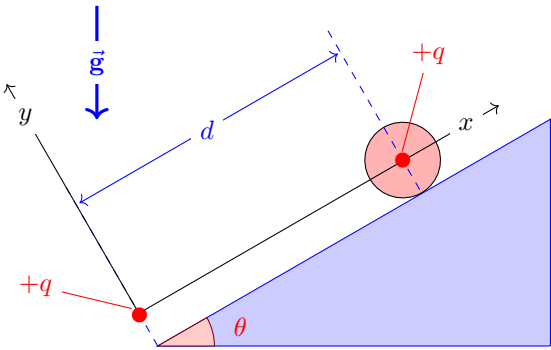


FSA11-ARCH11	
Août 2023	Physique 1
LEPL1201	Vous pouvez conserver cet énoncé !

1 Dimitri lâche la roue de Vincent...

A l'instant $t = 0$, on pose une roue pleine homogène en plastique de rayon $R = 0.1$ m et de masse $m = \frac{1}{20}$ kg sur une pente de $\theta = 30^\circ$, avec une vitesse initiale nulle. Au centre de la roue, il y a une petite charge ponctuelle positive $q = 10^{-5}$ C de masse négligeable. Au bas de la pente, il y a une charge fixe positive identique q à une distance $d = \frac{4}{3}$ m.

Sous l'effet conjoint de la gravité et de la force de Coulomb, la roue se met à rouler sans glissement. On utilisera un repère aligné le long de la pente et centré sur la charge fixe.



La force de gravité fera descendre la roue.
 La force de Coulomb aura l'effet inverse.
 La roue oscillera entre les points : $x = d$ et $x = d_*$.
 Mais, son mouvement ne sera pas harmonique !
 La roue et le plan sont non-conducteurs.

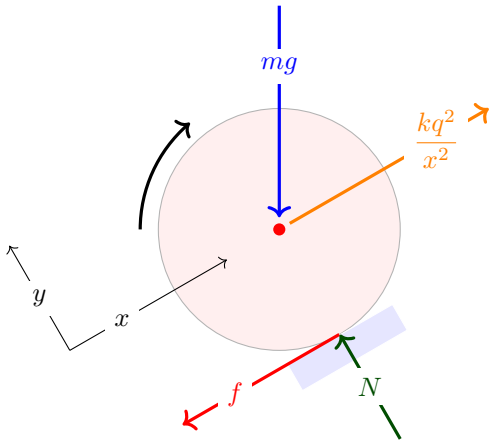
On utilisera $g = 10$ m/s² et $k = 10^{10}$ N m²/C² pour effectuer tous les calculs.

1. Citer et dessiner l'ensemble de toutes les forces agissant sur la roue lorsqu'elle monte.

Il y a la gravité, la force de Coulomb, la force de réaction normale et la force de frottement qui fait tourner la roue.

Il faut donc dessiner et citer :

- Force de gravité : $m\vec{g} = \begin{bmatrix} -mg \sin \theta \\ -mg \cos \theta \end{bmatrix}$
- Force de réaction normale : $\vec{N} = \begin{bmatrix} 0 \\ mg \cos \theta \end{bmatrix}$
- Force de Coulomb : $\vec{F}_e(t) = \begin{bmatrix} kq^2/x^2(t) \\ 0 \end{bmatrix}$
- Force de frottement : $\vec{f}(t) = \begin{bmatrix} -f(t) \\ 0 \end{bmatrix}$



*La force de Coulomb fait monter la roue, tandis que la gravité s'oppose au mouvement :-)
 La force de frottement fait tourner la roue et s'oppose par contre à la translation du centre de masse vers le haut : l'effet de la force de frottement est contradictoire pour la rotation et la translation, puisqu'elle transforme ici une énergie cinétique de translation en énergie cinétique de rotation.
 Une roue qui tourne sans glissement descendra donc bien plus lentement qu'une roue qui glisse sans rouler : on descend plus vite en dérapant qu'en roulant, si, si !*

*Dessiner correctement la force de frottement est indispensable pour valider cette sous-question.
Les trois autres forces sont évidentes à tracer (quoique :-) !
Il est aussi admis d'écrire une unique force de réaction avec des composantes tangentielle et normale.*

