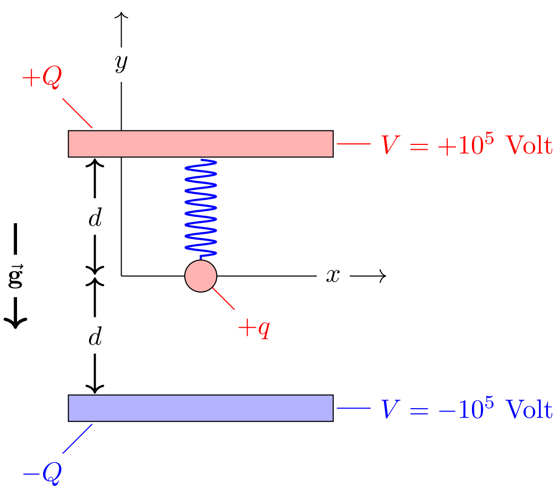
FSA11-ARCH11	
Juin 2023	*Physique 1*
LEPL1201	*Vous pouvez conserver cet énoncé !*

1 Un ressort dans un condensateur...

Laurent et Dimitri ont construit un joli condensateur plan dans le vide.
Les deux plaques du condensateur sont séparées d'une distance $2d = 20$ cm et ont une surface $S = 2$ m^2.
Une différence de potentiel de $\Delta V = 2 \times 10^5$ Volt est imposée entre les deux plaques.

Vincent et Thomas viennent alors attacher une bille à un ressort en plastique au milieu du condensateur.
La bille a une masse $m = 0.1$ kg et une charge $q = 10^{-6}$ C. Le rayon de la bille est négligeable.
La longueur au repos du ressort est $d = 10$ cm et sa constante de raideur est $k = 200$ N/m.



Les composantes verticales de la position et de la vitesse de la bille sont notées $y(t)$ et $y'(t)$.
A l'instant $t = 0$, on lâche la bille : $y(0) = y'(0) = 0$.
Ensuite la bille va osciller de manière harmonique.

$$y(t) = a \ \cos(\omega t) - b$$

L'impact du ressort et de la bille sur le champ $\vec{\mathbf{E}}$ induit par le condensateur sera supposé négligeable.
Le champ électrique est donc supposé constant !
Tous les effets de frottement sont négligés.

On utilisera $g = 10$ m/s^2 et $\varepsilon_0 = \ 10^{-11}$ C^2/N m^2 pour effectuer tous les calculs.

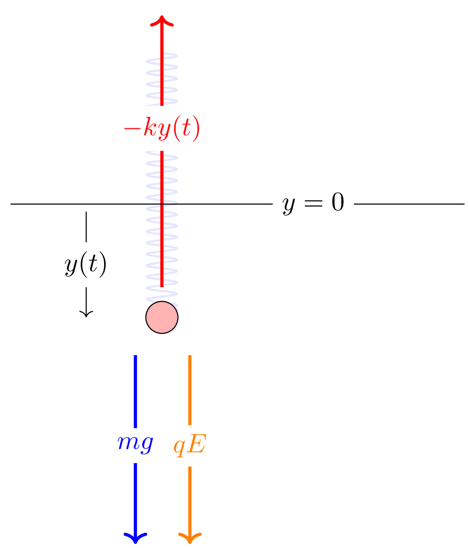
1. Citer et dessiner l'ensemble de toutes les forces agissant sur la bille lorsque $y(t) < 0$.

   Il faut citer la gravité, la force due au champ électrique du condensateur et la force de rappel du ressort.

   La gravité et la force électrique constantes font descendre la bille tandis que la force variable de rappel du ressort s'oppose au mouvement :-)

Il faut donc uniquement dessiner et citer :

- *Force de gravité :* $m\vec{\mathbf{g}} = \begin{bmatrix} 0 \\ -mg \end{bmatrix}$
- *Force de Coulomb :* $q\vec{\mathbf{E}} = \begin{bmatrix} 0 \\ -qE \end{bmatrix}$
- *Force de rappel du ressort :* $\vec{\mathbf{F}}(t) = \begin{bmatrix} 0 \\ -ky(t) \end{bmatrix}$



Attention : la force électrique dans le condensateur est une force constante et est totalement indépendante de la distance de la charge des plaques du condensateur.
Enfin, sauf si la bille touche une de ces plaques du condensateur : ce qui provoquerait des étincelles....

Malencontreusement, beaucoup trop d'étudiants écrivent ici l'expression usuelle de la force de Coulomb entre deux charges ponctuelles et interprétent de manière totalement erronée tout le problème !

Typiquement, c'est un problème où on voit tout l'intérêt du concept de champ électrique : ici, la force électrique n'apparaît exactement comme la force de gravité constante usuelle sur la surface de notre bonne vieille planète !

Cette question semblait très élémentaire,
mais c'était déjà souvent la descente aux enfers pour beaucoup d'étudiants !

