

ETAPPE 1

$v_0 = 10 \text{ m/s}$ $v_f = 8 \text{ m/s}$

d

$m \vec{g} = \begin{bmatrix} 0 \\ -mg \end{bmatrix}$

$\vec{F} = \begin{bmatrix} -\mu mg \\ 0 \end{bmatrix}$

$\vec{N} = \begin{bmatrix} 0 \\ mg \end{bmatrix}$

$\sum \vec{F} = m \vec{a}$

$-mg = a$

DYNAMIQUE

ON DECELERE !
L'ACCELERATION EST NEGATIVE

$a = -g$

CINEMATIQUE

ETAPPE 2

$x(0) = 0$
 $v(0) = v_0$

$x(t) = d$
 $v(t) = v_f$

$$x(t) = v_0 t - \frac{a t^2}{2} \quad (1)$$

$$v(t) = v_0 - a t \quad (2)$$

$$t = \frac{v_0 - v_f}{a}$$

EN INSERANT DANS (1)

$$d = v_0 \left(\frac{v_0 - v_f}{a} \right) - \frac{a}{2} \left(\frac{v_0 - v_f}{a} \right)^2$$

$$= \frac{1}{2a} \left[2v_0^2 - 2v_0 v_f - v_0^2 - v_f^2 + 2v_0 v_f \right]$$

$$a = \frac{v_0^2 - v_f^2}{2d}$$

VALEURS
NUMERIQUES

$$a = \frac{100 - 64}{2 \times 12} = \frac{36}{24} = 1,5 \text{ m/s}^2$$

$$t = 0,09 \times 1,5 = 0,135 \text{ s}$$

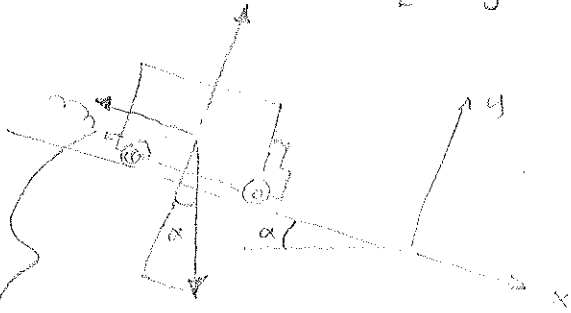
$$\mu = \frac{0,135}{0,09 \times 9,81} = 0,15 \quad \text{ASSEZ COHERENT}$$

ÇA NE SERT À RIEN
D'ETUDIER CETTE RETENTION !
IL VAUT MIEUX S'ENTRAÎNER
À LA DEDUIRE CHAQUE FOIS (SI, SI !)

