rf} S}{h_f}$ et $C_e = \frac{\epsilon_0 \epsilon_{re} S}{h_e}$

$$V_m = \left(1 + \frac{\epsilon_{rf} h_e}{\epsilon_{re} h_f}\right) V_a$$

Un canon dont l'élévation du tube est donnée par un angle α se trouve sur la plate-forme d'un wagon initialement au repos. La masse totale du wagon et du canon est M . Un obus de masse m est tiré. La vitesse v de cet obus par rapport au canon est connue à la sortie du tube de la pièce d'artillerie.
Tous les frottements sont négligés.

Obtenir l'expression de la vitesse V de recul du wagon juste après le tir ?

La conservation de la composante horizontale de la quantité de mouvement avant et après le tir de l'obus s'écrit :

Q 2.8

$$0 = m(v \cos(\alpha) - V) - MV$$

C'est le vecteur de la vitesse relative v de l'obus par rapport au canon qui a une direction donnée par l'angle α : oui, oui !

Il faut considérer les vitesses absolues dans le bilan de quantité de mouvement.

Ici, on considère V comme la norme de vitesse de recul.

On a défini M comme la masse du canon et du wagon (en excluant donc l'obus :-)

$$V = \frac{mv \cos(\alpha)}{M + m}$$

Si on considère que V et v sont les composantes, il faut ajouter une signe négatif !

C'est une partie d'un exercice des séances tutorées : il n'y avait donc aucune surprise... mais beaucoup d'étudiants étaient perdus !

Formulaire

$$\frac{d}{dt}(m \vec{v}) = \sum \vec{F}_i$$

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{1}{2}m v^2 + \frac{1}{2}I \omega^2\right) = \sum \vec{F}_i \cdot \vec{v}_i$$

$$\frac{d}{dt}(I \omega) = \sum M_i$$

Mouvement d'un projectile

$$\vec{x}(t) = \begin{bmatrix} u_0 t + x_0 \\ -gt^2/2 + v_0 t + y_0 \end{bmatrix}$$

$$\vec{v}(t) = \begin{bmatrix} u_0 \\ -gt + v_0 \end{bmatrix}$$

$$\vec{a}(t) = \begin{bmatrix} 0 \\ -g \end{bmatrix}$$

Mouvement horizontal = MRU (vitesse constante)
 Mouvement vertical = MRUA (accélération constante)

Mouvement circulaire uniformément accéléré : $\theta(t) = \theta_0 + \omega_0 t + \frac{\alpha t^2}{2}$

$$\vec{v}(t) = \begin{bmatrix} v_r \\ v_\theta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ r\omega \end{bmatrix}$$

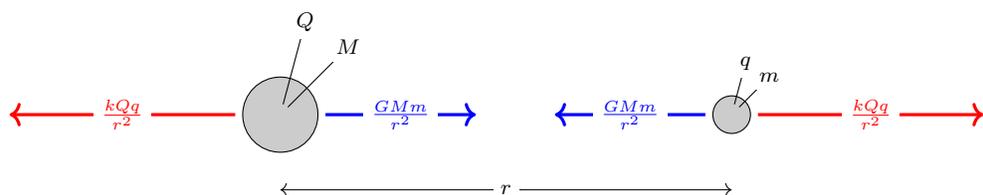
$$\vec{a}(t) = \begin{bmatrix} a_r \\ a_\theta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -r\omega^2 \\ r\alpha \end{bmatrix}$$

Force de gravité et force d'interaction électrique

$$G = 6.674 \cdot 10^{-11} \text{ N m}^2/\text{kg}^2$$

$$\frac{1}{4\pi\epsilon_0} = k = 8.988 \cdot 10^9 \text{ N m}^2/\text{C}^2$$

$$\epsilon_0 = \frac{1}{4\pi k} = 8.854 \cdot 10^{-12} \text{ C}^2/\text{N m}^2$$



Théorème de Gauss

$$\oint_S \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{1}{\epsilon_0} \sum q_i$$

Théorème de l'énergie mécanique

$$\Delta \left(\frac{1}{2} m v^2 + \frac{1}{2} I \omega^2 \right) = \sum \int \vec{F} \cdot d\vec{x}$$