2. Calculer les charges Q et le champ électrique $\vec{\mathbf{E}}$ induit par le condensateur.

   On applique, de manière immédiate, les relations du formulaire pour le condensateur !

$$
\begin{aligned}
C &= \epsilon_0 \frac{S}{2d} = \frac{2 \times 10^{-11}}{2 \times 10^{-1}} = 10^{-10} \text{ F} \\
Q &= C \, \Delta V = 10^{-10} \times 2 \times 10^{5} = 2 \times 10^{-5} \text{ C}
\end{aligned}
$$

Le vecteur du champ électrique dans un condensateur est donné par :

$$
\vec{\mathbf{E}} = \begin{bmatrix} E_x \\ E_y \\ E_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ -\Delta V/2d \\ 0 \end{bmatrix}
$$

$$
\big\downarrow
$$

$$
E_y = -\frac{2 \times 10^{5}}{2 \times 10^{-1}} = -10^{6} \text{ V/m}
$$

Et la conclusion est immédiate :
$$
\boxed{\begin{aligned} Q &= 2 \times 10^{-5} \text{ C} \\ E &= 10^{6} \text{ V/m} \end{aligned}}
$$

Oui : la notation d du formulaire correspond ici à une distance 2d !
Oui : j'ai parfaitement le droit de faire cela : les gaminets :-)
Oui : cela simplifie l'algèbre d'ailleurs :-)
Oui : il faut bien regarder la manière dont est défini chaque symbole dans l'énoncé !
Oui : il faut mettre des unités correctes pour le champ électrique !
Observez bien que E_y est un scalaire avec un signe et que le norme E est un nombre positif :-)

3. Quelle devrait être la position initiale $y(0) = -h$ pour que la bille reste immobile ?

   Il suffit d'imposer l'égalite des trois forces !

$$kh = mg + qE$$

$$\downarrow$$

$$h = \frac{mg + qE}{k}$$

On peut alors calculer : $\boxed{h = \frac{1+1}{200} = 10^{-2} \text{ m}}$

Notez la stricte égalité entre la force électrique et la force de gravité toutes deux égales à l'unité ! Qui a dit qu'il fallait faire des calculs compliqués ?

4. Ecrire l'expression de l'énergie cinétique et potentielle[1] de la bille en fonction de $y(t)$ et de $y'(t)$.

   II n'y a que des forces conservatives.
   Dans un tel cas, il n'y pas de dissipation d'énergie sous forme thermique.
   Donc on peut conclure que l'énergie mécanique constante (et nulle) est donnée par :

$$\boxed{\underbrace{E(t)}_{=0} = \frac{m}{2}\Big[y'(t)\Big]^2 + \frac{k}{2}\Big[y(t)\Big]^2 + (mg + qE)\Big[y(t)\Big]}$$

   Notez que la valeur nulle de l'énergie mécanique n'est que le résultat du choix (arbitraire, mais astucieux) de la définition des deux énergies potentielles qui sont nulles en $y = 0$.

   Il faut bien mettre les énergies potentielles des 3 forces conservatives pour valider la question !

5. Quel sera l'étirement maximal h_* du ressort pendant le mouvement ?

   Lorsque le ressort atteint son étirement maximal, la vitesse est nulle.
   On peut donc écrire $y'(t_*) = 0$ et $y(t_*) = h_*$.
   Ensuite, on tire profit que $E(t_*) = E(t) = 0$ et on écrit :

$$0 = \frac{kh_*^2}{2} - (mg + qE)h_*$$

$$\downarrow$$

$$h_* = \frac{2(mg + qE)}{k} = 2h$$

On conclut donc : $\boxed{h_* = 2h = 2 \times 10^{-2} \text{ m}}$

On pouvait aussi deviner ce résultat en esquissant la solution harmonique fournie dans l'énoncé !

[1] L'énergie potentielle gravitationnelle et électrique seront nulles en $y = 0$.

6. Ecrire l'équation différentielle ordinaire associée au mouvement $y(t)$ de la bille.
En utilisant les deux conditions initiales, obtenir les valeurs de a, b et ω.

On écrire simplement l'équation de Newton pour obtenir notre problème de Cauchy :

$$\boxed{\begin{array}{rcl} my''(t) & = & -ky(t) - (mg + Eq) \\ \\ y(0) & = & 0 \\ y'(0) & = & 0 \end{array}}$$

Pour obtenir les trois constantes, on substitue d'abord l'expression de $y(t) = a\ \cos(\omega t) - b$ dans l'équation différentielle.

$$-m\omega^2 a\cos(\omega t) = -k\Big[a\ \cos(\omega t) - b\Big] - (mg + qE)$$

$$\Big\downarrow \quad \textit{En se rappelant que } h = \tfrac{mg+qE}{k}$$

$$\frac{m\omega^2}{k} a\cos(\omega t) = a\ \cos(\omega t) - b + h$$

$$\Big\downarrow \quad \textit{En identifiant les termes en } \cos \textit{ et les termes constants}$$

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} \qquad \textit{et} \qquad b = h$$

Finalement, on choisit $a = 0$ pour obtenir $y(0) = 0$.
La vitesse initiale nulle est automatiquement satisfaite par l'absence de déphasage !