*Cette question semblait à nouveau très élémentaire,
mais c'est déjà compliqué pour beaucoup d'étudiants !*

2. Calculer la distance d'équilibre d_e entre la roue et la charge fixe où la somme des forces est nulle.

Il suffit d'imposer l'égalité entre la force de Coulomb et la composante tangentielle de la gravité !

$$mg \underbrace{\sin(\theta)}_{\frac{1}{2}} = \frac{kq^2}{d_e^2}$$

↓

Comme $k = 10^{10}$, $q^2 = 10^{-10}$ et $mg = \frac{1}{2}$

$$4 = d_e^2$$

On peut alors conclure :

$d_e = 2 \text{ m}$

*Notez la simplicité de la réponse !
Qui a dit qu'il fallait avoir une calculatrice ?*

3. Calculer le moment d'inertie I de la roue.

Il faut utiliser l'expression du moment d'inertie d'un cylindre plein et écrire simplement.

$I = \frac{mR^2}{2} = \frac{1}{2} \times \frac{1}{20} \times 10^{-2} = \frac{1}{4} 10^{-3} \text{ kg m}^2$
--

*Noter au passage que cette formule était fournie dans le formulaire annexé au questionnaire.
Il était donc vraiment impardonnable de ne pas obtenir cette valeur.
Oui : il faut la valeur numérique exacte pour valider votre réponse.*

4. Ecrire l'énergie cinétique de la roue¹ en fonction de la vitesse v du centre de masse.

Il faut tenir de l'énergie cinétique de translation et de rotation de la roue !

$$K = \frac{mv^2}{2} + \frac{I\omega^2}{2}$$

↓

Sachant que $\omega = \frac{v}{R}$ et $I = \frac{mR^2}{2}$

$$K = \frac{mv^2}{2} + \frac{1}{2} \frac{mR^2}{2} \frac{v^2}{R^2} = \frac{3mv^2}{4}$$

On peut alors conclure :

$K(v) = \frac{3mv^2}{4}$

¹Oui, il faut tenir compte de la rotation de la roue et exprimer ω en fonction de v !

*Oublier l'énergie de rotation est impardonnable !
La question était à nouveau très simple !*

5. En faisant un bilan d'énergie, obtenir l'expression de la vitesse $v(x)$.

Le bilan d'énergie s'écrit simplement :

$$\frac{3m}{4} v^2(x) + mgx \sin(\theta) + \frac{kq^2}{x} = mgd \sin(\theta) + \frac{kq^2}{d}$$



En utilisant les valeurs numériques fournies,

$$\frac{3}{80} v^2(x) + \frac{x}{4} + \frac{1}{x} = \frac{13}{12}$$

On obtient alors l'expression demandée :

$$v(x) = \sqrt{\frac{80}{3} \left(\frac{13}{12} - \frac{x}{4} - \frac{1}{x} \right)}$$

*Obtenir l'expression sous forme symbolique était admis :-)
Toutefois, il faut calculer les coefficients pour obtenir la réponse suivante !*

6. En déduire la valeur de $d_* \neq d$ où la vitesse de la roue est également nulle.

Il suffit de rechercher les valeurs de x pour lesquelles la vitesse s'annule.

On obtient ainsi mécaniquement d et d_ :*

$$\frac{13}{12} - \frac{x}{4} - \frac{1}{x} = 0$$

$$3x^2 - 13x + 12 = 0$$



En résolvant (sans calculatrice, si, si), le polynôme du second degré,

$$x = \frac{13 \pm \sqrt{13^2 - 12^2}}{6} = \frac{13 \pm \sqrt{169 - 144}}{6} = \frac{13 \pm 5}{6}$$

Les deux racines sont $x' = \frac{4}{3}$ et $x'' = 3$.

On en déduit donc :

$$d_* = 3 \text{ m}$$

*On pouvait vérifier aisément que l'algèbre était effectuée correctement, car il faut retrouver d !
Il faut donc bien avoir la valeur numérique finale pour valider cette sous-question.*

7. Quelle sera la vitesse du centre de masse maximale atteinte pendant le mouvement de la roue ?
A quelle position de la roue, cette vitesse sera observée ?