Energies potentielles mécaniques

$$W_{a \rightarrow b} = U_a - U_b = \frac{kx^2}{2}$$

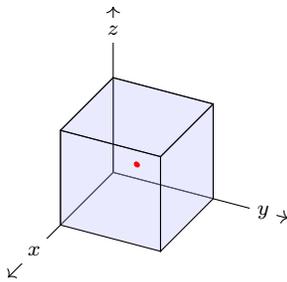
$$U_a - U_b = mgh$$

Energie et potentiel électrique

$$U_a - U_b = q_0 \int_a^b \vec{E} \cdot d\vec{x}$$

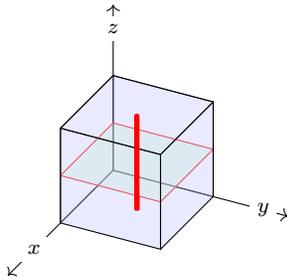
$$V_a - V_b = \int_a^b \vec{E} \cdot d\vec{x}$$

Trois champs et potentiels électriques bien utiles :-)



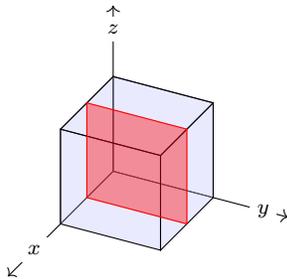
$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^2}$$

$$V = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r} + C$$



$$E = \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \frac{\lambda}{r}$$

$$V = -\frac{1}{2\pi\epsilon_0} \lambda \ln(r) + C$$



$$E = \frac{1}{2\epsilon_0} \sigma$$

$$V = -\frac{1}{2\epsilon_0} \sigma r + C$$

r représente la distance à la charge, au fil chargé ou au plan chargé.

Moment d'une force dans le plan

$$\underbrace{\vec{r} \times \vec{F}}_{\vec{M}} = \begin{bmatrix} r_x \\ r_y \\ 0 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} F_x \\ F_y \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ r_x F_y - r_y F_x \end{bmatrix}$$

$$M = r_x F_y - r_y F_x = F r_{\perp} = F_{\perp} r = Fr \sin(\theta)$$

Moment d'inertie

$$I = \sum m_i r_i^2$$

Théorème des axes parallèles

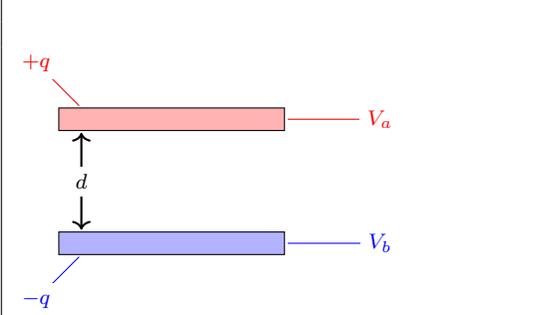
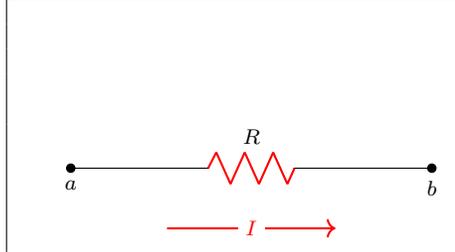
$$I_h = m h^2 + I$$

Moments d'inertie de corps rigides homogènes

Cylindre creux $I = m R^2$

Cylindre plein $I = m \frac{R^2}{2}$

Barre autour du centre $I = m \frac{L^2}{12}$


$$V_{ab} = V_a - V_b = \frac{d}{\epsilon_0 S} q = \frac{q}{C}$$
$$U = \int_0^q \frac{q}{C} dq = \frac{q^2}{2C}$$

$$V_{ab} = \frac{\rho L}{S} I = RI$$
$$P = RI^2$$

Résistances et capacités en série

$$\frac{1}{C} = \sum \frac{1}{C_i} \quad R = \sum R_i$$

Résistances et capacités en parallèle

$$C = \sum C_i \quad \frac{1}{R} = \sum \frac{1}{R_i}$$

Lois de Kirchhoff

$$\sum_{\text{noeuds}} I_i = 0$$

$$\sum_{\text{mailles}} V_i = 0$$