On conclut donc : $\boxed{y(t) = h\left[\cos\left(\sqrt{\frac{k}{m}}\ t\right)\right] - h}$

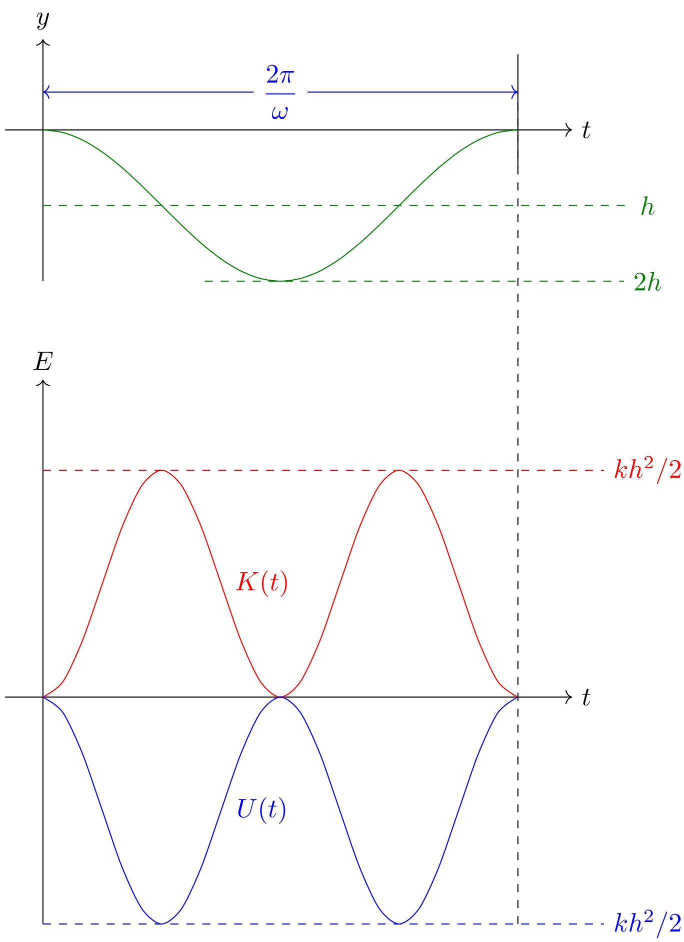
Normalement, vous devriez être capables de trouver vous-même la solution avec le cours d'analyse.
C'est un bon exercice (vraiment très) facile d'analyse !
Ici, je vous donnais moi-même la solution : trop, trop, trop facile et pourtant :-(
Attention, Jean-François adore mettre des équations avec de la physique : tout est dans tout :-)
Et pourtant, très peu d'étudiants trouvent les trois coefficients : impardonnable !

7. Esquisser[2] l'évolution de la position $y(t)$,
et l'évolution des énergies potentielle et cinétique de la bille en fonction du temps.
Que pouvez-vous observer ?

Comme l'énergie mécanique est conservée, on peut directement écrire que :

$$K(t) = -U(t) = \frac{m}{2}\Big[y'(t)\Big]^2 = \frac{kh^2}{2}\left[\sin\left(\sqrt{\frac{k}{m}}\ t\right)\right]^2$$

Il est alors élémentaire d'esquisser les courbes demandées !



On observe évidemment que l'énergie mécanique est conservée !

Si, si : ces courbes peuvent être facilement tracées avec un peu d'intuition physique et de bon sens sans effectuer aucun calcul !
Et pourtant, cela reste toujours un challenge pour la plupart des étudiants !
Et cela reste une des questions favorites de votre enseignant le plus taquin.

[2]Indiquer les correspondances entre les extrema, en plaçant le graphe du $y(t)$ au-dessus du graphe des énergies !

Et pour les étudiants curieux :-)

On peut aussi vérifier algébriquement que l'expression de l'énergie potentielle est bien égale à la somme de l'énergie potentielle de la force de rappel du ressort, de la force de gravité et de la force électrique.

$$
\begin{aligned}
U(t) &= \frac{k}{2}\, h^2 \Big[\cos - 1\Big]^2 + \underbrace{(mg + qE)}_{= h/k} h \Big[\cos - 1\Big] \\
&= \frac{kh^2}{2}\Big[\cos^2 + 1 - 2\cos\Big] + \frac{kh^2}{2}\Big[2\cos - 2\Big]
\end{aligned}
$$

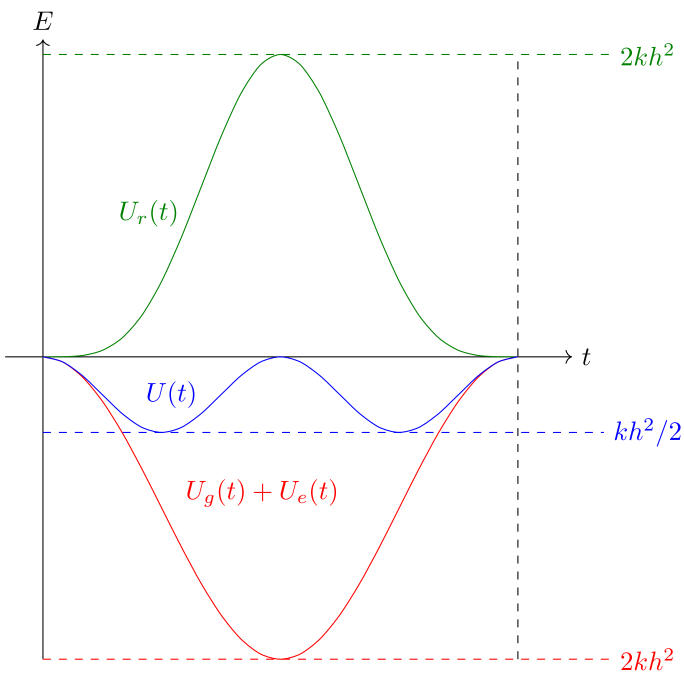
En se rappelant que $\cos^2 = 1 - \sin^2$

