



Résumé des épisodes précédents :-)

Episode 1 : Décrire le mouvement

Episode 2 : La mécanique du point : les forces et les puissances

Episode 3 : La mécanique des solides : les moments

Episode 4 : Poulies, Voitures, vélos, planètes, toupies, motos



Menu du jour : le truc vraiment non-intuitif de la physique...

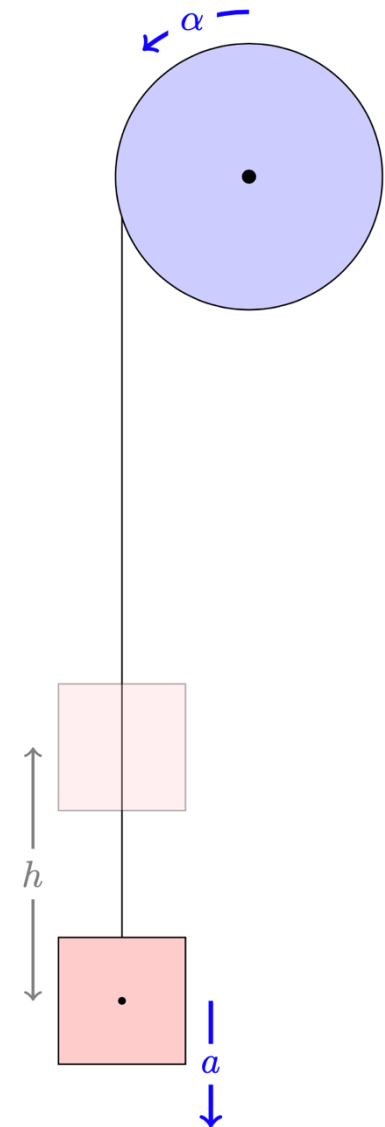


- Un petit exercice de poulie pour s'échauffer !
- A quelle vitesse une voiture fait un tonneau !
Il faut du **frottement** pour tourner
Dérapage et tonneau : bardaf l'embardée !
- Petit précis pour rouler en vélo !
Roulement sans glissement d'une roue !
- Le truc vraiment **le plus non intuitif** de la physique
Pourquoi la toupie ne tombe pas ?

On lâche un bloc attaché à une poulie

*Quelle est la vitesse angulaire de la poulie après 3 secondes ?
Vitesse du bloc lorsqu'il est descendu de 1.6 mètre ?*

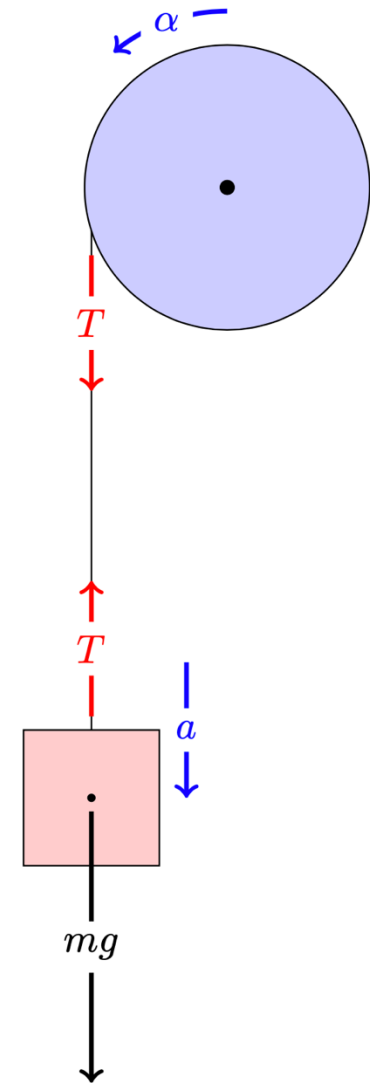
$$\begin{aligned}\frac{d}{dt}(m \vec{v}) &= \sum \vec{F}_i \\ \frac{d}{dt}\left(\frac{1}{2}m v^2 + \frac{1}{2}I \omega^2\right) &= \sum \vec{F}_i \cdot \vec{v}_i \\ \frac{d}{dt}(I \omega) &= \sum M_i\end{aligned}$$



La solution avec la dynamique

$$\begin{aligned}\frac{d}{dt}(m \vec{v}) &= \sum \vec{F}_i \\ \frac{d}{dt}\left(\frac{1}{2}m v^2 + \frac{1}{2}I \omega^2\right) &= \sum \vec{F}_i \cdot \vec{v}_i \\ \frac{d}{dt}(I \omega) &= \sum M_i\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\frac{d}{dt}(m \vec{v}) &= \sum \vec{F}_i \\ \frac{d}{dt}(I \omega) &= \sum M_i\end{aligned}$$