La vitesse sera maximale pour $x = d_e = 2$!

Il suffit donc simplement d'évaluer la vitesse pour cette valeur :

$$v_m = v(2) = \sqrt{\frac{80}{3} \left(\frac{13}{12} - \frac{2}{4} - \frac{1}{2} \right)}$$

$$v_m = \sqrt{\frac{80}{3} \frac{1}{12}}$$



$$v_m = \sqrt{\frac{80}{36}} \approx \sqrt{\frac{81}{36}} = \frac{9}{6} = 1.5$$

On conclut donc :

$$d_m = 2 \text{ m}$$

$$v_m = \sqrt{\frac{80}{36}} \text{ m/s}$$

Pour les sceptiques, il était possible aussi de calculer la dérivée première de la vitesse et de l'annuler.

Faire un tel calcul confirmera bien que la vitesse maximale est atteinte en $x = 2$!

Ici, l'expression algébrique est un peu plus complexe à obtenir, mais cela reste très simple :-)

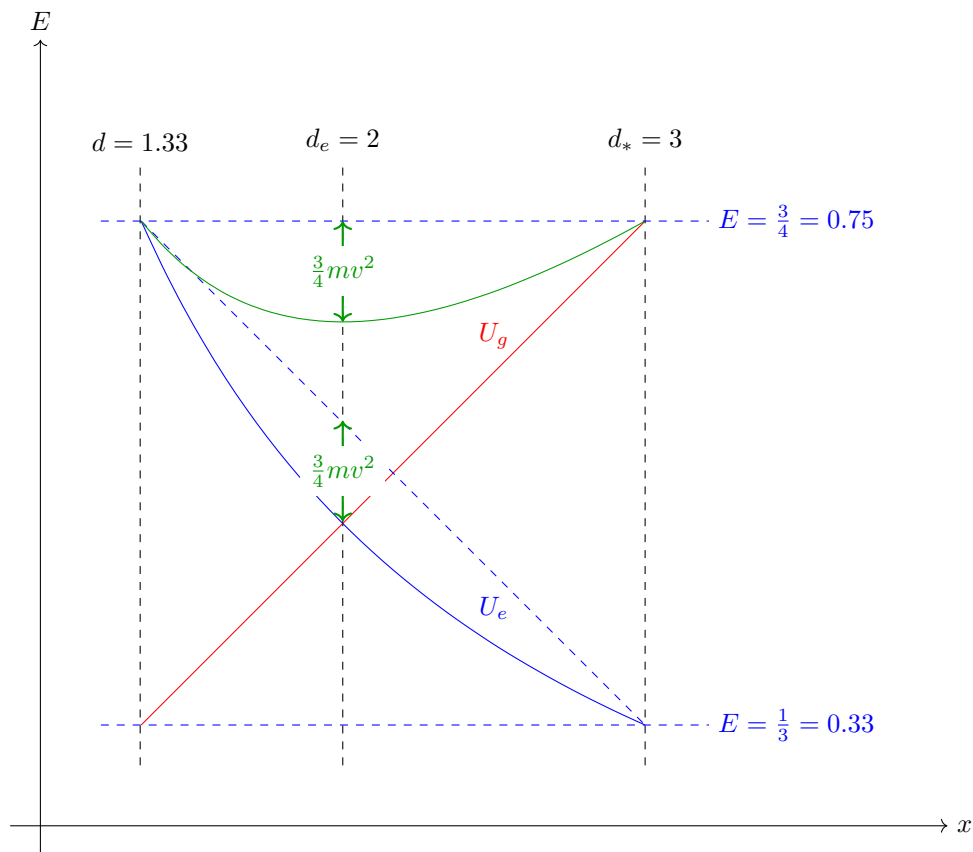
La valeur numérique exacte (qu'il n'est pas possible d'obtenir sans calculatrice, je le reconnais bien volontier :-)) est $v_m = 1.49$. Et si vous l'obtenez, cela signifie que vous avez utilisé illégalement une calculatrice : une très très mauvaise idée en fait !

