

Séance 10

Mécanique des solides

$$\frac{d}{dt}(m \vec{v}) = \sum \vec{F}_i$$

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{1}{2}m v^2 + \frac{1}{2}I \omega^2\right) = \sum \vec{F}_i \cdot \vec{v}_i$$

$$\frac{d}{dt}(I \omega) = \sum M_i$$

Moment d'inertie

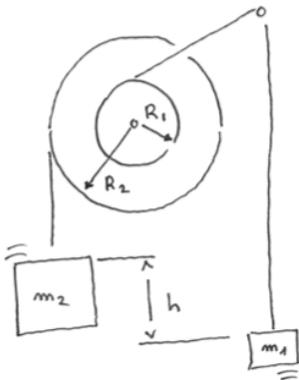
$$I = \sum m_i r_i^2$$

Moments d'inertie de corps rigides homogènes

Cylindre creux tournant autour de l'axe de révolution $I = m R^2$

Cylindre plein tournant autour de l'axe de révolution $I = m \frac{R^2}{2}$

Barre tournant autour d'un axe perpendiculaire central $I = m \frac{L^2}{12}$



Théorème des axes parallèles

$$I_h = m h^2 + I$$

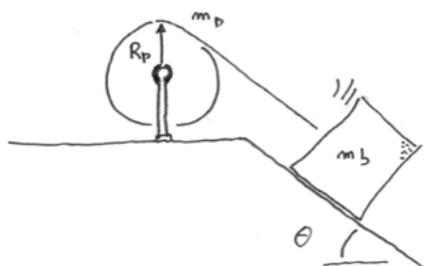
79

Une poulie est constituée de deux cylindres fixés au même arbre. Le moment d'inertie de la poulie est $I = 0.2 \text{ kg m}^2$ et les deux rayons des cylindres de la poulie sont $R_1 = 5 \text{ cm}$ et $R_2 = 10 \text{ cm}$. Une corde (sans masse) attachée au bloc de masse $m_1 = 1 \text{ kg}$ passe sur un clou lisse alors qu'un second bloc de masse $m_2 = 3 \text{ kg}$ est suspendu verticalement à partir d'un des disques. A l'instant initial, le second bloc se trouve à une hauteur $h = 2 \text{ m}$ par rapport au premier bloc.

Quelles sont les tensions dans les deux cordes et les accélérations des deux blocs ?
A quel instant les deux blocs seront-ils à la même hauteur ?

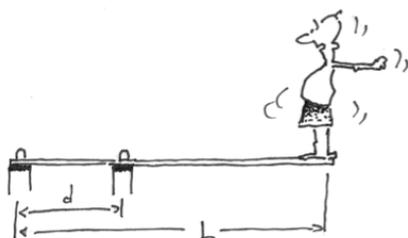
80

Un patineur lève la jambe selon un angle α par rapport à la verticale. On considère la jambe comme une barre rectiligne homogène de masse m et de longueur L .
Calculer le moment d'inertie par rapport à l'axe vertical passant par la hanche.



81

Un bloc de masse $m_b = 2$ kg peut glisser sans frottement sur un plan incliné avec un angle $\theta = 53^\circ$. Il est relié à une poulie de masse $m_p = 4$ kg et de rayon $R_p = 0.5$ m : on assimile la poulie à un cylindre plein. Initialement, le bloc est au repos. En $t = 0$, on libère le bloc qui se met donc à descendre. On considère ensuite l'instant $t = t^*$ où le bloc a glissé d'une distance $L = 1$ m. Calculer l'accélération angulaire de la poulie. Obtenir ensuite la vitesse du bloc à l'instant $t = t^*$.

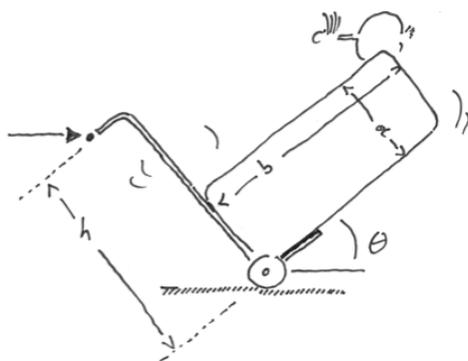


82

Un plongeur de 60 kg se tient debout à l'extrémité d'un plongeur rigide de $L = 3$ m de masse négligeable qui est fixé à deux supports distants de $d = 50$ cm. Quelles sont les forces exercées par chaque support sur le plongeur ? (Examen juin 2013)

83

Le moyeu central d'une roue est assimilé à un cylindre plein de rayon $R_1 = 2$ m et de masse $m_1 = 2$ kg. Les quatre rayons ont une longueur $L = 4$ m et de masse $m_2 = 1$ kg. La jante de la roue est assimilée à un mince anneau circulaire de rayon $R_3 = 6$ m et de masse $m_3 = 2$ kg. Calculer le moment d'inertie et le rayon de giration de la roue par rapport au centre.

