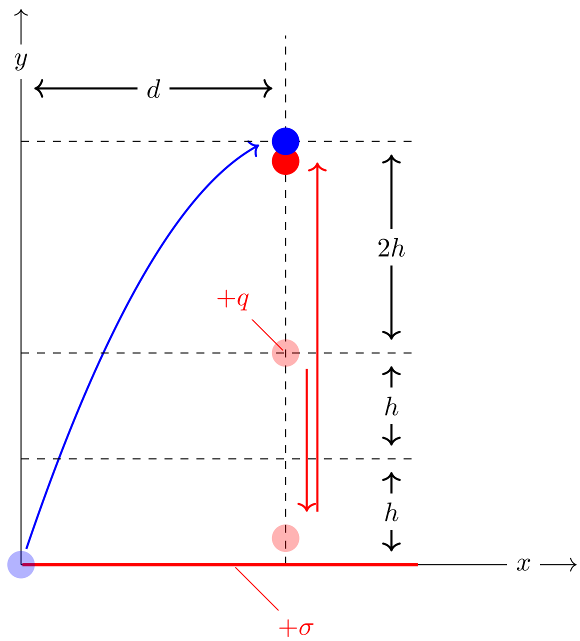
FSA11-ARCH11	
Août 2024	*Physique 1*
LEPL1201	*Vous pouvez conserver cet énoncé !*

1 Une catapulte particulière

En $t = 0$, une puissance hostile lance un missile avec un angle de tir de 45^o et une vitesse initiale v.
Au même instant, une sphère avec une charge électrique q est lachée de la position $(d, 2h)$.
En $t = t_*$, la sphère percutera le missile en $(d, 4h)$.



Lorsque la sphère est à une hauteur h du sol (et donc pas avant :-), une plaque métallique de très grande taille est instantanément chargée avec une densité de charge électrique surfacique σ. Il y aura donc une force répulsive entre la plaque et la bille qui fera remonter la sphère vers le haut.

On assimilera cette plaque à un plan infini chargé.
La masse du missile et de la sphère est $m = 2$ kg.
La distance est $d = 2000$ m.
La hauteur est $h = 100$ m.
La charge électrique est $q = 10^{-5}$ C.
On néglige tous les frottements !
On néglige l'effet de la sphère sur les charges du plan !
Le missile ne porte pas de charge électrique !

On utilisera $g = 10$ m/s^2 et $\varepsilon_0 = 10^{-11}$ C^2/N m^2 pour effectuer tous les calculs.

1. Donner l'expression du potentiel électrique $V(y, \sigma)$ généré par le plan infini chargé situé en $y = 0$.
2. Esquisser la position verticale $y(t)$ de la sphère (pas du missile :-) en fonction de $t \in [0, t_*]$. Indiquer clairement le moment où la plaque est chargée.
3. Quelle doit être la norme de vitesse initiale v pour que le missile passe par la position $(d, 4h)$? Quel est l'instant t_* où le missile occupe cette position ?
4. Quelle doit être la valeur minimale de σ pour que la sphère ne touche pas le sol ?
5. Quelle doit être la valeur de σ pour que la sphère percute le missile en $t = t_*$?
6. Tracer les courbes de l'énergie potentielle gravitationnelle et électrostatique en fonction de $t \in [0, t_*]$. On posera que les énergies potentielles sont nulles en $t = t_*$.
7. Juste après la collision, les vitesses de la sphère et du missile seront identiques. Quelles seront les deux composantes de cette vitesse commune ?

Attention, il faut répondre exclusivement sur l'unique feuille de réponse fournie !
Ce questionnaire peut servir de brouillon, mais ne sera jamais lu par le correcteur !
Chaque sous-question peut être résolue de manière symbolique, si les résultats précédents font défaut !
Détaillez vos calculs afin de clairement montrer votre démarche.