8. Esquisser l'évolution de l'énergie potentielle gravitationnelle et de l'énergie potentielle électrique² de la roue en fonction de $x \in [d, d_*]$. Indiquer clairement les positions $d < d_e < d_*$, sur votre dessin. L'expression des deux énergies potentielles en fonction de x est particulièrement simple !

$$U_g(x) = mgx \sin(\theta) = \frac{x}{4}$$

$$U_e(x) = \frac{kq^2}{x} = \frac{1}{x}$$

Il est alors élémentaire d'esquisser les courbes demandées !



Attention, la somme des deux énergies potentielles n'est pas une constante : il faut bien observer qu'une courbe est une droite, tandis que l'autre courbe est une la fonction inverse !

On pourrait aussi illustrer graphiquement la forme de l'énergie cinétique comme la différence entre $U_g + U_e - \frac{1}{3}$ et la droite horizontale $y = \frac{3}{4}$.

C'est la courbe verte (non demandée dans l'énoncé) !

C'est aussi la différence entre une droite et la fonction inverse de l'énergie potentielle électrique ! Visuellement, ce n'est pas du tout intuitif au passage : on n'a pas l'impression que la différence entre les deux situations est parfaitement identique, et pourtant :-)

On observe bien que le maximum d'énergie cinétique est atteint en $x = 2$ et vaut exactement $\frac{1}{12}$.

²L'énergie potentielle gravitationnelle sera nulle en $x = 0$ tandis que l'énergie potentielle électrique sera nulle en $x = \pm\infty$.

2 Questions à choix multiples

Attention !

Il y a toujours une et une seule bonne réponse !

Ne pas répondre ou cocher une réponse erronée ne fait rien perdre.

Les données des questions sans valeurs numériques sont supposées être dans des unités cohérentes :-)

Remplir la feuille pour lecture optique avec un crayon noir bien taillé ou un bic noir !

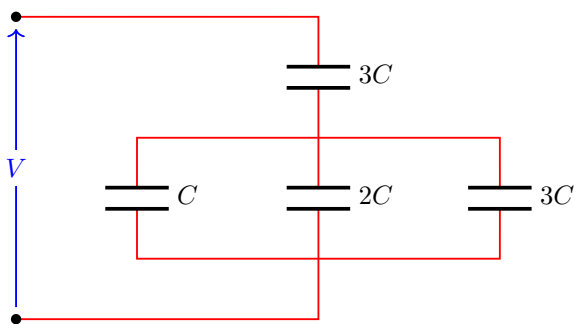
N'utiliser en aucun cas un correcteur liquide (Typex) pour corriger !

Pour les QCMs, vous avez la possibilité de mettre une très brève justification.

Cette dernière sera lue uniquement si vous avez choisi une réponse erronée !

Une petite portion des points associés à la question pourra alors être attribuée si la justification le mérite.

Un réseau de quatre condensateurs est relié à une source de tension V .



Q1

Quelle est la charge Q stockée dans le condensateur de capacité $2C$?

A $Q = \frac{CV}{6}$

B $Q = \frac{CV}{3}$

C $Q = \frac{CV}{2}$

D $Q = \frac{2CV}{3}$

E $Q = \frac{4CV}{3}$

A

B

C

D

E

Un avion vole horizontalement à 540 km/h à une altitude de 3125 m .
 A cet instant, une valise chute de l'avion car on a oublié de refermer la porte de la soute lors du départ.
 La force de trainée de l'air est supposée négligeable.
 La norme de l'accélération de la gravité est $g = 10 \text{ m/s}^2$.
 L'axe x du repère est parallèle à la trajectoire de l'avion.
 L'axe y du repère pointe vers le haut.

Quelles seront les deux composantes v_x et v_y du vecteur vitesse

$$\vec{v} = \begin{bmatrix} v_x \\ v_y \end{bmatrix}$$

Q2 lorsque la valise atteindra le sol ?