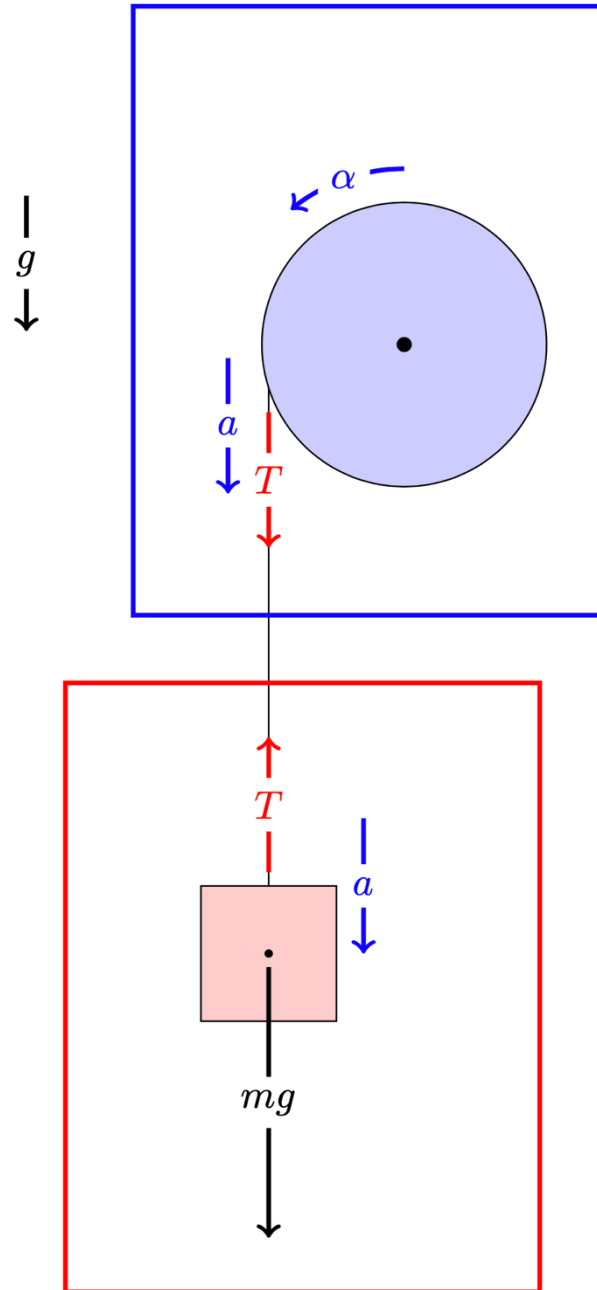
Approche classique avec des forces et des moments

On utilise le bilan de quantité de mouvement et le bilan de moment cinétique

Deux corps distincts

Le fil ne glisse pas sur la poulie !
C'est une hypothèse clé !

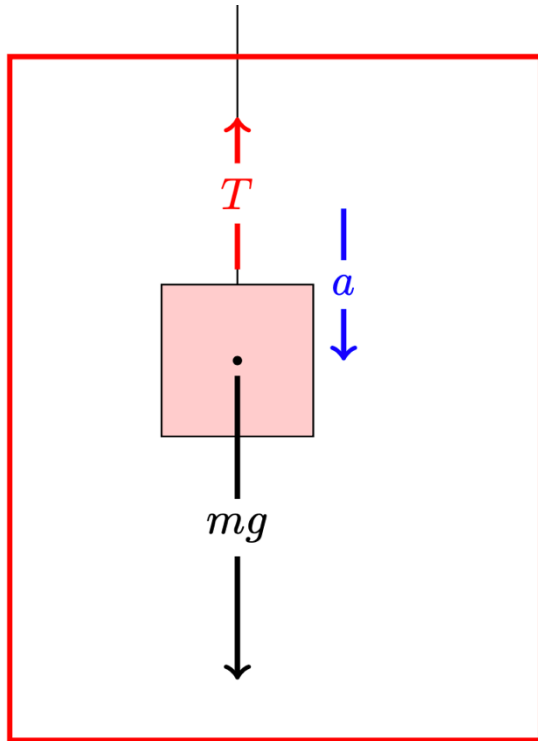
Le bloc
qui tombe !



La poulie
qui tourne !

Handwritten free-body diagram of the pulley. A vertical rectangle represents the pulley. A red arrow labeled $T_{up} = T$ points upwards from the top, and a red arrow labeled $T_{down} = T$ points downwards from the bottom. A blue arrow labeled α points downwards to the left of the rectangle. Below this, the equation $m\alpha = T_{down} - T_{up}$ is written. Under $m\alpha$, there is a red squiggly line with a 0 above it, and a red arrow pointing to $\neq 0$. Under T_{down} , there is a blue squiggly line with a 0 below it. Under T_{up} , there is a blue squiggly line with a 0 below it.

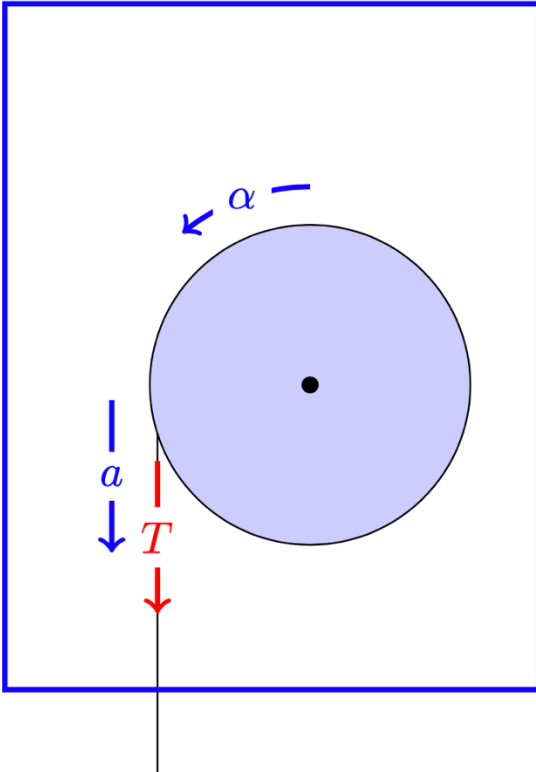
Le bloc qui tombe !



$$mg - T = ma$$

$$\downarrow$$
$$T = m(g - a)$$

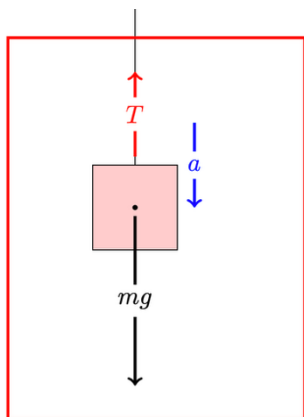
La poulie qui tourne !



$$TR = \frac{MR^2}{2} \alpha = \frac{MR^2}{2} \frac{a}{R}$$
$$\downarrow$$
$$T = \frac{Ma}{2}$$