$$
= \frac{kh^2}{2}\Big[-\sin^2 + 2 - 2\cos\Big] + \frac{kh^2}{2}\Big[2\cos - 2\Big]
$$

En observant que les termes en $2 - 2\cos$ *s'annulent*

$$
= \frac{kh^2}{2}\Big[-\sin^2\Big]
$$

Ceci n'était évidemment pas demandé !
On peut aussi observer l'interprétation graphique de la décomposition de l'énergie potentielle.



Ce dernier dessin a été jugé comme trop compliqué à produire par mes cotitulaires...
Et pourtant, vous trouvez cela vraiment compliqué ?

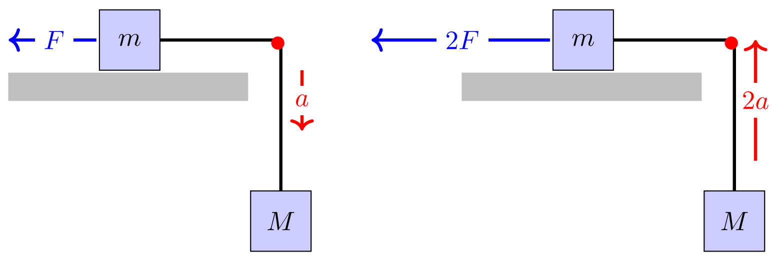
2 Questions à choix multiples

Attention !
Il y a toujours une et une seule bonne réponse !
Ne pas répondre ou cocher une réponse erronée ne fait rien perdre.
Les données des questions sans valeurs numériques sont supposées être dans des unités cohérentes :-)
Remplir la feuille pour lecture optique avec un crayon noir bien taillé ou un bic noir !
N'utiliser en aucun cas un correcteur liquide (Typex) pour corriger !

Pour les QCMs, vous avez la possibilité de mettre une très brève justification.
Cette dernière sera lue uniquement si vous avez choisi une réponse erronée !
Une petite portion des points associés à la question pourra alors être attribuée si la justification le mérite.

Q1

Deux blocs de masse m et M sont reliés par une corde. D'abord, le bloc de masse m subit une force horizontale F et le second bloc descend avec une accélération a. Dans une seconde expérience, on applique une force $2F$ et le second bloc monte avec une accélération $2a$.



On peut déduire les masses des deux blocs à partir de a et F.
Le déplacement sur la surface horizontale se fait sans aucun frottement.
La norme de l'accélération de la gravité est $g = 10\ m/s^2$.
Quelle est le rapport des deux masses ?

A $\frac{m}{M} = \frac{g-4a}{4a}$ — **A** ■

B $\frac{m}{M} = \frac{g}{a}$ — **B** □

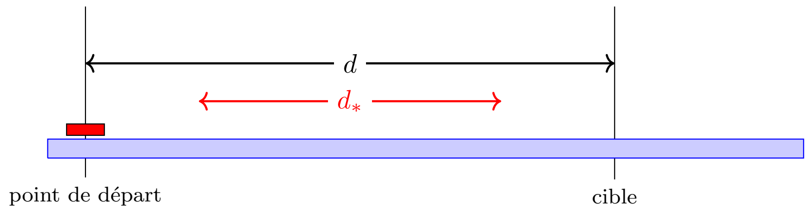
C $\frac{m}{M} = \frac{g-a}{4a}$ — **C** □

D $\frac{m}{M} = \left(\frac{4a}{4a-g}\right)\ F$ — **D** □

E $\frac{m}{M} = \left(\frac{g-4a}{4a}\right)\ F$ — **E** □

Q2

Le *curling* est un sport de précision pratiqué sur la glace avec des pierres en granite. Le but est de placer la pierre le plus près possible d'une cible appelée la maison. Les joueurs ont un balai de curling qui permet de modifier localement le frottement devant la pierre afin d'y créer des effets complexes permettant d'obtenir une trajectoire courbée. C'est l'origine du nom de ce sport !



Ici, nous considérons une version très simplifiée où la pierre de masse m suit une trajectoire rectiligne, sans aucun mouvement de rotation. La cible est à une distance d, la vitesse initiale de la pierre est v et le coefficient de frottement cinétique entre la pierre et la glace est μ_c. Afin que la pierre puisse atteindre la cible, les joueurs vont frotter la glace afin de réduire le coefficient de frottement à une valeur $\mu_* < \mu_c$, sur une section d_* de la trajectoire.

Quelle doit être la distance d_* ?