A $\begin{bmatrix} v_x \\ v_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 540 \\ -250 \end{bmatrix} \text{ km/h}$

A

B $\begin{bmatrix} v_x \\ v_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 150 \\ -354 \end{bmatrix} \text{ m/s}$

B

C $\begin{bmatrix} v_x \\ v_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 150 \\ -177 \end{bmatrix} \text{ m/s}$

C

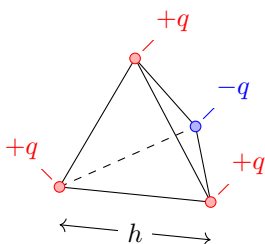
D $\begin{bmatrix} v_x \\ v_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 150 \\ -150 \end{bmatrix} \text{ m/s}$

D

E $\begin{bmatrix} v_x \\ v_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 150 \\ -250 \end{bmatrix} \text{ m/s}$

E

Considérons un potentiel électrique constant et nul.
 On place alors quatre charges distinctes de même amplitude q sur les quatre sommets d'un tétraèdre régulier de côté h . Une des charges est négative.
 On définit l'énergie potentielle électrostatique d'une charge électrique q placée à une position donnée comme le travail à fournir pour amener cette charge depuis l'infini jusqu'à cette position.



Q3

Quelle est l'énergie potentielle électrostatique U_e d'un tel système ?

A $U_e = 0$

B $U_e = -k \frac{q^2}{h}$

C $U_e = -2k \frac{q^2}{h}$

D $U_e = +k \frac{q^2}{h}$

E $U_e = +2k \frac{q^2}{h}$

A

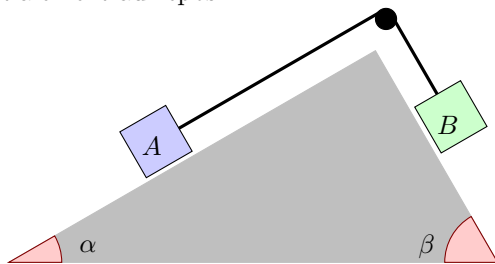
B

C

D

E

Deux bloc de masses $m_A < m_B$ sont reliés par une corde via une poulie sur un bloc triangulaire avec des angles $\alpha < \beta$ respectivement. Il n'y a aucun frottement dans la poulie. Les masses de la corde et de la poulie sont négligeables. Le système est initialement au repos.



Q4

Quelle est la vitesse v des blocs lorsqu'ils se sont déplacés d'une distance d ?

A $v = \left(\frac{m_A + m_B}{m_B \sin \beta - m_A \sin \alpha} \right) \sqrt{gd}$

A

B $v = \sqrt{2gd \left(\frac{m_A \sin \alpha - m_B \sin \beta}{m_A + m_B} \right)}$

B

C $v = \sqrt{2gd \left(\frac{m_A + m_B}{m_B \cos \beta - m_A \cos \alpha} \right)}$

C

D $v = \sqrt{2gd \left(\frac{m_B \sin \beta - m_A \sin \alpha}{m_A + m_B} \right)}$

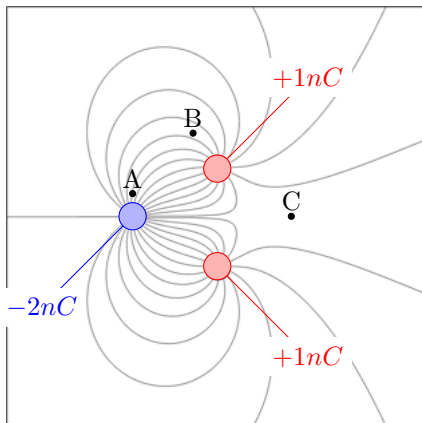
D

E $v = \left(\frac{m_A + m_B}{m_B \sin \beta - m_A \sin \alpha} \right) \sqrt{2gd}$

E

Dans le plan, on considère deux charges positives et une charge négative.
 Sur le dessin, on a représenté des lignes de champ pour deux charges positives et une charge négative, dans un carré défini sur le plan.
 On y a aussi défini 3 points A , B et C .
 Le potentiel électrique est nul à l'infini.

Q5



Quelle est l'unique proposition **fausse** ?

- A Le champ électrique en A est plus intense qu'en B .
- B Toute ligne de champ sortant du carré doit nécessairement y rentrer.
- C Le potentiel électrique en B est supérieur au potentiel électrique en A
- D L'intensité du champ électrique est plus faible en C qu'en A .
- E Le potentiel électrique en C est nul.

