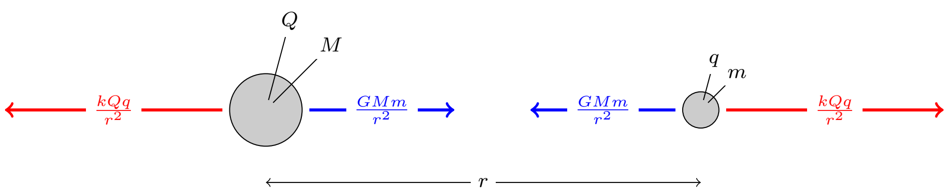
Séance 3

La force de gravité et force de Coulomb :-)

$$F = \frac{kQq}{r^2}$$

$$F = \frac{GMm}{r^2}$$

Force de gravité et force d'interaction électrique



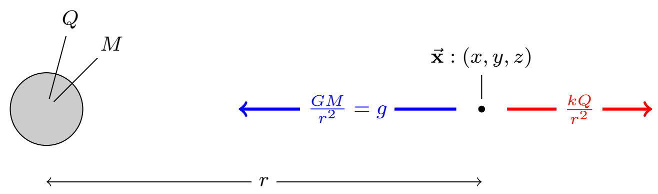
18 Dans le vide sidéral et absolu, on considère deux corps de même masse m avec une charge électrique respective de valeur absolue q.

1. Quelle doit être l'expression de q pour que les deux corps restent en équilibre ?
2. Quel doit être le signe des charges ?
3. Combien de protons ou d'électrons représente la charge q pour une masse m d'une tonne ?

Quelques constantes :-)

$$\begin{aligned} G &= 6.674\ 10^{-11} && \text{N m}^2/\text{kg}^2 \\ k &= 8.988\ 10^{9} && \text{N m}^2/\text{C}^2 \\ e &= 1.602\ 10^{-19} && \text{C} \\ m_e &= 9.108\ 10^{-31} && \text{kg} \\ m_p &= 1.673\ 10^{-27} && \text{kg} \end{aligned}$$

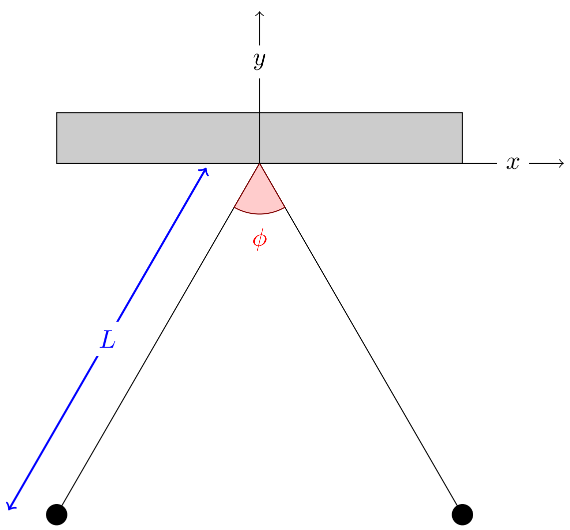
Champs électrostatique et gravitationnel



19

Deux boules isolantes chargées avec une même charge q et une même masse $m = 0.1$ kg sont accrochées par un fil chacune à une distance $L = 1$ m d'un même point de plafond.

Sous l'effet de la force d'interaction électrique et de la force de gravité,les deux boules s'écartent de mnaière identique de l'axe vertical et on observe que les deux fils forment un angle $\phi = \pi/3$.
La masse des deux fils sera supposée négligeable.



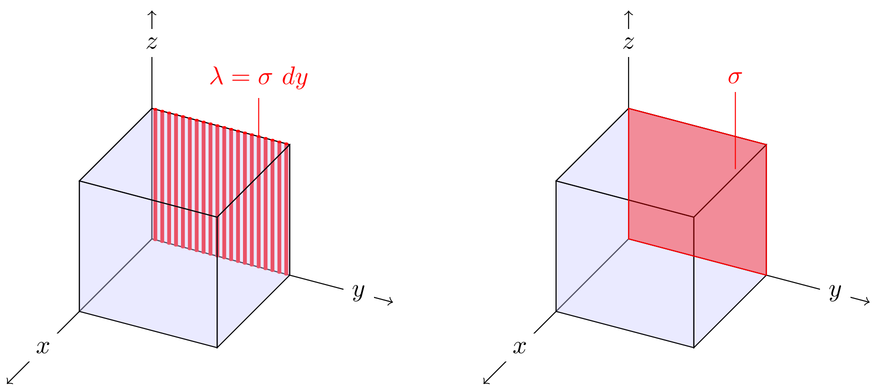
1. Quelle est la charge q est portée par chaque boule ?
2. Est-ce que les charges sur chaque boule doivent être nécessairement identiques pour aboutir à cette situation ?
3. Que vaut le champ électrique au point situé à mi-distance entre les deux boules ?
4. Que vaut le champ électrique au point du plafond où les deux boules sont attachées ?