A $d_* = \dfrac{2\mu_c g d - v^2}{2\mu_* g}$

B $d_* = \dfrac{2\mu_* g d - v^2}{2\mu_c g}$

C $d_* = \dfrac{2\mu_c g d - v^2}{2(\mu_c - \mu_*)g}$

D $d_* = \dfrac{v^2}{2(\mu_c - \mu_*)g}$

E $d_* = \dfrac{mv^2}{2(\mu_c - \mu_*)g}$

A ☐

B ☐

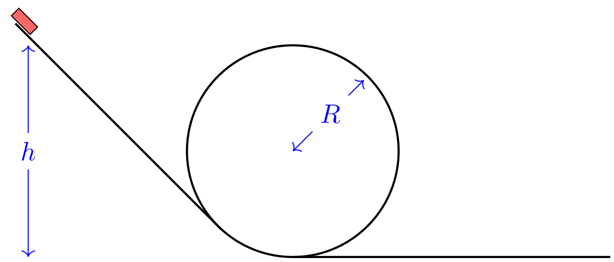
C ■

D ☐

E ☐

Q3

Dans un parc d'attraction, un wagonnet de masse m dévale une pente d'une hauteur h et effectue ensuite un looping dans un cercle de rayon R. Tous les frottements sont supposés négligeables.



Quelle doit être la hauteur minimale h
afin que le wagon ne chute pas dans le looping ?

A	$h > 7R/2$	**A**	☐
B	$h > 6R/2$	**B**	☐
C	$h > 5R/2$	**C**	■
D	$h > 4R/2$	**D**	☐
E	$h > 3R/2$	**E**	☐

Q4

Une machine à laver effectue 1 800 tours par minute lors de l'essorage du linge dans un tambour de rayon $R = 0.15\ m$.
Que vaut l'accélération centripète a_c ressentie par le linge ?

A	$a_c = 56\ 500$ m/s^2	**A**	☐
B	$a_c = 21\ 310$ m/s^2	**B**	☐
C	$a_c = 19\ 400$ m/s^2	**C**	☐
D	$a_c = 5\ 330$ m/s^2	**D**	■
E	$a_c = 3\ 550$ m/s^2	**E**	☐

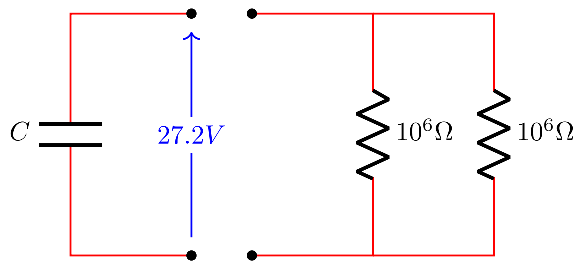
Q5

Deux boules de masses de 2 kg et 3 kg glissent sur un plan horizontal sans frottement avec des vitesses respectives de 4 m/s et 2 m/s. Après une collision inélastique, les boules restent collées et se déplacent à une vitesse de 2 m/s.
Quel angle formaient les deux vitesses des boules avant la collision ?

A	Les deux boules se déplacaient dans la même direction.	**A**	☐
B	Les deux boules se déplaçaient dans des directions opposées.	**B**	☐
C	La situation décrite est impossible : il n'y a aucun angle possible !	**C**	☐
D	Il n'est pas possible de déterminer cet angle avec les données fournies.	**D**	☐
E	Les deux directions sont perpendiculaires.	**E**	■

Q6

Un condensateur chargé de 2.72 pC a une tension à ses bornes de 27.2 Volt.
Ce condensateur est déchargé au travers de deux résistances de 1 MOhm connectées chacune en parallèle au condensateur.
Il est utile de noter que $e = 2.72$!



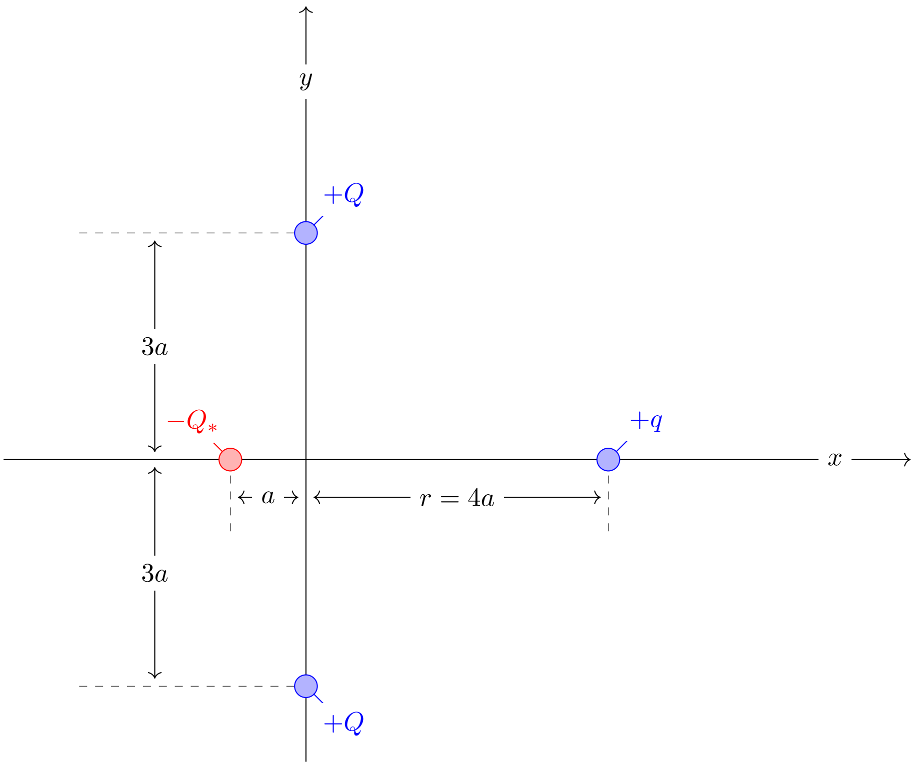
Combien de temps de décharge est nécessaire
pour abaisser la charge du condensateur à une valeur de 1 pC ?