*On considère ici un cylindre plein
de masse M et de rayon R*

Deux équations
Deux inconnues



$$mg - T = ma$$

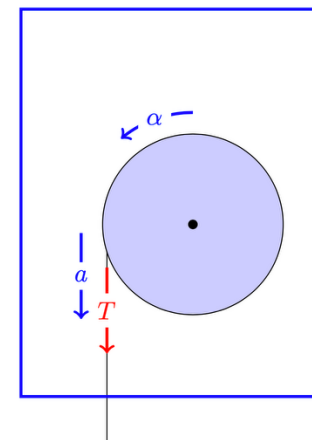
$$\downarrow$$

$$T = m(g - a)$$

$$TR = \frac{MR^2}{2} \alpha = \frac{MR^2}{2} \frac{a}{R}$$

$$\downarrow$$

$$T = \frac{Ma}{2}$$



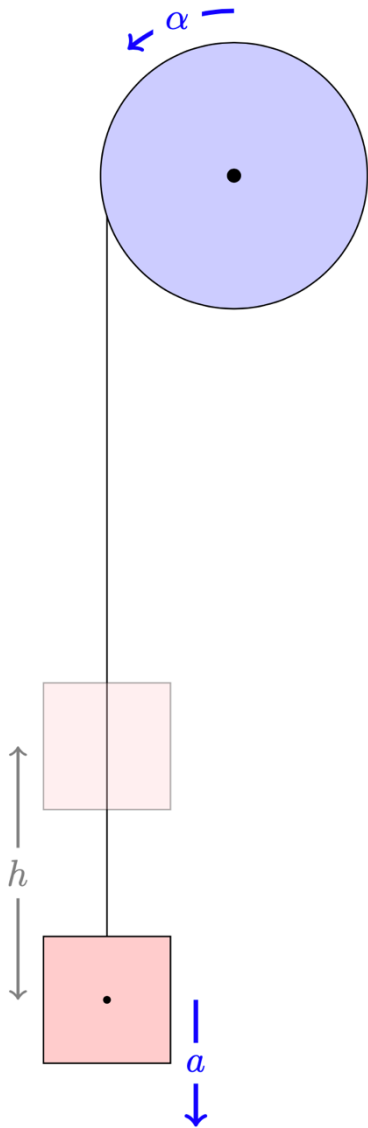
$$m(g - a) = \frac{Ma}{2}$$

$$2mg - 2ma = Ma$$

$$2mg = (M + 2m)a$$

$$\downarrow$$

$$a = \frac{2mg}{(M + 2m)}$$



Bloc qui tombe !
Calcul de la vitesse

$$h = \frac{at^2}{2}$$



$$t = \sqrt{\frac{2h}{a}}$$

$$v = at = a \sqrt{\frac{2h}{a}} = \sqrt{\frac{2ha^2}{a}} = \sqrt{2ha}$$



Comme on a obtenu $a = \frac{2mg}{(M + 2m)}$

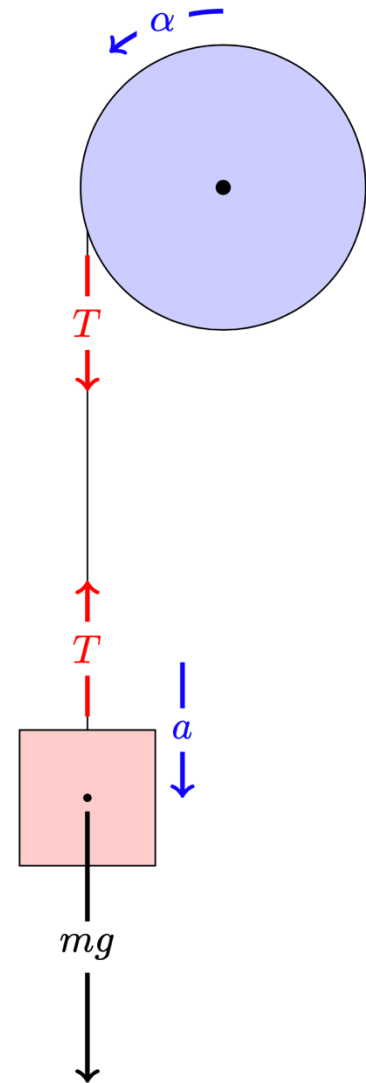
$$v = \sqrt{\frac{4mgh}{(M + 2m)}}$$

L'énergie...

So easy !

$$\begin{aligned}\frac{d}{dt}(m \vec{v}) &= \sum \vec{F}_i \\ \frac{d}{dt}\left(\frac{1}{2}m v^2 + \frac{1}{2}I \omega^2\right) &= \sum \vec{F}_i \cdot \vec{v}_i \\ \frac{d}{dt}(I \omega) &= \sum M_i\end{aligned}$$

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{1}{2}m v^2 + \frac{1}{2}I \omega^2\right) = \sum \vec{F}_i \cdot \vec{v}_i$$



Approche en termes d'énergie cinétique

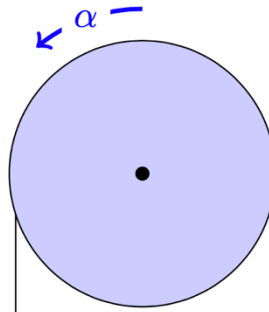
Ce sera nettement plus rapide !

Et on obtiendra évidemment la même solution !

Avant :-)

$$K = 0$$

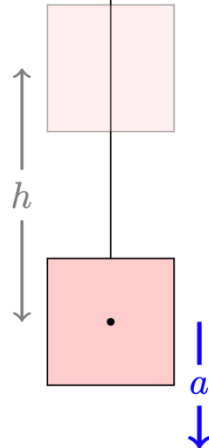
$$U = mgh$$



$$K = \frac{mv^2}{2} + \frac{I\omega^2}{2}$$

$$U = 0$$

Après :-)



So easy !

L'approche énergétique !