$$\vec{a} = \begin{bmatrix} -1,5 \\ 0 \end{bmatrix}$$

DECELERATION

$$\vec{N} = \begin{bmatrix} 0 \\ mg \cos \alpha \end{bmatrix}$$



$$m\vec{g} = \begin{bmatrix} mg \sin \alpha \\ -mg \cos \alpha \end{bmatrix}$$

$$\vec{f} = \begin{bmatrix} -f \\ 0 \end{bmatrix}$$

EN DESCENTE

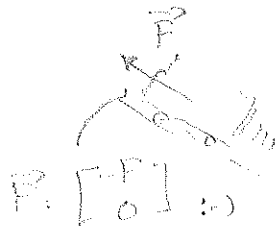
$$ma = -f + mg \sin \alpha$$

$$= 0 \quad \left\{ \begin{array}{l} f = mg \sin \alpha \end{array} \right.$$

EN MONTÉE

$$ma = -F + f + mg \sin \alpha$$

$$= mg \sin \alpha \quad (-)$$



$$F: \begin{bmatrix} -F \\ 0 \end{bmatrix} \quad (-)$$

LA FORCE
EST
NEGATIVE
POUR QUE
LE CANNON
RE MONTÉ

$$F = 2mg \sin \alpha$$

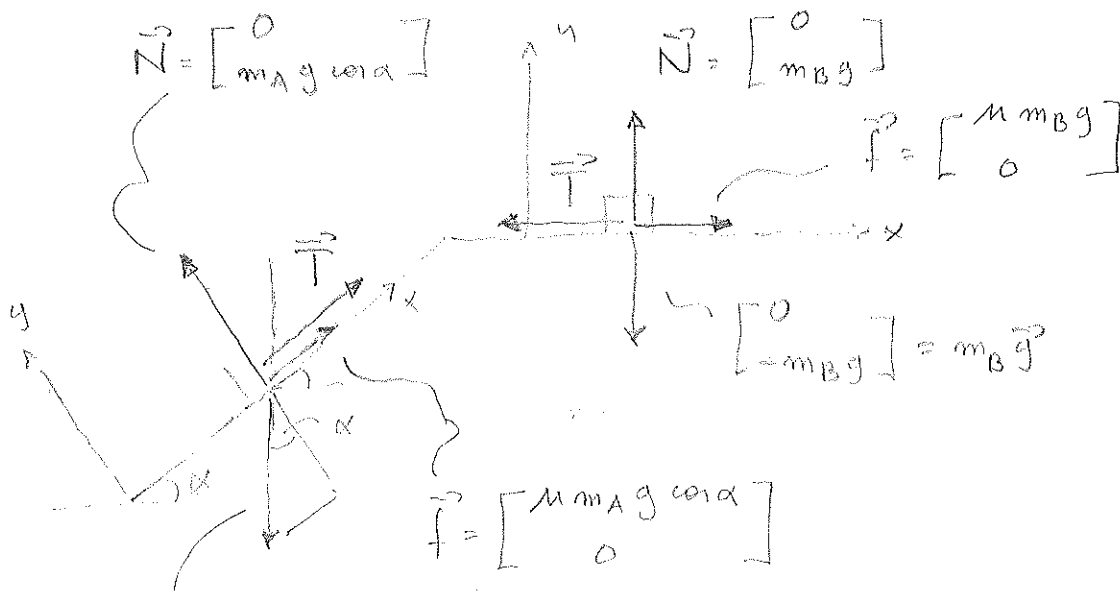
VALEUR
NUMERIQUE

$$F = 2 \times 3000 \times 9,81 \times \sin(50^\circ)$$

$$5130 \text{ [N]}$$

EQUILIBRE
VERTICAL : IMMEDIAT

EQUILIBRE
VERTICAL : IMMEDIAT



$$\begin{bmatrix} -m_A g \sin \alpha \\ -m_A g \cos \alpha \end{bmatrix}$$

$$\boxed{\sum \vec{F} = 0} \quad \text{VITESSE CONSTATÉE}$$

CORPS A

$$\boxed{\sum \vec{F} = 0} \quad \text{VITESSE CONSTATÉE}$$

CORPS B

$$-T + \mu m_B g = 0$$

$$T - m_A g \sin \alpha + \mu m_A g \cos \alpha = 0$$

$$\mu g (m_B + m_A \cos \alpha) = m_A g \sin \alpha$$

$$\mu = \frac{m_A \sin \alpha}{(m_B + m_A \cos \alpha)}$$

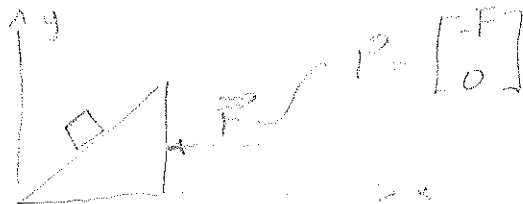
VALEURS
NUMÉRIQUES

$$\left. \begin{array}{l} \sin(30^\circ) = 1/2 \\ \cos(30^\circ) = \sqrt{3}/2 \end{array} \right\} \text{À CONNAÎTRE}$$

$$T = \mu m_B g$$

$$\mu = \frac{1/2}{(2/5 + \sqrt{3}/2)} = \frac{1}{(4/5 + \sqrt{3})} = 0,395$$

$$T = 0,395 \times 9,81 \times 2 = 7,75 \text{ [N]}$$

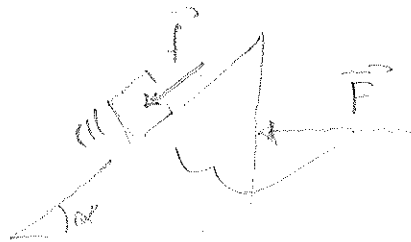


$$a = \frac{F}{(M+m)} \quad \vec{a} = \begin{bmatrix} -a \\ 0 \end{bmatrix}$$

$\vec{F}$ EST MAXIMAL

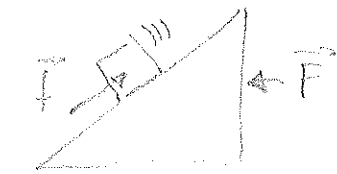
LE BLOC DU DESSUS VOUDRAIT MONTER !

$$\vec{N} = \begin{bmatrix} -N \sin \alpha \\ N \cos \alpha \end{bmatrix}$$



$$\begin{bmatrix} \pm M_S N \cos \alpha \\ \pm M_S N \sin \alpha \end{bmatrix} = \vec{f}$$

INCONNU !