- A
- B
- C
- D
- E

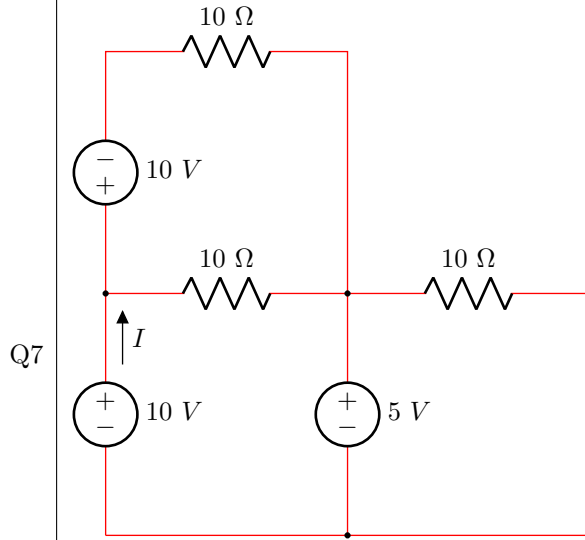
Sur Terre, un cosmonaute pèse 600 N.
 Que pèse-t-il sur une planète dont la masse est 16 fois plus petite que celle de la Terre et dont le rayon est deux fois plus petit que celui de la Terre ?

Q6

- A 75 N
- B 150 N
- C 300 N
- D 600 N
- E 2400 N

- A
- B
- C
- D
- E

On considère un circuit composé de trois résistances et trois sources de tension.

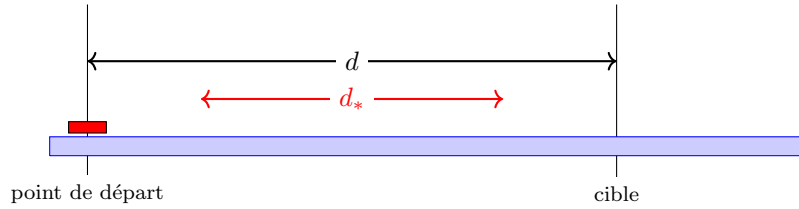


Quelle est l'intensité de courant I qui sort de la source inférieure gauche ?

- A $I = 0\ A$
- B $I = 1\ A$
- C $I = 2\ A$
- D $I = 3\ A$
- E $I = 4\ A$

- A
- B
- C
- D
- E

Le *curling* est un sport de précision pratiqué sur la glace avec des pierres en granite. Le but est de placer la pierre le plus près possible d'une cible appelée la maison. Les joueurs ont un balai de curling qui permet de modifier localement le frottement devant la pierre afin d'y créer des effets complexes permettant d'obtenir une trajectoire courbée. C'est l'origine du nom de ce sport !



Q8

Ici, nous considérons une version très simplifiée où la pierre de masse m suit une trajectoire rectiligne, sans aucun mouvement de rotation. La cible est à une distance d , la vitesse initiale de la pierre est v et le coefficient de frottement cinétique entre la pierre et la glace est μ_c . Afin que la pierre puisse atteindre la cible, les joueurs vont froter la glace afin de réduire le coefficient de frottement à une valeur $\mu_* < \mu_c$, sur une section d_* de la trajectoire.

Quelle doit être la distance d_* ?

A $d_* = \frac{2\mu_cgd - v^2}{2\mu_*g}$

B $d_* = \frac{2\mu_*gd - v^2}{2\mu_cg}$

C $d_* = \frac{2\mu_cgd - v^2}{2(\mu_c - \mu_*)g}$

D $d_* = \frac{v^2}{2(\mu_c - \mu_*)g}$

E $d_* = \frac{mv^2}{2(\mu_c - \mu_*)g}$

A

B

C

D

E

Q9

Deux lampes sont connectées à une source de tension idéale $V = 12$ Volts. Connectées en série à la source, elles dissipent une puissance $P = 18$ Watts. Connectées en parallèle à la source, elles dissipent une puissance $P = 96$ Watts.

Que valent les deux résistances de ces lampes ?

A Elles sont identiques et valent 2 Ohms.

B Elles sont identiques et valent 4 Ohms.

C Elles sont identiques et valent 6 Ohms.

D Elles sont différentes et valent 2 Ohms et 4 Ohms.

E Elles sont différentes et valent 2 Ohms et 6 Ohms.