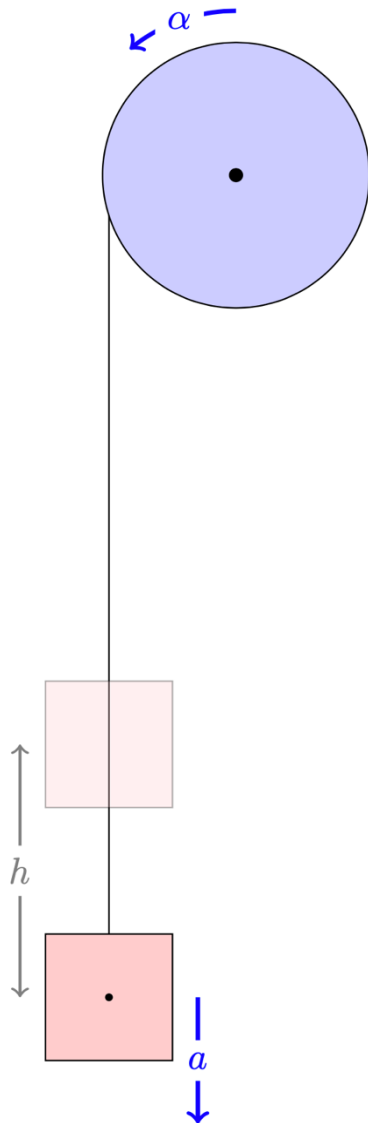
Oui, oui : on a la même réponse !

$$mgh = \frac{mv^2}{2} + \frac{I\omega^2}{2}$$

$$mgh = \frac{mv^2}{2} + \frac{MR^2}{2} \frac{v^2}{R^2}$$

$$4mgh = 2mv^2 + Mv^2$$

$$v = \sqrt{\frac{4mgh}{(M + 2m)}}$$



- Un même problème peut être résolu de deux manières :

Dynamique : isoler les deux corps et écrire les bilans de **quantité de mouvement** et de **moment cinétique** pour chaque corps

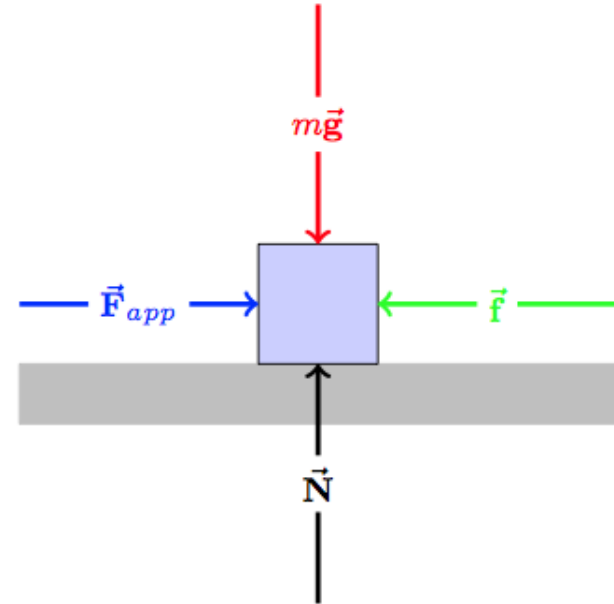
Energie : considérer le système complet et écrire directement le **bilan d'énergie** du système.

- Il faut choisir l'outil en fonction de la question posée !
La dynamique permet d'obtenir forces et accélérations
L'énergie permet d'obtenir plus directement les vitesses.

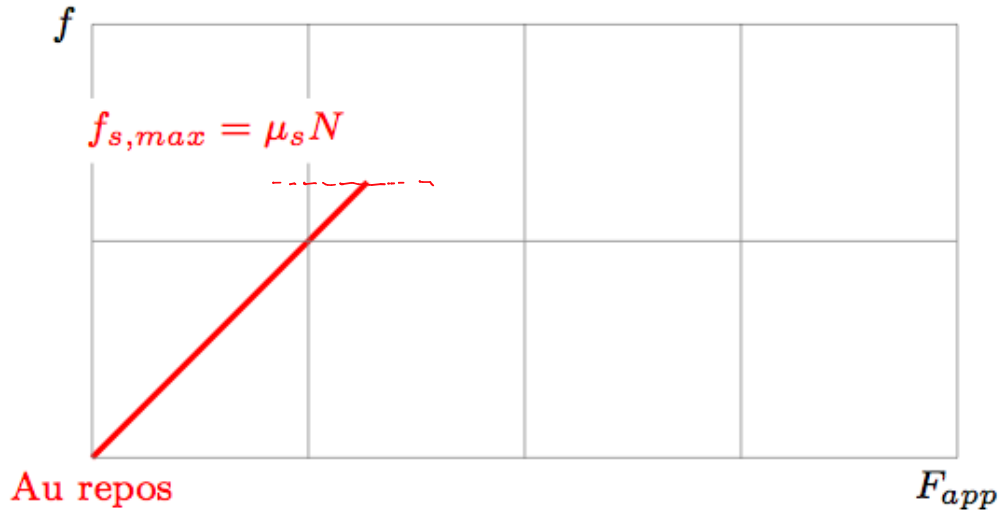
Ne pas
oublier !



$$m \vec{a}(t) = \sum \vec{F}(t)$$



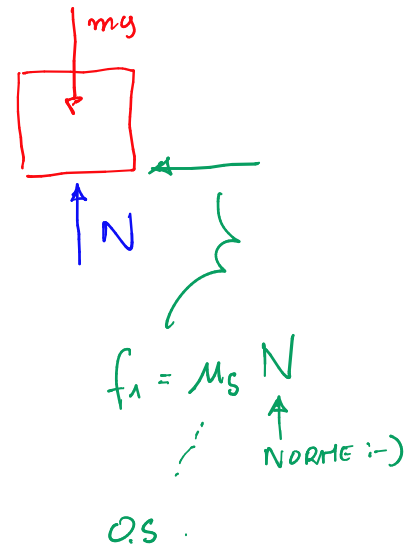
Quelles sont toutes les forces
qui agissent sur le bloc ?