A 25 ns
B 50 ns
C 100 ns
D 500 ns
E Au vu des données du problème, ce n'est jamais possible !

A ☐
B ■
C ☐
D ☐
E ☐

Q7

Trois charges ponctuelles fixes sont placées au-dessus, au-dessous et à gauche de l'origine du repère. Les distances entre chaque charge et l'origine sont toutes multiples de a. Une charge mobile q est libre de se déplacer sur l'axe horizontal sous l'action des forces de répulsion et d'attraction des trois autres charges.



Que doit valoir la charge Q_* pour que la charge q soit à l'équilibre à une distance $r = 4a$ de l'origine ?

A $Q_* = \frac{4}{5}Q$

B $Q_* = \frac{8}{25}Q$

C $Q_* = \frac{8}{5}Q$

D $Q_* = \frac{16}{\sqrt{5}}Q$

E $Q_* = \frac{16}{5\sqrt{5}}Q$

A ☐

B ☐

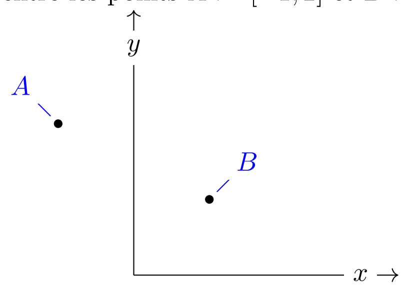
C ■

D ☐

E ☐

Q8

Dans un espace à deux dimensions, on observe que la différence de potentiel entre les points $A := [-1, 2]$ et $B := [1, 1]$ vaut : $V_B - V_A = 3$ Volt.



Quel est le champ électrique exprimé en Volts par mètre qui génère cette différence de potentiel ?

A $\vec{\mathbf{E}} = 2\,\vec{\mathbf{e}}_x$ — **A** ☐

B $\vec{\mathbf{E}} = 2y\,\vec{\mathbf{e}}_x + y\,\vec{\mathbf{e}}_y$ — **B** ☐

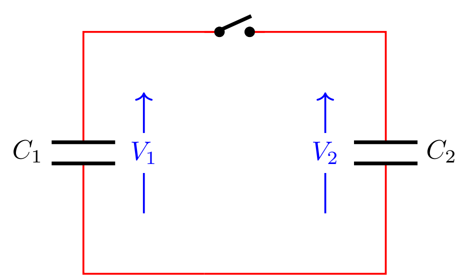
C $\vec{\mathbf{E}} = x\,\vec{\mathbf{e}}_x + y\,\vec{\mathbf{e}}_y$ — **C** ☐

D $\vec{\mathbf{E}} = -\vec{\mathbf{e}}_x + x\,\vec{\mathbf{e}}_y$ — **D** ■

E $\vec{\mathbf{E}} = 0.5\,\vec{\mathbf{e}}_y$ — **E** ☐

Q9

Deux condensateurs C_1 et C_2 sont chargés et portés à des potentiels V_1 et V_2. A l'instant t_0, on relie les deux condensateurs en fermant l'interrupteur.



Quelle variation de charge ΔQ_1 subira le condensateur C_1 lors de la fermeture de l'interrupteur ?

A $\Delta Q_1 = C_1(V_2 - V_1)$ — **A** ☐

B $\Delta Q_1 = \dfrac{(C_1 + C_2)(V_2 - V_1)}{2}$ — **B** ☐

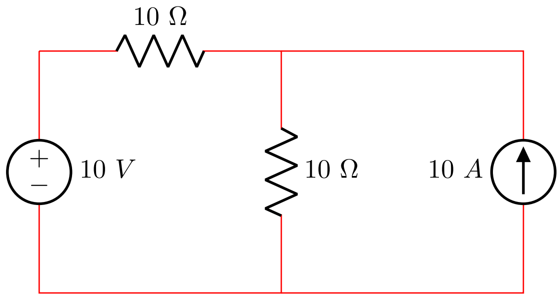
C $\Delta Q_1 = \dfrac{C_1 C_2 (V_2 - V_1)}{(C_1 + C_2)}$ — **C** ■

D $\Delta Q_1 = \dfrac{C_1(V_2 - V_1)}{2}$ — **D** ☐

E $\Delta Q_1 = \dfrac{C_1 C_2 V_1}{(C_1 + C_2)}$ — **E** ☐

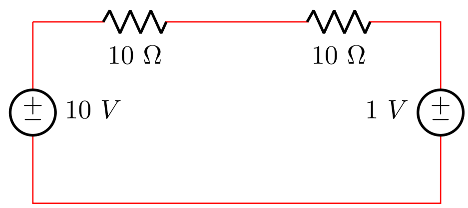
Q10

On considère le circuit suivant composé de deux résistances et deux sources.