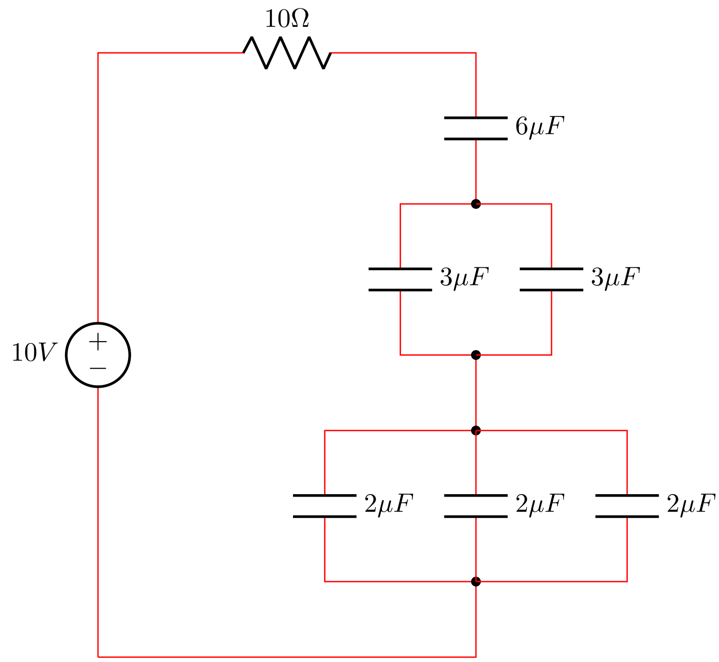
2 Questions à choix multiples

Attention !
Il y a toujours une et une seule bonne réponse !
Ne pas répondre ou cocher une réponse erronée ne fait rien perdre.
Les données des questions sans valeurs numériques sont supposées être dans des unités cohérentes :-)
Remplir la feuille pour lecture optique avec un crayon noir bien taillé ou un bic noir !
N'utiliser en aucun cas un correcteur liquide (Typex) pour corriger !

Pour les QCMs, vous avez la possibilité de mettre une très brève justification.
Cette dernière sera lue uniquement si vous avez choisi une réponse erronée !
Une petite portion des points associés à la question pourra alors être attribuée si la justification le mérite.

Q1

Considérons un montage de condensateurs connectés à une source réelle.



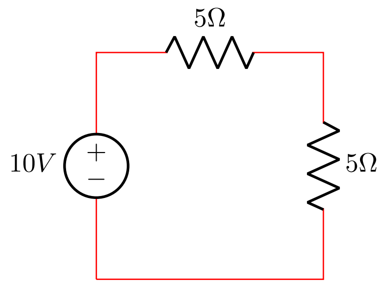
Qelle est la constante de temps τ de la charge des condensateurs ?

A $\tau = 1\ \mu s$
B $\tau = 6\ \mu s$
C $\tau = 20\ \mu s$
D $\tau = 245/3\ \mu s$
E $\tau = 180\ \mu s$

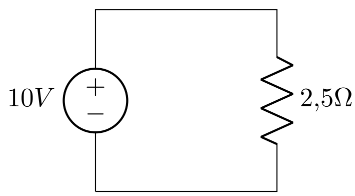
A ☐
B ☐
C ☐
D ☐
E ☐

Q2

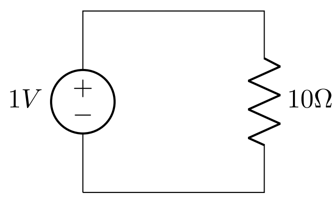
Une source réelle représentée par son équivalent de Thévenin
est connectée à une résistance externe dans le circuit ci-dessous.



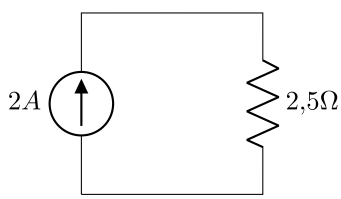
Quel est l'unique circuit équivalent ?



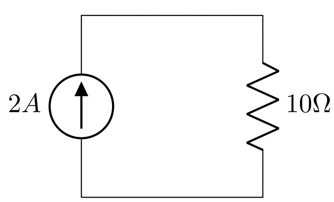
A



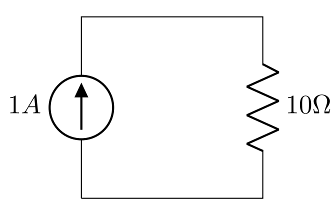
B



C



D



E

A ☐

B ☐

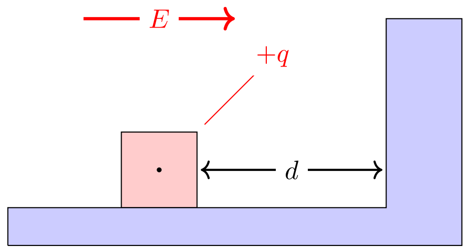
C ☐

D ☐

E ☐

Q3

Un bloc a une masse m et une charge q positive.
Il est immobile sur le sol à une distance d d'un mur.
Ensuite, on applique un champ électrique constant horizontal E.
Le bloc va alors se déplacer vers le mur et rebondir contre le mur.
Il n'y aura aucun frottement entre le sol et le bloc.
La collision entre bloc et le mur sera parfaitement élastique.
Le bloc aura donc un mouvement oscillant entre le mur et sa position initiale.