$\vec{F}$ MINIMAL
LE BLOC VOUDRAIT
DESCENDRE

$$\sum \vec{F} = m \vec{a}$$

BLOC DU DESSUS !

$$\begin{cases} -ma = M_S N \cos \alpha - N \sin \alpha \\ 0 = -mg + M_S N \sin \alpha + N \cos \alpha \end{cases}$$

EN
ISOLANT

ET

$$N = \frac{mg}{(\cos \alpha + M_S \sin \alpha)}$$

DANS L'EQUATION HORIZONTALE ...

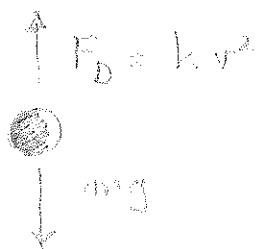
$$-m \frac{F}{(M+m)} = mg \frac{(M_S \cos \alpha - \sin \alpha)}{(\cos \alpha + M_S \sin \alpha)}$$

CONCLUSION

$$3,9 \leq F \leq 71,0 \text{ [N]}$$

$$F = (M+m) \frac{(\sin \alpha - M_S \cos \alpha)}{(\cos \alpha + M_S \sin \alpha)} g = 3,9 \text{ [N]}$$

$$F = (M+m) \frac{(\sin \alpha + M_S \cos \alpha)}{(\cos \alpha - M_S \sin \alpha)} g = 71,0 \text{ [N]}$$

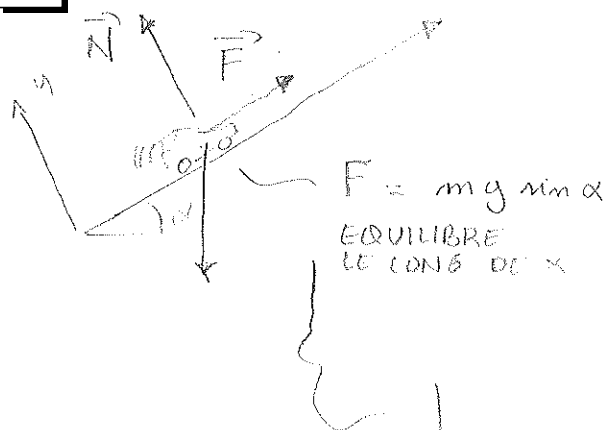


$$\begin{cases} ma = mg - kv^2 \\ \Rightarrow 0 \end{cases} \quad v_L = \sqrt{\frac{mg}{k}}$$

LORSQUE $v = v_L/2$

$$F = k \left(\frac{v_L}{2} \right)^2$$

$$= k \frac{mg}{4k} = \frac{mg}{4} = 99 \text{ [N]}$$



$$F = mg \sin \alpha$$

EQUILIBRE
LE COS DE α

OBSERVONS
QU'ON PEUT
OUBLIER LE
FROTTEMENT CAR
IL EST IDENTIQUE DANS
LES DEUX CAS (x)
Si ! Si !