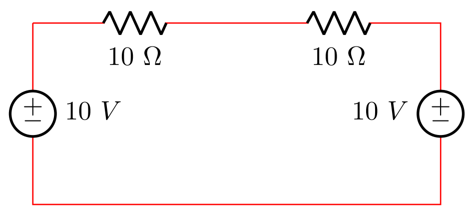


Quel est l'unique schéma équivalent au circuit ci-dessus en remplaçant une partie du circuit par son équivalent de Thévenin ou de Norton ?

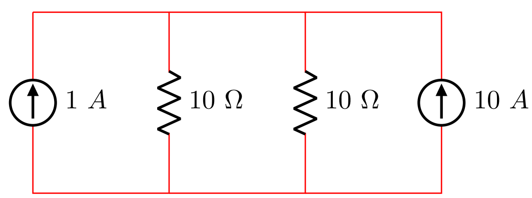
A



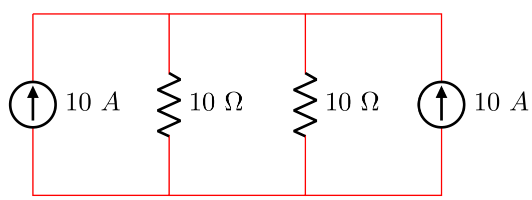
B



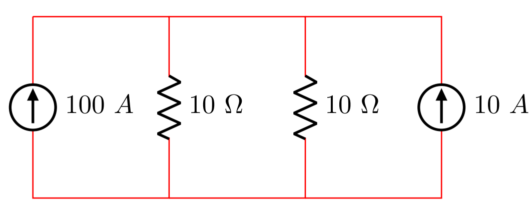
C



D



E



A ☐
B ☐
C ■
D ☐
E ☐

N'oubliez pas de reporter vos réponses sur la feuille pour lecture optique.

Formulaire

$$
\begin{aligned}
\frac{d}{dt}\Big(m\ \vec{\mathbf{v}}\Big) &= \sum \vec{\mathbf{F}}_i \\
\frac{d}{dt}\Big(\tfrac{1}{2} m\ v^2 + \tfrac{1}{2} I\ \omega^2\Big) &= \sum \vec{\mathbf{F}}_i \cdot \vec{\mathbf{v}}_i \\
\frac{d}{dt}\Big(I\ \omega\Big) &= \sum M_i
\end{aligned}
$$

Mouvement d'un projectile

$$
\begin{aligned}
\vec{\mathbf{x}}(t) &= \begin{bmatrix} u_0 t + x_0 \\ -gt^2/2 + v_0 t + y_0 \end{bmatrix} \\
\vec{\mathbf{v}}(t) &= \begin{bmatrix} u_0 \\ -gt + v_0 \end{bmatrix} \\
\vec{\mathbf{a}}(t) &= \begin{bmatrix} 0 \\ -g \end{bmatrix}
\end{aligned}
$$

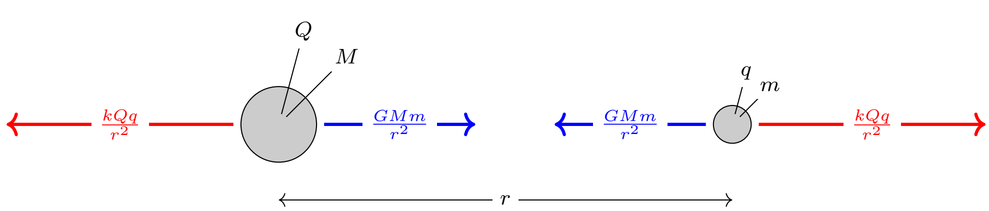
Mouvement horizontal = MRU (vitesse constante)
Mouvement vertical = MRUA (accélération constante)

Mouvement circulaire uniformément accéléré : $\theta(t) = \theta_0 + \omega_0 t + \dfrac{\alpha\ t^2}{2}$

$$
\begin{aligned}
\vec{\mathbf{v}}(t) &= \begin{bmatrix} v_r \\ v_\theta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ r\omega \end{bmatrix} \\
\vec{\mathbf{a}}(t) &= \begin{bmatrix} a_r \\ a_\theta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -r\omega^2 \\ r\alpha \end{bmatrix}
\end{aligned}
$$

Force de gravité et force d'interaction électrique

$$
\begin{aligned}
G &= 6.674\ 10^{-11} \quad \mathrm{N\ m^2/kg^2} \\
\frac{1}{4\pi\epsilon_0} = k &= 8.988\ 10^{9} \quad \mathrm{N\ m^2/C^2} \\
\epsilon_0 = \frac{1}{4\pi k} &= 8.854\ 10^{-12} \quad \mathrm{C^2/N\ m^2}
\end{aligned}
$$