Quelle sera la période T du mouvement harmonique ?

A $T = 2\sqrt{\dfrac{2dm}{qE}}$ **A** ☐

B $T = 2\sqrt{\dfrac{2dm}{qE + mg}}$ **B** ☐

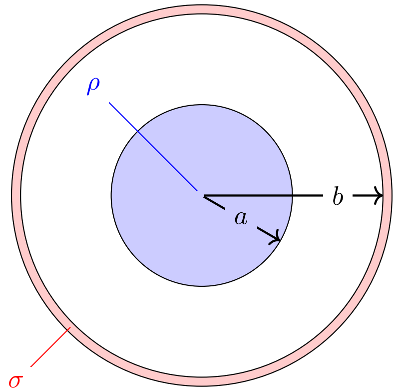
C $T = 2\sqrt{\dfrac{qm}{2dE}}$ **C** ☐

D $T = 2\sqrt{\dfrac{2dq}{mgE}}$ **D** ☐

E $T = 2\sqrt{\dfrac{2qE}{d}}$ **E** ☐

Q4

Une sphère de rayon a a une densité de charge volumique ρ.
Cette sphère est dans une coquille de rayon b avec une charge surfacique σ.
Il n'y a aucune autre charge présente dans l'univers de la question !



Quelle est la condition nécessaire entre les densités de charge ρ et σ
afin que le champ électrique soit nul à l'extérieur de la coquille sphérique ?

A $\rho = -\dfrac{4b^2}{3a^3}\,\sigma$

B $\rho = -\dfrac{(a+b)^2}{(b-a)^3}\,\sigma$

C $\rho = -\dfrac{1}{4\pi(b-a)}\,\sigma$

D $\rho = -\dfrac{4b}{3a^2}\,\sigma$

E $\rho = -\dfrac{3b^2}{a^3}\,\sigma$

A ☐

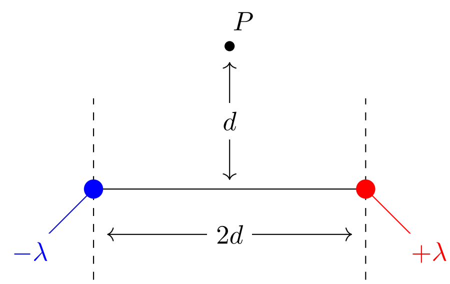
B ☐

C ☐

D ☐

E ☐

Deux câbles parallèles de longueur infinie sont séparés d'une distance $2d$.
Les câbles portent des densités de charges linéiques $+\lambda$ et $-\lambda$ respectivement.
Considérons un point P équidistant des deux câbles et situé à une distance d du plan formé par les câbles.



Q5 Quelle est l'intensité du champ électrique en ce point P ?

A $E = \dfrac{4}{\pi\epsilon_0}\ \dfrac{\lambda}{d}$ **A** ☐

B $E = \dfrac{2}{\pi\epsilon_0}\ \dfrac{\lambda}{d}$ **B** ☐

C $E = \dfrac{1}{\pi\epsilon_0}\ \dfrac{\lambda}{d}$ **C** ☐

D $E = \dfrac{1}{\sqrt{2}\ \pi\epsilon_0}\ \dfrac{\lambda}{d}$ **D** ☐

E $E = \dfrac{1}{2\ \pi\epsilon_0}\ \dfrac{\lambda}{d}$ **E** ☐

Un treuil situé au sommet d'une pente d'angle 45^o.
Ce treuil fait remonter un bloc à une vitesse constante de $\sqrt{2}$ km/h.
Le moteur du treuil développe une puissance de 1 kW.
Le coefficient de frottement dynamique entre la pente et la masse est $\mu_c = 0.2$.
On utilisera $g = 10$ m/s^2.

Q6 Quelle est la masse m tirée par ce treuil ?