A

B

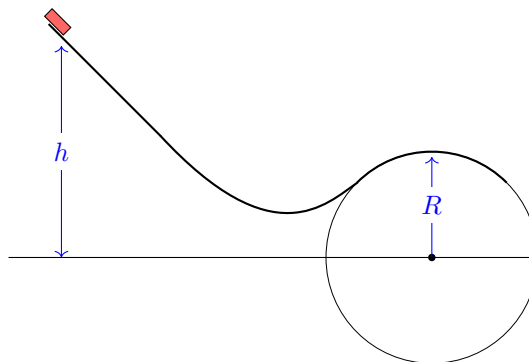
C

D

E

Dans un parc d'attraction, un wagonnet de masse m dévale une pente d'une hauteur h pour passer une petite bosse construite sur un cercle de rayon R . Tous les frottements sont supposés négligeables.

Q10



Quelle doit être la hauteur maximale h afin que le wagon ne décolle pas au sommet de la bosse ?

- A** $h < 7R/2$
- B** $h < 6R/2$
- C** $h < 5R/2$
- D** $h < 4R/2$
- E** $h < 3R/2$

- A**
- B**
- C**
- D**
- E**

N'oubliez pas de reporter vos réponses sur la feuille pour lecture optique.

Formulaire

$$\frac{d}{dt}(m \vec{v}) = \sum \vec{F}_i$$

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{1}{2}m v^2 + \frac{1}{2}I \omega^2\right) = \sum \vec{F}_i \cdot \vec{v}_i$$

$$\frac{d}{dt}(I \omega) = \sum M_i$$

Mouvement d'un projectile

$$\vec{x}(t) = \begin{bmatrix} u_0 t + x_0 \\ -gt^2/2 + v_0 t + y_0 \end{bmatrix}$$

$$\vec{v}(t) = \begin{bmatrix} u_0 \\ -gt + v_0 \end{bmatrix}$$

$$\vec{a}(t) = \begin{bmatrix} 0 \\ -g \end{bmatrix}$$

Mouvement horizontal = MRU (vitesse constante)
 Mouvement vertical = MRUA (accélération constante)

Mouvement circulaire uniformément accéléré : $\theta(t) = \theta_0 + \omega_0 t + \frac{\alpha t^2}{2}$

$$\vec{v}(t) = \begin{bmatrix} v_r \\ v_\theta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ r\omega \end{bmatrix}$$

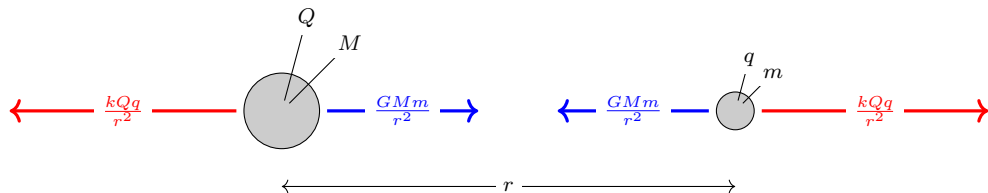
$$\vec{a}(t) = \begin{bmatrix} a_r \\ a_\theta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -r\omega^2 \\ r\alpha \end{bmatrix}$$

Force de gravité et force d'interaction électrique

$$G = 6.674 \cdot 10^{-11} \text{ N m}^2/\text{kg}^2$$

$$\frac{1}{4\pi\epsilon_0} = k = 8.988 \cdot 10^9 \text{ N m}^2/\text{C}^2$$

$$\epsilon_0 = \frac{1}{4\pi k} = 8.854 \cdot 10^{-12} \text{ C}^2/\text{N m}^2$$



Théorème de Gauss

$$\oint_S \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{1}{\epsilon_0} \sum q_i$$

Théorème de l'énergie mécanique

$$\Delta \left(\underbrace{\frac{1}{2} m v^2 + \frac{1}{2} I \omega^2}_K \right) = \sum \int \underbrace{\vec{F}}_W \cdot d\vec{x}$$