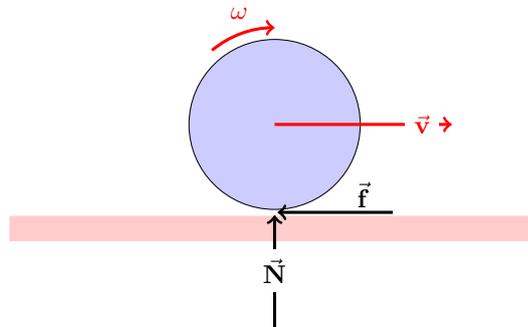


84

Une caisse remplie de façon homogène de dimensions $a = 0.4$ m et $b = 1.0$ m est placée sur un diable. La masse vaut 20 kg. Quelle force horizontale F doit-on appliquer à la poignée afin de maintenir le système en équilibre de rotation ? On néglige le frottement, la masse du diable. La longueur $h = 1.1$ m et $\theta = 30^\circ$.

Condition de roulement sans glissement

$$v = \omega r$$
$$a = \alpha r$$



85

Une roue a un rayon $R = 20$ cm. Elle tourne initialement à une vitesse angulaire de 120 tours/minute, mais elle ralentit avec une décélération constante. Dans la minute qui suit, elle effectue 90 tours. Il n'y a pas de glissement des roues sur la route. Quelle est son accélération angulaire ? Quelle distance parcourt l'automobile avant de s'arrêter .

86

Une roue part du repos et accélère uniformément. Pendant que la vitesse angulaire passe de 20 à 50 tours/minute, elle fera 40 tours. Quelle est l'accélération de la roue ? Combien de tours observe-t-on lorsque la vitesse angulaire passe de 0 à 20 tours/minute ?

87

Une auto accélère de manière constante à partir du repos. Cette auto atteint une vitesse $v = 30$ m/s en $t = 10$ secondes. Le rayon des roues est $R = 25$ cm. On considère l'instant où la vitesse de l'automobile vaut exactement 2 m/s. Quelle est l'accélération du sommet de la roue par rapport à la route et au centre de la roue ?

88

Une personne se tient au bord d'un manège horizontal de rayon $R = 4.5$ m qui tourne avec une vitesse angulaire $\omega = 0.8$ rad/s. Elle lance une balle avec une vitesse de 30 m/s en imposant que ce vecteur vitesse à cet instant soit dirigé vers le centre du manège. En d'autres mots, elle vise le centre du manège lorsqu'elle lance la balle. Et pourtant, de quelle distance, la balle manque-t-elle le centre ?

89

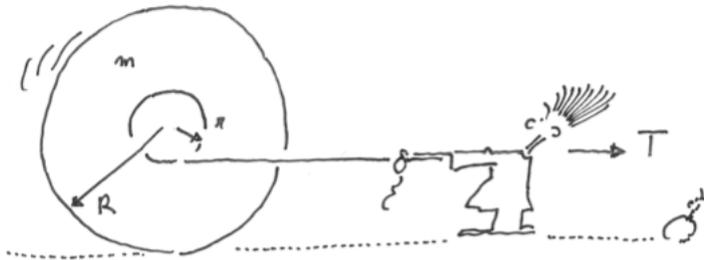
Un automobiliste prend un virage plat de rayon de $R = 40$ m avec une vitesse de module constant. Le niveau de l'eau dans un verre vertical de rayon $r = 1.5$ cm s'élève de $d = 0.5$ cm par rapport à l'horizontale d'un côté et s'abaisse identiquement de l'autre côté. Quel est la vitesse de l'automobile ?

90

Un enfant de masse $m = 42$ kg est assis sur une balançoire dont les cordes font $h = 2,8$ m de long. Lorsque l'enfant est au point le plus bas de la trajectoire, sa vitesse est $v = 1,5$ m/s. Quelle est la force exercée par le siège sur l'enfant.

91

Une bobine de masse m et de rayon R a un axe de rayon r sur lequel est enroulée une ficelle. Cet axe et la ficelle ont une masse négligeable. Le coefficient de frottement statique est μ_s . Quel est l'expression de la tension maximale T que l'on peut exercer sur la ficelle afin que la bobine roule sans glisser.



92

Un rouleau à gazon est un cylindre plein de masse m et de rayon R . Ce rouleau subit en son centre une force de traction horizontale F et roule sans glisser sur une surface horizontale. On suppose donc que la vitesse du point de contact sur le sol est nulle et qu'il agit momentanément comme un centre de rotation. Quelle est l'accélération du cylindre ? Quelle est la force de frottement agissant sur le cylindre ? Quel est le coefficient minimal de frottement μ_s nécessaire pour empêcher le glissement ?