A $m = 83.3$ kg **A** ☐
B $m = 166.6$ kg **B** ☐
C $m = 250.0$ kg **C** ☐
D $m = 300.0$ kg **D** ☐
E $m = 450.0$ kg **E** ☐

Q7

Une alarme de température est basée sur le principe suivant.
Une masse de 1 kg est suspendue à un ressort de constante de raideur $k(T)$ qui dépend de la température.

$$k(T) = k_0 - a\underbrace{(T - T_0)}_{\Delta T}$$

avec $k_0 = 100$ N/m et $a = 1$ N/mK.
Le ressort est de moins en moins raide à mesure que la température augmente.
A température ambiante T_0, la masse est située à 10 cm d'un détecteur.
Ce détecteur se déclenche si on lui applique une force de 1 N.
On utilisera $g = 10$ m/s^2.

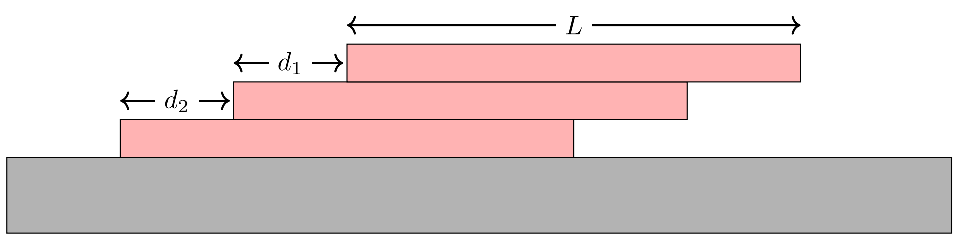
Quel est le plus petit écart de température qui fera déclencher l'alarme ?

A $\Delta T = 2$ K
B $\Delta T = 10$ K
C $\Delta T = 20$ K
D $\Delta T = 55$ K
E $\Delta T = 100$ K

A ☐
B ☐
C ☐
D ☐
E ☐

Q8

On empile trois briques homogènes identiques de longueur L.



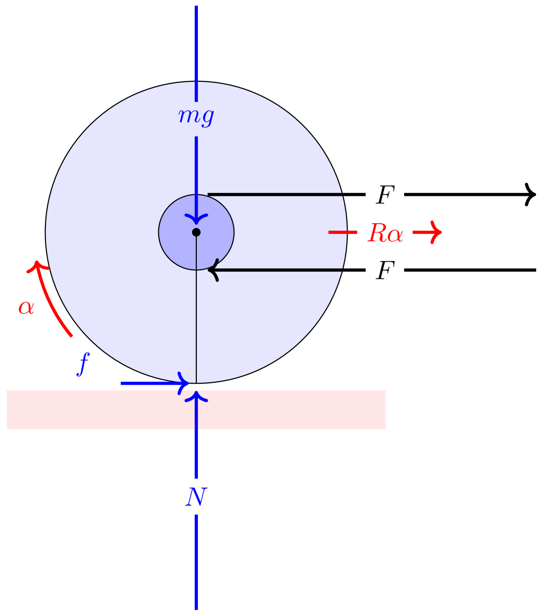
Quelle sont les distances maximales d_1 et d_2 que l'on peut choisir afin que les briques ne basculent pas ?

A $d_1 = \frac{L}{2}$ et $d_2 = \frac{L}{2}$
B $d_1 = \frac{L}{2}$ et $d_2 = \frac{L}{4}$
C $d_1 = \frac{L}{3}$ et $d_2 = \frac{L}{3}$
D $d_1 = \frac{L}{4}$ et $d_2 = \frac{L}{2}$
E $d_1 = \frac{L}{4}$ et $d_2 = \frac{L}{4}$

A ☐
B ☐
C ☐
D ☐
E ☐

Q9

Considérons une roue de vélo de rayon R entrainée par le mouvement de la chaine avec un pignon de rayon r. Par convention, une valeur positive des accélérations et forces représentées correspond à la donnée telle qu'elle est représentée sur le dessin.



Avec la convention choisie, l'équilibre de rotation s'écrit :

A $I\alpha = 2rF + Rf$ | **A** ☐

B $I\alpha = rF - Rf$ | **B** ☐

C $I\alpha = rF + 2Rf$ | **C** ☐

D $I\alpha = 2rF - Rf$ | **D** ☐

E $I\alpha = 2RF - rf$ | **E** ☐

Q10

Une voiture effectue un virage circulaire de rayon R sur une route dont le côté extérieur est relevé d'un angle θ par rapport à l'horizontale. Les coefficients de frottement statique et dynamique entre les pneus de la voiture et le sol sont notés μ_s et μ_c. L'accélération de la gravité est notée g.

Quelle est la vitesse maximale v pour que la voiture ne dérape pas ?