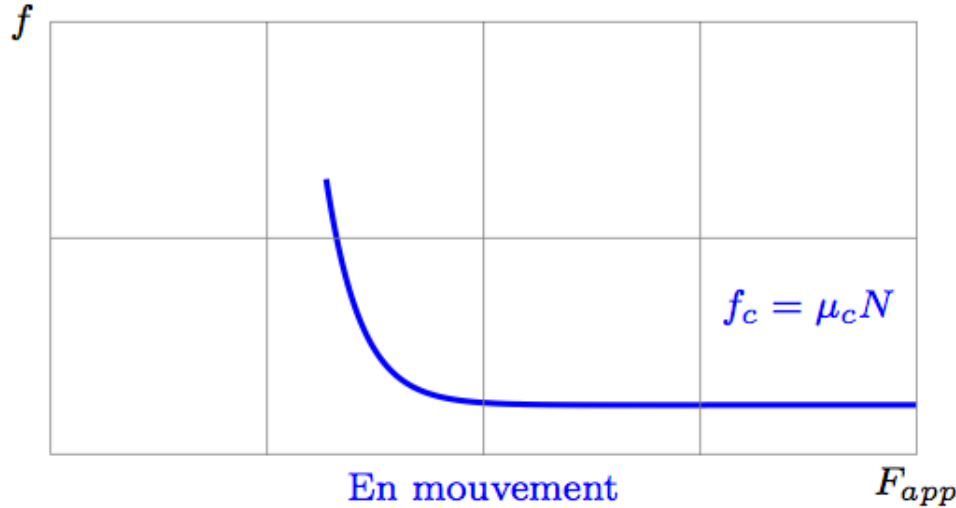


D'abord,
rien ne bouge !

C'est le **frottement statique** !

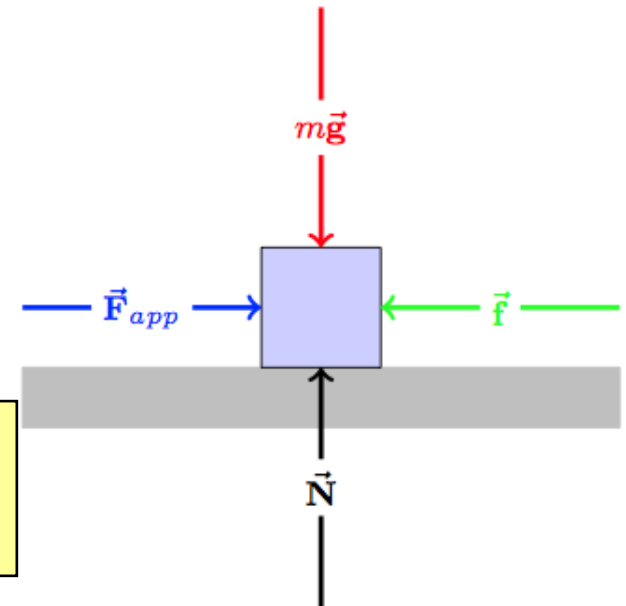
Une force de frottement statique ajuste automatiquement sa valeur pour compenser la force appliquée, jusqu'à un module de valeur maximale $f_{s,max}$ proportionnel au module de la force normale.





Et puis, le bloc
commence à glisser

C'est le **frottement cinétique** !
Le module de la force cinétique tend vers une valeur f_c proportionnelle au module de la force normale.

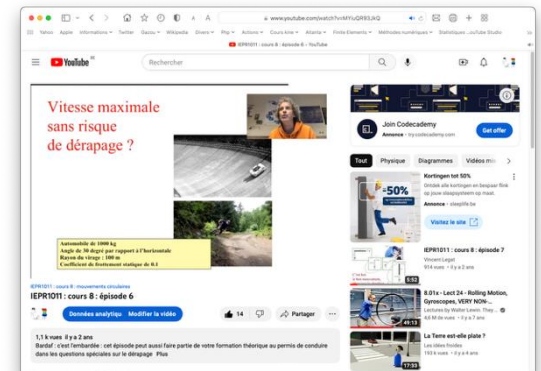
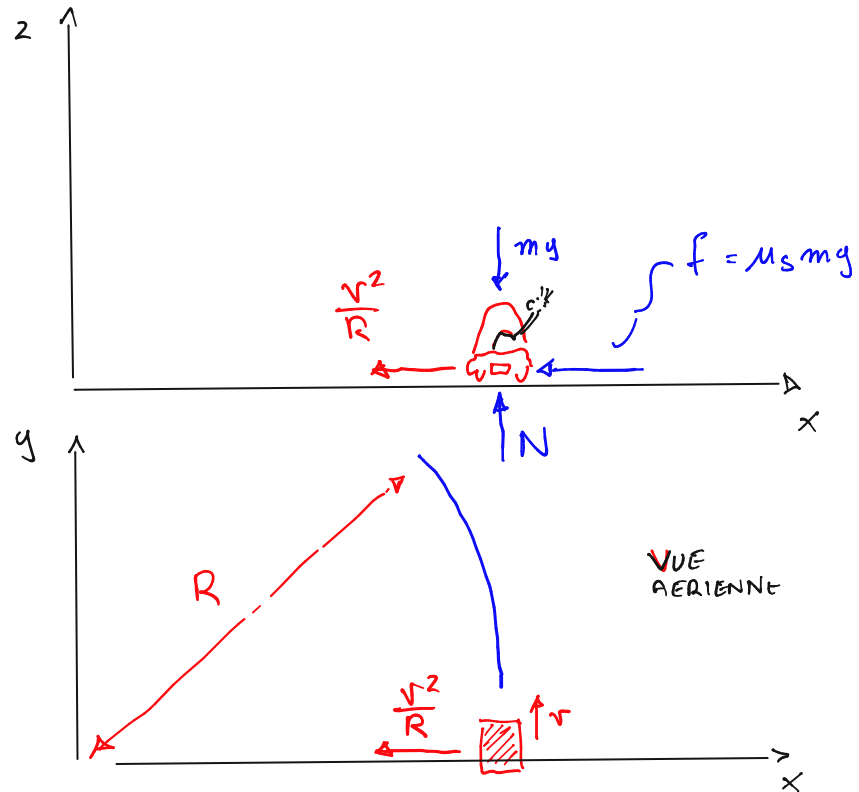


Est-ce que
la voiture va déraper ?