20 A partir de l'expression du champs électrique généré par une droite avec une densité de charge linéique λ

$$E = \frac{1}{2\pi\epsilon_0}\frac{\lambda}{r}$$

déduire l'expression du champs électrique d'un plan avec une densité de charge surfacique σ.

Pour obtenir ce résultat, le plan sera vu comme une somme infinie de droites chargés ayant chacune une densité de charge $\lambda = \sigma\ dy$. Il suffira donc simplement[1] d'effectuer un intégrale le long de la direction y pour obtenir l'expression souhaitée.



Une primitive qui sera peut-être utile ici :-)

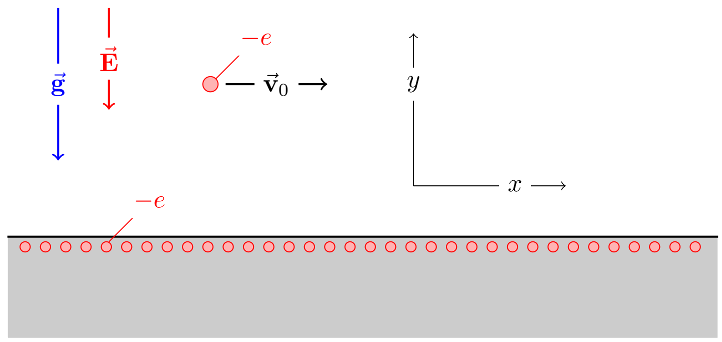
$$\int \frac{1}{1+t^2} = \arctan(t)$$

21 La Terre est conducteur et sa surface est chargée négativement. Elle génère un champ électrique uniforme et constant jusqu'à une altitude de 60 kilomètres, typiquement l'ionosphère. La Terre est un conducteur mais elle l'est nettement moins qu'un métal. Par comparaison, l'atmosphère est un isolant quasi-parfait avec une très petite conductivité.

La valeur du champ électrique près de la surface de la Terre vaut approximativement $E = 150$ N/C.

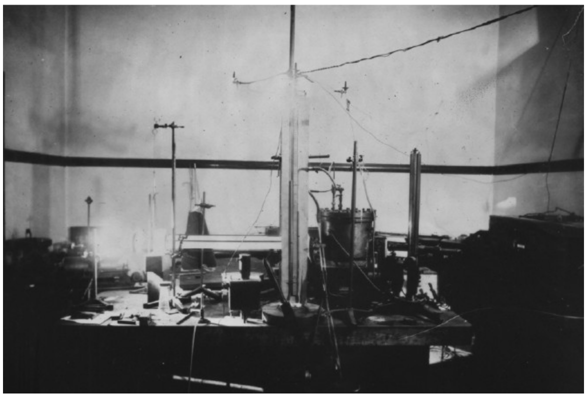
On souhaite obtenir la trajectoire $\vec{\mathbf{x}}(t)$ d'un électron dont la position initiale est $\vec{\mathbf{x}}_0 = (x_0, y_0)$ et la vitesse initiale est $\vec{\mathbf{v}}_0 = (u_0, 0)$ sous l'effet de la gravité et de ce champ électrique.

[1] Notons déjà et anticipativement qu'utiliser le théorème de Gauss permettrait d'obtenir ce résultat de manière quasi immédiate et sans aucune algèbre.... mais ici, l'exercice a pour objet qu'il est aussi possible d'obtenir ce résultat sans faire appel à ce théorème....



1. Ecrire les équations de la trajectoire de l'électron.
2. Obtenir la valeur E_* du champ électrique
   pour laquelle la trajectoire de l'électron serait rectiligne ?
3. Que pouvez vous en conclure ?

Oil drop experiment of Millikan (and Fletcher :-)



L'expérience dite de la goutte d'huile a été réalisée par Robert A. Millikan et Harvey Fletcher en 1909 pour mesurer la charge de l'électron à l'Université de Chicago. Les résultats ont été publiés par Millikan en 1913. Cette expérience et les conclusions sur la quantification des charges valurent à Millikan le prix Nobel de physique en 1923.

L'expérience consistait à observer de minuscules gouttelettes d'huile chargées électriquement entre deux surfaces métalliques horizontales parallèles. Un brouillard de gouttes d'huile atomisées est introduit par un petit trou dans la plaque supérieure et est ionisé par un rayon X pour les charger négativement.

Tout d'abord, on génère un champ électrique vertical uniforme afin que les gouttes restent immobiles, sous l'effet opposé de la gravité et de ce champs électrique.