A $v = \sqrt{Rg\,\dfrac{\sin(\theta) + \mu_c \cos(\theta)}{\cos(\theta)}}$ | **A** ☐

B $v = \sqrt{Rg\,\dfrac{\sin(\theta) + \mu_s \cos(\theta)}{\mu_c \sin(\theta)}}$ | **B** ☐

C $v = \sqrt{Rg\,\dfrac{\mu_s \sin(\theta)}{\sin(\theta) - \mu_s \cos(\theta)}}$ | **C** ☐

D $v = \sqrt{Rg\,\dfrac{\sin(\theta) + \mu_s \cos(\theta)}{\cos(\theta) - \mu_s \sin(\theta)}}$ | **D** ☐

E $v = \sqrt{Rg\,\dfrac{\sin(\theta) + \mu_c \cos(\theta)}{\cos(\theta) - \mu_c \sin(\theta)}}$ | **E** ☐

N'oubliez pas de reporter vos réponses sur la feuille pour lecture optique.

Formulaire

$$
\begin{aligned}
\frac{d}{dt}\Big(m\ \vec{\mathbf{v}}\Big) &= \sum \vec{\mathbf{F}}_i \\
\frac{d}{dt}\Big(\tfrac{1}{2}m\ v^2 + \tfrac{1}{2}I\ \omega^2\Big) &= \sum \vec{\mathbf{F}}_i \cdot \vec{\mathbf{v}}_i \\
\frac{d}{dt}\Big(I\ \omega\Big) &= \sum M_i
\end{aligned}
$$

Mouvement d'un projectile

$$
\begin{aligned}
\vec{\mathbf{x}}(t) &= \begin{bmatrix} u_0 t + x_0 \\ -gt^2/2 + v_0 t + y_0 \end{bmatrix} \\
\vec{\mathbf{v}}(t) &= \begin{bmatrix} u_0 \\ -gt + v_0 \end{bmatrix} \\
\vec{\mathbf{a}}(t) &= \begin{bmatrix} 0 \\ -g \end{bmatrix}
\end{aligned}
$$

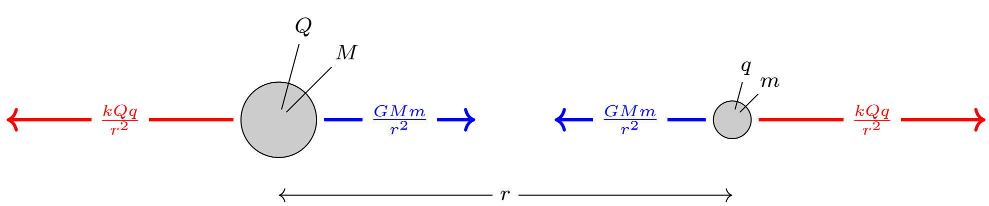
Mouvement horizontal = MRU (vitesse constante)
Mouvement vertical = MRUA (accélération constante)

Mouvement circulaire uniformément accéléré : $\theta(t) = \theta_0 + \omega_0 t + \dfrac{\alpha\ t^2}{2}$

$$
\begin{aligned}
\vec{\mathbf{v}}(t) &= \begin{bmatrix} v_r \\ v_\theta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ r\omega \end{bmatrix} \\
\vec{\mathbf{a}}(t) &= \begin{bmatrix} a_r \\ a_\theta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -r\omega^2 \\ r\alpha \end{bmatrix}
\end{aligned}
$$

Force de gravité et force d'interaction électrique

$$
\begin{aligned}
G &= 6.674\ 10^{-11} \quad \mathrm{N\ m^2/kg^2} \\
\frac{1}{4\pi\epsilon_0} = k &= 8.988\ 10^{9} \quad \mathrm{N\ m^2/C^2} \\
\epsilon_0 = \frac{1}{4\pi k} &= 8.854\ 10^{-12} \quad \mathrm{C^2/N\ m^2}
\end{aligned}
$$



Théorème de Gauss

$$\oint_S \vec{\mathbf{E}} \cdot d\vec{\mathbf{S}} \quad = \quad \frac{1}{\epsilon_0} \sum q_i$$

Théorème de l'énergie mécanique

$$\Delta \overbrace{\left(\tfrac{1}{2} m \; v^2 + \tfrac{1}{2} I \; \omega^2\right)}^{K} \quad = \quad \overbrace{\sum \int \vec{\mathbf{F}} \cdot d\vec{\mathbf{x}}}^{W}$$