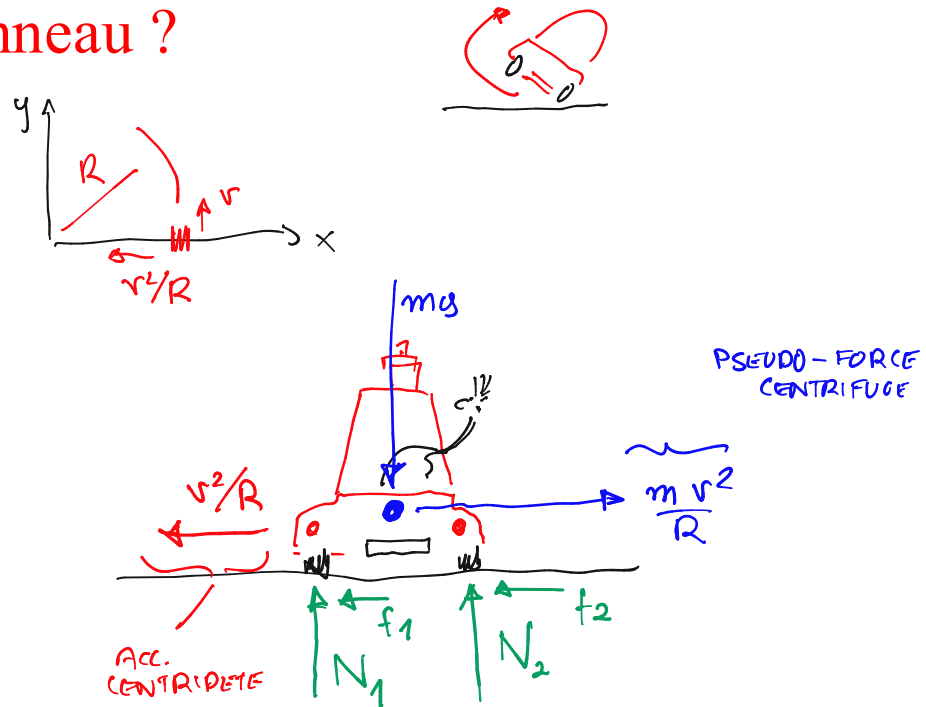


$$\underbrace{m \frac{v^2}{R}}_{\text{ACCEL. CENTRIPETE}} = \underbrace{\mu_s mg}_{0.47}$$

$$v = \sqrt{\mu_s g R}$$



A quelle vitesse
la voiture fera-t-elle un tonneau ?



$$N_1 + N_2 = mg$$

$$f_1 + f_2 = \frac{m v^2}{R}$$

$$\sum F_x = 0$$

$$\sum F_y = 0$$

$$\sum M_z = 0$$

Equilibre statique

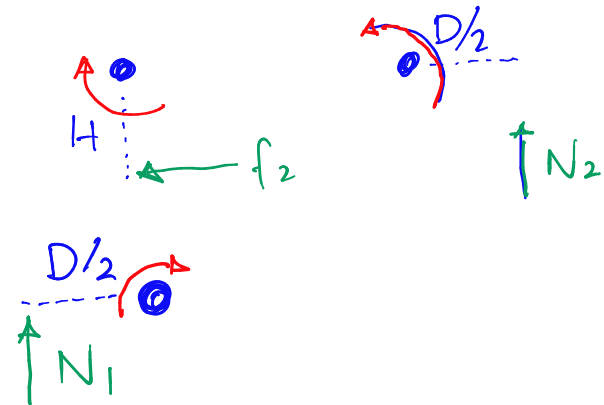
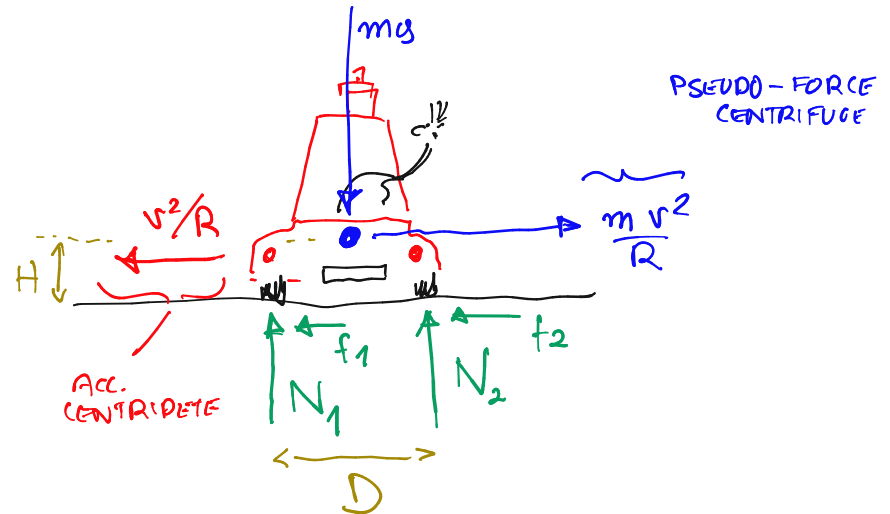
$$0 = \sum \vec{F}_i$$

$$0 = \sum M_i$$

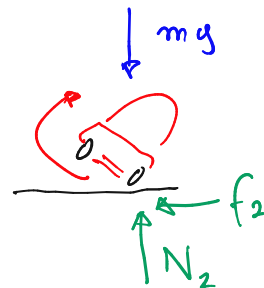
$$N_1 + N_2 = mg$$

$$f_1 + f_2 = \frac{m v^2}{R}$$

$$\underbrace{f_2 H + f_1 H}_{H(f_1 + f_2)} - \frac{D}{2} N_2 + \frac{D}{2} N_1 = 0$$



Trois équations !
Trois inconnues !



$$\cancel{N_1} + N_2 = mg$$

$$\cancel{f_1} + f_2 = \frac{m v^2}{R}$$

$$f_2 = \frac{m v^2}{R}$$

$$H \frac{m v^2}{R} = \frac{D}{2} m g$$

$$\underbrace{f_2 H + f_1 H}_{H(f_1 + f_2)} - \frac{D}{2} N_2 + \frac{D}{2} \cancel{N_1} = 0$$

Trois équations !
Trois inconnues !