$$F = mg \sin \alpha$$

(x) DANS LA MONTE

$$F = mg \sin \alpha + f$$

SUR
ROUTE HORIZONTALE

$$ma = F - f$$

$$\downarrow \quad \uparrow$$

$$mg \sin \alpha + f - f$$

$$a = g \sin \alpha$$

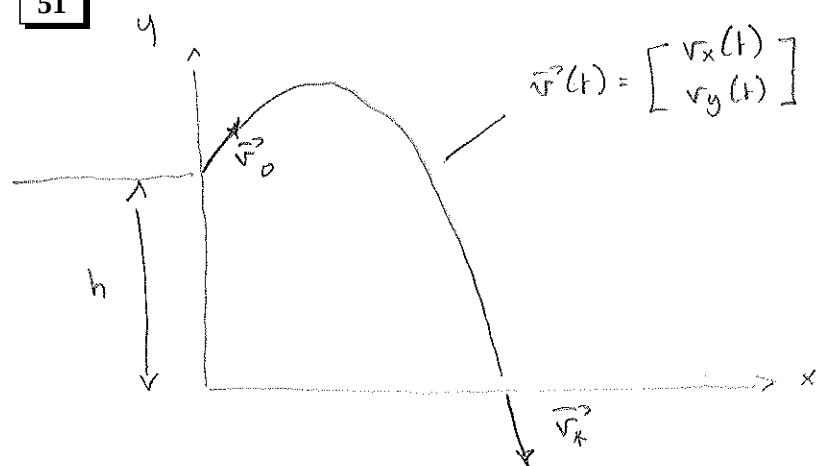
ACCELERATION
SUR ROUTE
HORIZONTALE

$$a = g \sin \alpha = 1,7 \text{ [m/s}^2\text{]}$$

9,81

$\alpha = 10^\circ$
PAR EXEMPLE

AVEC LE FROTTEMENT !



QUESTION

A QUELLE VITESSE $\sqrt{v}$
LA BALLE
TOUCHE LE SOL ?

CINEMATIQUE

MRUA :-)

$$\frac{d}{dt} (m \vec{v}) = \sum \vec{F}$$

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} m v_x(t) \\ m v_y(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ -mg \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} v_x(t) \\ v_y(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} v_{x0} \\ v_{y0} - gt \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} x(t) \\ y(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} v_{x0} t \\ h + v_{y0} t - g t^2 / 2 \end{bmatrix}$$

VITESSE INITIALE $\vec{v}(0) = \begin{bmatrix} v_{x0} \\ v_{y0} \end{bmatrix}$

POSITION INITIALE $\vec{x}(0) = \begin{bmatrix} 0 \\ h \end{bmatrix}$

QUAND EST-CE
QUE LA BALLE TOUCHE LE SOL ?

$$\underbrace{y(t^*)}_{=0} = h + v_{y0} t^* - g \frac{t^{*2}}{2}$$

ET

$$\underbrace{v_y(t^*)}_{v_{y*}} = v_{y0} - g t^*$$

$$t^* = \frac{v_{y0} - v_{y*}}{g}$$

$$0 = h + \underbrace{v_{y0} \left(\frac{v_{y0} - v_{y*}}{g} \right)}_{t^*} - \frac{g}{2} \underbrace{\left(\frac{v_{y0} - v_{y*}}{g} \right)^2}_{(t^*)^2}$$

$$0 = h + \frac{1}{g} v_{y0} (v_{y0} - v_{yx}) - \frac{g}{2} \frac{1}{g^2} (v_{y0} - v_{yx})^2$$

EN MULTIPLIANT TOUT PAR $2g$!

$$0 = 2hg + 2v_{y0}^2 - 2\cancel{v_{y0}v_{yx}} - v_{y0}^2 - v_{yx}^2 + 2\cancel{v_{y0}v_{yx}}$$

$$v_{yx}^2 = v_{y0}^2 + 2hg$$

ON
CONCLUT
FINALEMENT

$$v_x = \sqrt{\underbrace{v_{x0}^2}_{\substack{v_{x0}^2 \\ \text{MRU :-)}}} + \underbrace{v_{yx}^2}_{v_{y0}^2 + 2hg}}$$

$$v_x = \sqrt{v_0^2 + 2gh}$$

BILAN
ENERGIE

CONFIGURATION
INITIALE

EN $t=0$

$$\text{ENERGIE CINETIQUE} = \frac{1}{2} m v_0^2$$

CONFIGURATION
FINALE

EN $t=L^*$

$$\text{ENERGIE CINETIQUE} = \frac{1}{2} m v_x^2$$

IL Y A
UNE
UNIQUE
FORCE
CONSTANTE

$$\vec{F} = m\vec{g} !$$

$$\Delta \left[\frac{1}{2} m v^2 \right] = \underbrace{\vec{F}}_{\begin{bmatrix} 0 \\ -mg \end{bmatrix}} \cdot \underbrace{\Delta \vec{x}}_{\begin{bmatrix} 0 \\ -h \end{bmatrix}}$$

L'ALGEBRE
EST
BEAUCOUP
PLUS
SIMPLE !