Théorème de Gauss

$$\oint_S \vec{\mathbf{E}} \cdot d\vec{\mathbf{S}} = \frac{1}{\epsilon_0} \sum q_i$$

Energies potentielles mécaniques

$$W_{a\to b} = U_a - U_b = \frac{kx^2}{2}$$

$$U_a - U_b = mgh$$

Théorème de l'énergie mécanique

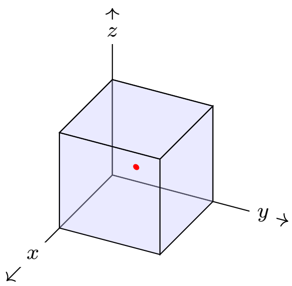
$$\Delta \overbrace{\left(\tfrac{1}{2}m\ v^2 + \tfrac{1}{2}I\ \omega^2\right)}^{K} = \sum \overbrace{\int \vec{\mathbf{F}} \cdot d\vec{\mathbf{x}}}^{W}$$

Energie et potentiel électrique

$$U_a - U_b = q_0 \int_a^b \vec{\mathbf{E}} \cdot d\vec{\mathbf{x}}$$

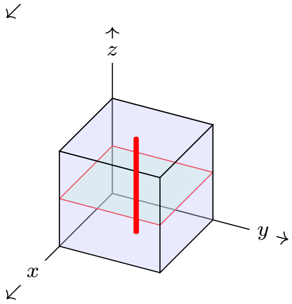
$$V_a - V_b = \int_a^b \vec{\mathbf{E}} \cdot d\vec{\mathbf{x}}$$

Trois champs et potentiels électriques bien utiles :-)



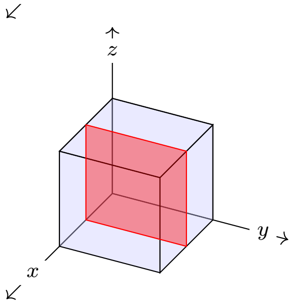
$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\ \frac{q}{r^2}$$

$$V = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\ \frac{q}{r} + C$$



$$E = \frac{1}{2\pi\epsilon_0}\ \frac{\lambda}{r}$$

$$V = -\frac{1}{2\pi\epsilon_0}\ \lambda\ \ln(r) + C$$



$$E = \frac{1}{2\epsilon_0}\ \sigma$$

$$V = -\frac{1}{2\epsilon_0}\ \sigma\ r + C$$

r représente la distance à la charge, au fil chargé ou au plan chargé.

Moment d'une force dans le plan

$$\underbrace{\vec{\mathbf{r}} \times \vec{\mathbf{F}}}_{\vec{\mathbf{M}}} \quad = \quad \begin{bmatrix} r_x \\ r_y \\ 0 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} F_x \\ F_y \\ 0 \end{bmatrix} \quad = \quad \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ r_x F_y - r_y F_x \end{bmatrix}$$

$$M \quad = \quad r_x F_y - r_y F_x \;=\; F\, r_\perp \;=\; F_\perp\, r \;=\; F r \sin(\theta)$$

Moment d'inertie

$$I \quad = \quad \sum m_i\, r_i^2$$

Théorème des axes parallèles

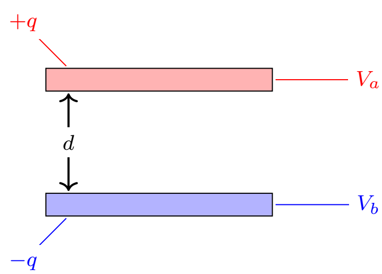
$$I_h \quad = \quad m\, h^2 + I$$

Moments d'inertie de corps rigides homogènes

$$\text{Cylindre creux} \quad I \quad = \quad m\, R^2$$

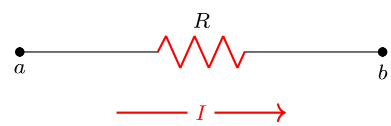
$$\text{Cylindre plein} \quad I \quad = \quad m\, \frac{R^2}{2}$$

$$\text{Barre autour du centre} \quad I \quad = \quad m\, \frac{L^2}{12}$$



$$V_{ab} \;=\; V_a - V_b \quad = \quad \frac{d}{\epsilon_0\, S}\, q \;=\; \frac{q}{C}$$

$$U \;=\; \int_0^q \frac{q}{C}\, dq \quad = \quad \frac{q^2}{2C}$$



$$V_{ab} \quad = \quad \frac{\rho L}{S}\, I \;=\; RI$$

$$P \quad = \quad RI^2$$

Résistances et capacités en série

$$\frac{1}{C} \quad = \quad \sum \frac{1}{C_i} \qquad\qquad R \quad = \quad \sum R_i$$

Résistances et capacités en parallèle

$$C \quad = \quad \sum C_i \qquad\qquad \frac{1}{R} \quad = \quad \sum \frac{1}{R_i}$$

Lois de Kirchhoff

$$\sum_{noeuds} I_i \quad = \quad 0$$

$$\sum_{mailles} V_i \quad = \quad 0$$