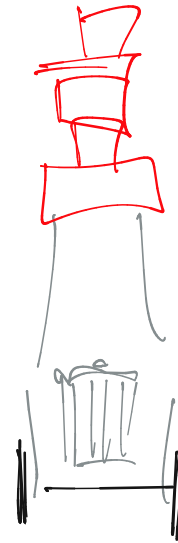
$$H \cancel{\frac{m v^2}{R}} = \frac{D}{2} \cancel{m g}$$

$$v = \sqrt{\frac{g D R}{2 l t}} \quad \left\{ \begin{array}{l} [m/s^2] \quad [m] \quad [m] \\ [m] \end{array} \right\} \sqrt{[m^2/s^2]} = [m/s]$$

Calcul de la vitesse critique !

C'est indépendant du coefficient de frottement !

Mais il ne peut être atteint que si l'adhérence est suffisante !



Concevoir une voiture
qui ne fera pas trop vite un tonneau !



- Augmenter l'adhérence diminue **le risque de dérapage**, mais peut augmenter **le risque de tonneau** !
- Une route glissante favorise le dérapage.
- Une forte adhérence empêche le dérapage mais permet aux efforts latéraux de devenir assez grands pour provoquer un tonneau.
- Le seuil de basculement ne dépend pas explicitement du coefficient de frottement statique, mais il ne peut être atteint que si l'adhérence est suffisante.

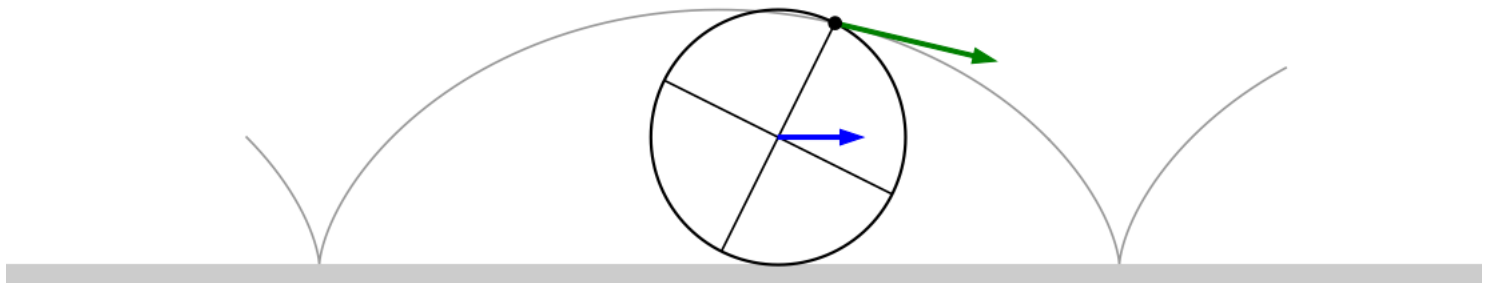
Ne pas
oublier !



Faisons un peu de vélo...



**Comme la roue ne glisse pas, le point bas est très brièvement en contact avec la route.
Ce point est au repos et la roue tourne autour de ce point.**



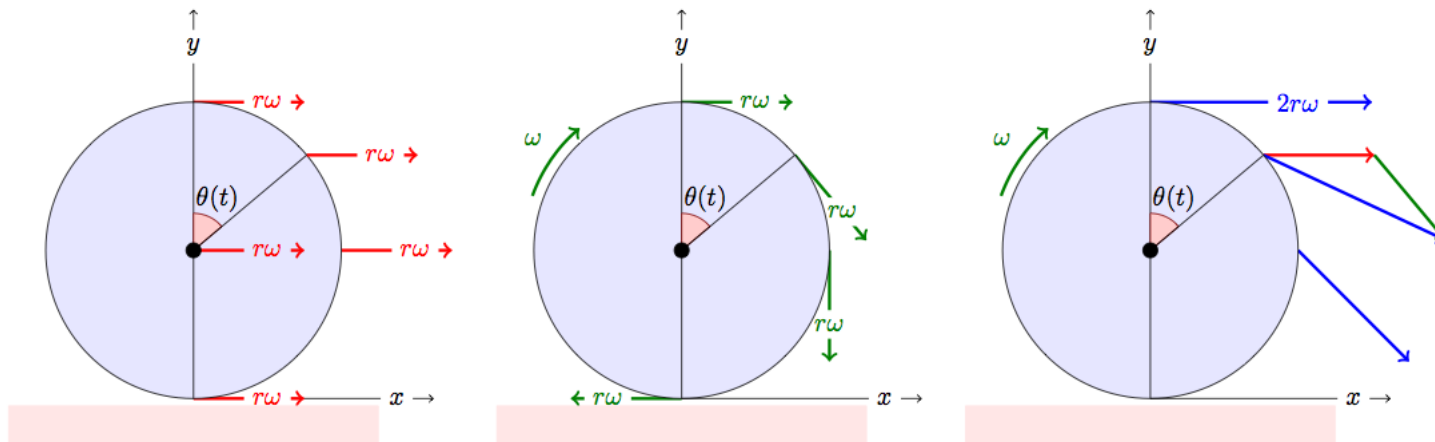
Le roulement : c'est combiner une translation et une rotation !