Energies potentielles mécaniques

$$W_{a \rightarrow b} = U_a - U_b = \frac{kx^2}{2}$$

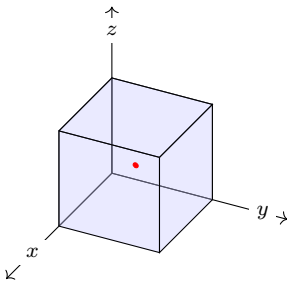
$$U_a - U_b = mgh$$

Energie et potentiel électrique

$$U_a - U_b = q_0 \int_a^b \vec{E} \cdot d\vec{x}$$

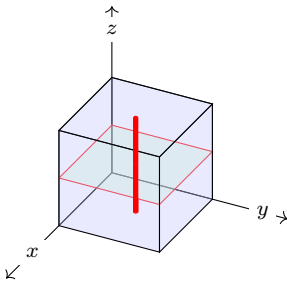
$$V_a - V_b = \int_a^b \vec{E} \cdot d\vec{x}$$

Trois champs et potentiels électriques bien utiles :-)



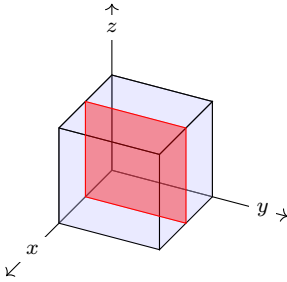
$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^2}$$

$$V = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r} + C$$



$$E = \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \frac{\lambda}{r}$$

$$V = -\frac{1}{2\pi\epsilon_0} \lambda \ln(r) + C$$



$$E = \frac{1}{2\epsilon_0} \sigma$$

$$V = -\frac{1}{2\epsilon_0} \sigma r + C$$

r représente la distance à la charge, au fil chargé ou au plan chargé.

Moment d'une force dans le plan

$$\underbrace{\vec{r} \times \vec{F}}_{\vec{M}} = \begin{bmatrix} r_x \\ r_y \\ 0 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} F_x \\ F_y \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ r_x F_y - r_y F_x \end{bmatrix}$$

$$M = r_x F_y - r_y F_x = F r_{\perp} = F_{\perp} r = Fr \sin(\theta)$$

Moment d'inertie

$$I = \sum m_i r_i^2$$

Théorème des axes parallèles

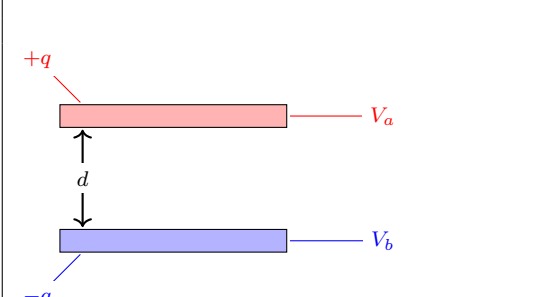
$$I_h = m h^2 + I$$

Moments d'inertie de corps rigides homogènes

Cylindre creux $I = m R^2$

Cylindre plein $I = m \frac{R^2}{2}$

Barre autour du centre $I = m \frac{L^2}{12}$



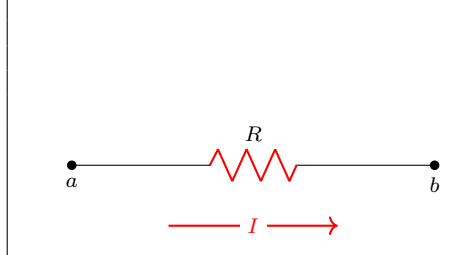
$+q$

V_a

d

V_b

$-q$

$$V_{ab} = V_a - V_b = \frac{d}{\epsilon_0 S} q = \frac{q}{C}$$
$$U = \int_0^q \frac{q}{C} dq = \frac{q^2}{2C}$$


a b

R

I

$$V_{ab} = \frac{\rho L}{S} I = RI$$
$$P = RI^2$$

Résistances et capacités en série

$$\frac{1}{C} = \sum \frac{1}{C_i} \quad R = \sum R_i$$

Résistances et capacités en parallèle

$$C = \sum C_i \quad \frac{1}{R} = \sum \frac{1}{R_i}$$

Lois de Kirchhoff

$$\sum_{\text{noeuds}} I_i = 0$$

$$\sum_{\text{mailles}} V_i = 0$$