Ensuite, on supprime le champs électrique et on mesure la vitesse terminale de la gouttelette qui tombe en l'absence de champ électrique. À la vitesse critique terminale, la force de traînée est égale aux effets de la gravité. Comme les deux forces dépendent du rayon de manière différente, on peut en déduire le rayon inconnu de la goutte de la masse volumique de l'huile. On peut ainsi en déduire finalement la charge de la gouttelette d'huile à partir de la valeur imposée du champ électrique. En répétant l'expérience pour de très nombreuses gouttes, ils ont observé que les charges étaient toutes de petits multiples entiers d'une certaine valeur de base $1,5924\ 10^{-19}\ C$, soit une différence d'environ 0,6 % par rapport à la valeur actuellement acceptée de $1,6021\ 10^{-19}\ C$.

Après la mort de Fletcher, des documents semblent démontrer que Millikan aurait contraint Fletcher à renoncer à la paternité de l'étude afin d'obtenir son doctorat. En échange, Millikan aurait usé de toute son influence pour soutenir la carrière de Fletcher aux Laboratoires Bell.

https://en.wikipedia.org/wiki/Oil_drop_experiment

22 Pour aller un peu plus loin, Laurent et Dimitri ont voulu refaire l'expérience de Millikan et Flecher et ils sont vraiment très heureux et fiers d'avoir obtenu les résultats expérimentaux suivants :

Vitesse terminale : v_c $[10^{-3} m/s]$	7670	15200	25400	43900
Champ électrique imposé : E $[N/C]$	4570	6280	9160	12320

Dans le cas d'une modélisation simple, la gouttelette d'huile est soumise à quatre forces :

- La force de la gravité : $F_g = \frac{4}{3}\pi r^3 \rho_h \ g$
- La poussée d'Archimède ou la force dite de flottabilité : $F_a = \frac{4}{3}\pi r^3 \rho_a \ g$
- La force électrique : $F_e = qE$
- La force de trainée de l'air : $F_d = 6\pi r \mu \ v$

où r est le rayon de la goutte, q est la charge de la goutte, v est la vitesse de la goutte, $\rho_h = 824$ kg/m^3 et $\rho_a = 1.2$ kg/m^3 sont les masses volumiques respectives de l'huile et de l'air, g est l'accélération de la gravité et $\mu_a = 18.1 \times 10^{-6}$ Ns/m est la viscosité dynamique de l'air.

Pour estimer la force de trainée, Millikan utilise une solution analytique valable uniquement pour des écoulements dits rampants où la vitesse caractéristique de l'écoulement est très petite. C'est bien le cas dans notre situation : les toutes petites gouttelettes ont une vitesse très modeste dans cette expérience. C'est la force provoquée par le frottement des particules d'air autour de la gouttelette... C'est la résistance exercée par l'air contre le mouvement de la gouttellette. Attention, cet effet est bien distinct de la force d'Archimède !

1. Ecrire la loi de Newton pour le mouvement de la goutte.
2. Obtenir l'expression du rayon r en fonction de la vitesse terminale et des paramètres matériels.
3. Obtenir finalement l'expression de la charge q uniquement en fonction des paramètres matériels, de la vitesse terminale et du champ électrique qui maintient la goutte en équilibre.
4. Quel est le nombre de charges élémentaires présentes dans les gouttelettes pour les 4 expériences réalisées par nos deux compères ?

L'expérience de Millikan et la rigueur scientifique :-)

Millikan a trouvé une valeur de e inférieure à celle que l'on connaît aujourd'hui. Plus d'une vingtaine d'années après son expérience, on a pu comprendre qu'il avait utilisé une mauvaise valeur de la viscosité de l'air. Il avait utilisé une valeur mesurée par un de ses étudiants. Mais entretemps, de nombreux scientifiques tentaient de reproduire l'expérience de Millikan, étaient souvent déçus de ne pas retrouver la valeur de la littéraure et ont, semble-t-il, souvent manipulé un peu leurs résultats pour s'approcher de la valeur de Millikan qu'ils pensaient être eronément la Vérité. Un exposé de Richard Feynman (l'auteur d'un des meilleurs livres de physique de base et aussi très largement référencé sur Wikipedia :-) à Caltech en 1974 illustre ces toutes petites péripéties de l'histoire des sciences :

We have learned a lot from experience about how to handle some of the ways we fool ourselves. One example: Millikan measured the charge on an electron by an experiment with falling oil drops, and got an answer which we now know not to be quite right. It's a little bit off because he had the incorrect value for the viscosity of air. It's interesting to look at the history of measurements of the charge of an electron, after Millikan. If you plot them as a function of time, you find that one is a little bit bigger than Millikan's, and the next one's a little bit bigger than that, and the next one's a little bit bigger than that, until finally they settle down to a number which is higher.

Why didn't they discover the new number was higher right away ? It's a thing that scientists are ashamed of -this history- because it's apparent that people did things like this: When they got a number that was too high above Millikan's, they thought something must be wrond -and they would look for and find a reason why something might be wrong. When they got a number close to Millikan's value they didn't look so hard. And so they eliminated the numbers that were too far off, and did other things like that ...

Cette observation reste d'une pertinence redoutable dans le monde d'aujourd'hui !

https://en.wikipedia.org/wiki/Oil_drop_experiment