$$\frac{1}{2} m v_x^2 - \frac{1}{2} m v_0^2 = mgh$$

$$v_x^2 = v_0^2 + 2gh \quad :-)$$

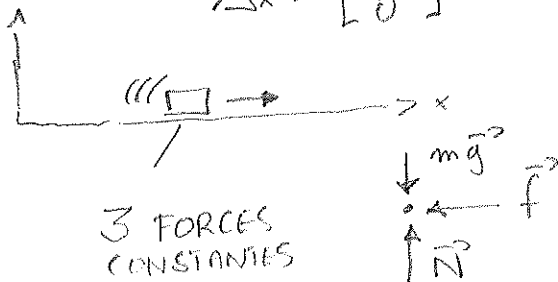
BILAN
D'ENERGIECONFIGURATION
INITIALEEN $t=0$

$$\text{ENERGIE CINETIQUE} = \frac{1}{2} m v^2$$

CONFIGURATION
FINALE

$$\text{ENERGIE CINETIQUE} = 0$$

$$\Delta \vec{x} = \begin{bmatrix} d \\ 0 \end{bmatrix}$$

3 FORCES
CONSTANTESIL N'Y A DU TRAVAIL
QUE POUR LE FROTTEMENT !

$$W = -d \mu m g$$

$$\begin{bmatrix} -\mu m g \\ 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} d \\ 0 \end{bmatrix}$$

FORCE DEPLACEMENT

LE
TRAVAIL
A UN
SIGNE !LE TRAVAIL
DE LA FORCE
DE GRAVITE EST NUL !

$$\begin{bmatrix} 0 \\ -m g \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} d \\ 0 \end{bmatrix} = 0 !$$

IDEM
POUR LA
REACTION !

$$\Delta \left(\frac{1}{2} m v^2 \right) = \int \vec{F} \cdot d\vec{x}$$

$$0 - \frac{1}{2} m v^2$$

$$-d \mu m g$$

$$\frac{1}{2} m v^2 = d \mu m g$$

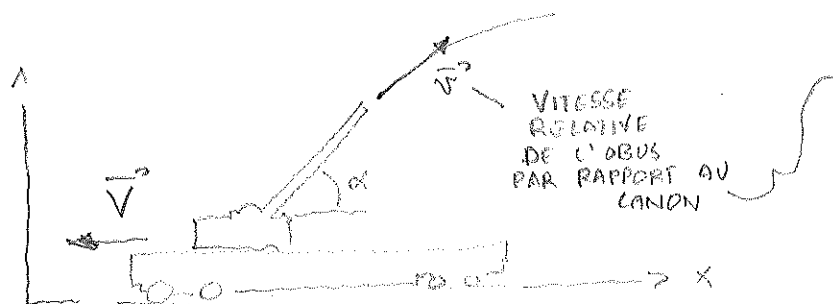
$$d = \frac{v^2}{2 \mu g}$$

$[m^2/s^2]$
CHECK
DIMENSIONS !
 $[m/s^2]$

VALEURS
NUMERIQUES

$$d = \frac{4 \times 4}{2 \times 0,6 \times 9,81}$$

1,36 m



LA VITESSE ABSOLUE REELLE EST DONC $\vec{V} + \vec{v}$!!
POUR UN REPERE INERTIEL

CONFIGURATION AVANT

QUANTITE DE MOUVEMENT HORIZONTAL = 0

CONFIGURATION APRES LE TIR

QUANTITE DE MOUVEMENT HORIZONTAL = $m(v \cos \alpha - V) - MV$

PAS DE FORCES HORIZONTALES

ON SUPPOSE QUE LE WAGON ROULE SANS AUCUN FROTTEMENT SUR LES RAILS

$$\Delta(m v_x) = 0 !$$

$$m(v \cos \alpha - V) - MV = 0$$

$$V = \frac{m v \cos \alpha}{(M + m)}$$

$$\tan \theta = \frac{v_y}{v_x}$$

$$= \frac{v \sin \alpha}{v \cos \alpha - V}$$

$$= \frac{v \sin \alpha}{v \cos \alpha \left(1 - \frac{m}{M+m}\right)}$$

$$\tan \theta = \frac{(M+m)}{M} \tan \alpha$$

ON OBSERVE BIEN QUE $\theta \neq \alpha$!

JUSTE
APRÈS LE CHOC

ENERGIE
CINETIQUE

$$\frac{1}{2} (m_1 + m_2) v_c^2$$

À
L'ARRÊT

ENERGIE
CINETIQUE

0 !