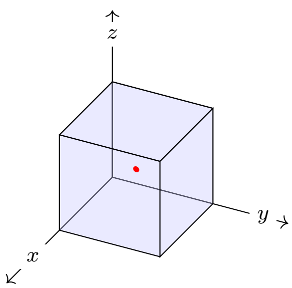
Energies potentielles mécaniques

$$\begin{aligned} W_{a \to b} \quad = \quad U_a - U_b \quad &= \quad \frac{kx^2}{2} \\ U_a - U_b \quad &= \quad mgh \end{aligned}$$

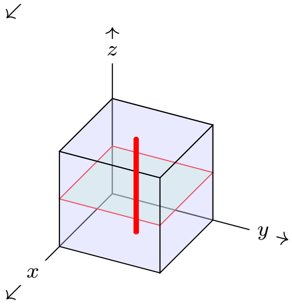
Energie et potentiel électrique

$$\begin{aligned} U_a - U_b \quad &= \quad q_0 \int_a^b \vec{\mathbf{E}} \cdot d\vec{\mathbf{x}} \\ V_a - V_b \quad &= \quad \int_a^b \vec{\mathbf{E}} \cdot d\vec{\mathbf{x}} \end{aligned}$$

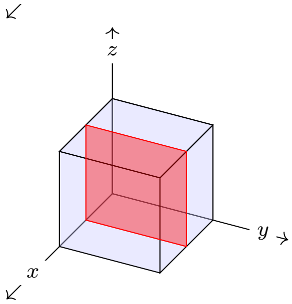
Trois champs et potentiels électriques bien utiles :-)



$$\begin{aligned} E \quad &= \quad \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \; \frac{q}{r^2} \\ V \quad &= \quad \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \; \frac{q}{r} + C \end{aligned}$$



$$\begin{aligned} E \quad &= \quad \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \; \frac{\lambda}{r} \\ V \quad &= \quad -\frac{1}{2\pi\epsilon_0} \; \lambda \; \ln(r) + C \end{aligned}$$



$$\begin{aligned} E \quad &= \quad \frac{1}{2\epsilon_0} \; \sigma \\ V \quad &= \quad -\frac{1}{2\epsilon_0} \; \sigma \; r + C \end{aligned}$$

r représente la distance à la charge, au fil chargé ou au plan chargé.

Moment d'une force dans le plan

$$\underbrace{\vec{\mathbf{r}} \times \vec{\mathbf{F}}}_{\vec{\mathbf{M}}} = \begin{bmatrix} r_x \\ r_y \\ 0 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} F_x \\ F_y \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ r_x F_y - r_y F_x \end{bmatrix}$$

$$M = r_x F_y - r_y F_x = F\, r_\perp = F_\perp\, r = F r \sin(\theta)$$

Moment d'inertie

$$I = \sum m_i\, r_i^2$$

Théorème des axes parallèles

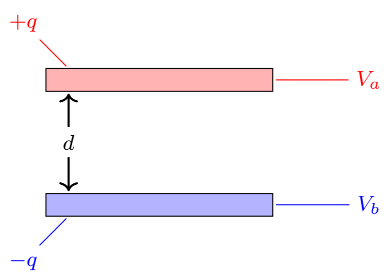
$$I_h = m\, h^2 + I$$

Moments d'inertie de corps rigides homogènes

$$\text{Cylindre creux} \quad I = m\, R^2$$

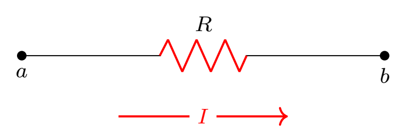
$$\text{Cylindre plein} \quad I = m\, \frac{R^2}{2}$$

$$\text{Barre autour du centre} \quad I = m\, \frac{L^2}{12}$$



$$V_{ab} = V_a - V_b = \frac{d}{\epsilon_0\, S}\, q = \frac{q}{C}$$

$$U = \int_0^q \frac{q}{C}\, dq = \frac{q^2}{2C}$$



$$V_{ab} = \frac{\rho L}{S}\, I = RI$$

$$P = RI^2$$

Résistances et capacités en série

$$\frac{1}{C} = \sum \frac{1}{C_i} \qquad R = \sum R_i$$

Résistances et capacités en parallèle

$$C = \sum C_i \qquad \frac{1}{R} = \sum \frac{1}{R_i}$$

Lois de Kirchhoff

$$\sum_{noeuds} I_i = 0$$

$$\sum_{mailles} V_i = 0$$