BILAN
D'ENERGIE

TRAVAIL
DU FROTTEMENT

$$W = -\mu_c (m_1 + m_2) g d$$

$$\frac{1}{2} v_c^2 = \mu_c g d$$

$$v_c = \sqrt{\frac{2 \mu_c g d}{0,6}}$$

$$= 6,86 \text{ m/s}$$

DIMENSION
CHECK

$$\sqrt{\left[\frac{\text{m}}{\text{s}^2}\right] [\text{m}]} \text{ OK :-)}$$

BILAN
DE QUANTITE
DE MOUVEMENT
HORIZONTALE

AVANT
LE CHOC

QUANTITE
DE MVT $m_1 v_1$

APRÈS
LE CHOC

QUANTITE
DE MVT $(m_1 + m_2) v_c$

$$v_1 = \frac{(m_1 + m_2) v_c}{m_1}$$

VALEURS
NUMERIQUES

$$v_c = \frac{2500}{1500} \cdot 6,86$$

$$11,43 \text{ m/s}$$

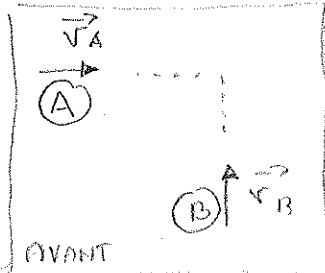
AVANT
LE CHOC

QUANTITE DE MVT

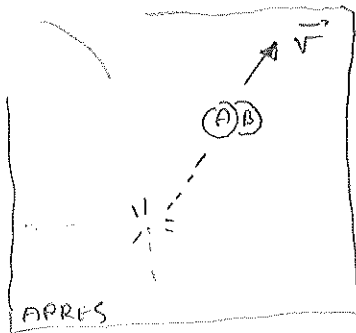
$$m_A \begin{bmatrix} v_A \\ 0 \end{bmatrix} + m_B \begin{bmatrix} 0 \\ v_B \end{bmatrix}$$

APRES
LE CHOC

$$(m_A + m_B) \begin{bmatrix} v_x \\ v_y \end{bmatrix} = (m_A + m_B) \vec{v}$$



BOUM



$$\begin{cases} m_A v_A = (m_A + m_B) v_x \\ m_B v_B = (m_A + m_B) v_y \end{cases}$$

$$\vec{v} = \begin{bmatrix} \frac{90}{200} & 8 \\ \frac{110}{200} & 7,5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3,6 \\ 4,13 \end{bmatrix}$$

PERTE
ENERGIE
CINETIQUE

$$= \left[\frac{1}{2} m_A v_A^2 + \frac{1}{2} m_B v_B^2 \right] - \left[\frac{1}{2} (m_A + m_B) (v_x^2 + v_y^2) \right]$$

5974 J

3003 J

2971 J

$$220 \text{ [Km/h]}$$

$$\left\{ \rightarrow \left[220 \frac{1000}{3600} \text{ [m/s]} = 61,1 \text{ [m/s]} \right. \right.$$

A SAVOIR FAIRE !

AVANT

QUANTITE
DE MOUVEMENT = 0

APRES

QUANTITE
DE MOUVEMENT = $m v$

$$0,046 \quad 61,1$$

$$\Delta [m v] = F \Delta t$$

IMPULSION

$$F = \frac{m v}{\Delta t}$$

46 10^{-3} 61,1
5 10^{-4}

$$F = 5620 \text{ N}$$

AVANT

ENERGIE
CINETIQUE = $\frac{1}{2} m v^2$

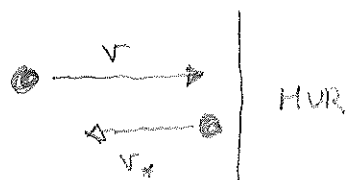
APRES

0,81 $\frac{1}{2} m v^2$ = ENERGIE

$$\frac{1}{2} m v_x^2$$

$$v_x^2 = 0,81 v^2$$

$$v_x = 0,9 v$$



$$\Delta [m v] = F \Delta t$$

IMPULSION

$$\text{IMPULSION} = 1,9 m v$$

$$60 \cdot 10^{-3} \quad 30$$

$$= 3,42 \text{ [kg m/s]}$$

ATTENTION
LA VITESSE
CHANGE D'ORIENTATION !

$$m \begin{bmatrix} -0,9 v \\ 0 \end{bmatrix} - m \begin{bmatrix} v \\ 0 \end{bmatrix}$$

APRES! AVANT!