Rotation autour
du centre

$$\vec{v}(t) = \underbrace{\vec{v}_c}_{\text{Translation du centre}} + \underbrace{\vec{v}_t(t)}_{\text{Rotation autour du centre}}$$

Le roulement, c'est
une translation du centre avec
une rotation autour du centre

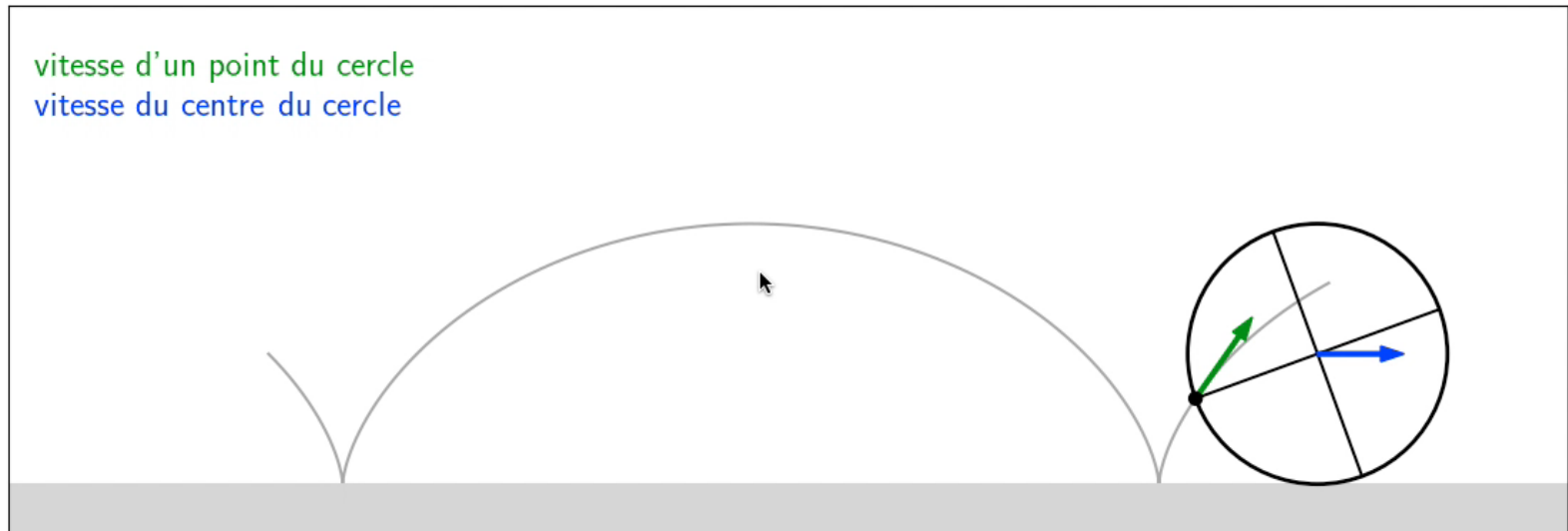


$$\vec{v}(t) = \vec{v}_c + \vec{v}_t(t)$$

Translation
du centre

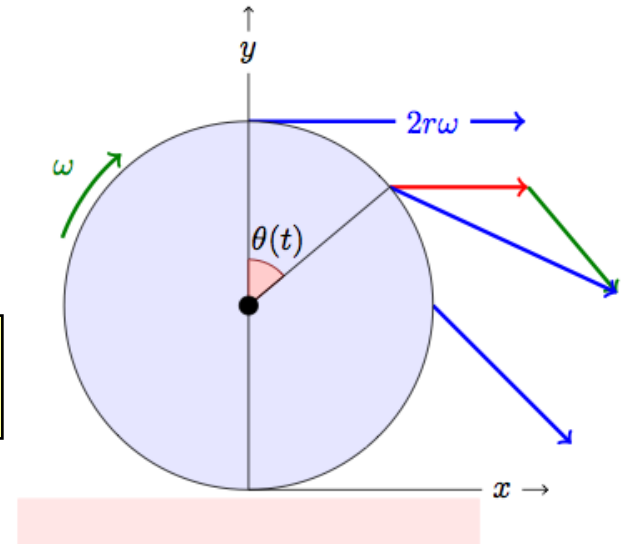
Rotation autour
du centre

La trajectoire d'un point particulier de la roue est une courbe bien compliquée...



Le roulement, c'est
 une translation du centre avec
 une rotation autour du centre

Le mouvement circulaire est dans le sens **horlogique**.
 La roue avance vers la droite.



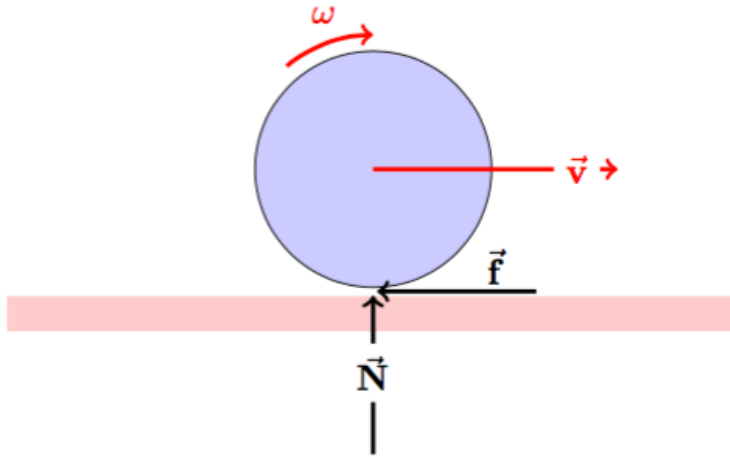
$$\vec{v}(t) = \begin{bmatrix} v_c(t) \\ 0 \end{bmatrix} + r\omega(t) \begin{bmatrix} \cos(\theta(t)) \\ -\sin(\theta(t)) \end{bmatrix}$$

$$\vec{a}(t) = \begin{bmatrix} a_c(t) \\ 0 \end{bmatrix} + r\omega^2(t) \begin{bmatrix} -\sin(\theta(t)) \\ -\cos(\theta(t)) \end{bmatrix} + r\alpha(t) \begin{bmatrix} \cos(\theta(t)) \\ -\sin(\theta(t)) \end{bmatrix}$$

Condition de roulement sans glissement

$$v = \omega r$$

$$a = \alpha r$$



$$v = \omega r$$

$$v' = \omega' r$$

$$\alpha = \alpha r$$

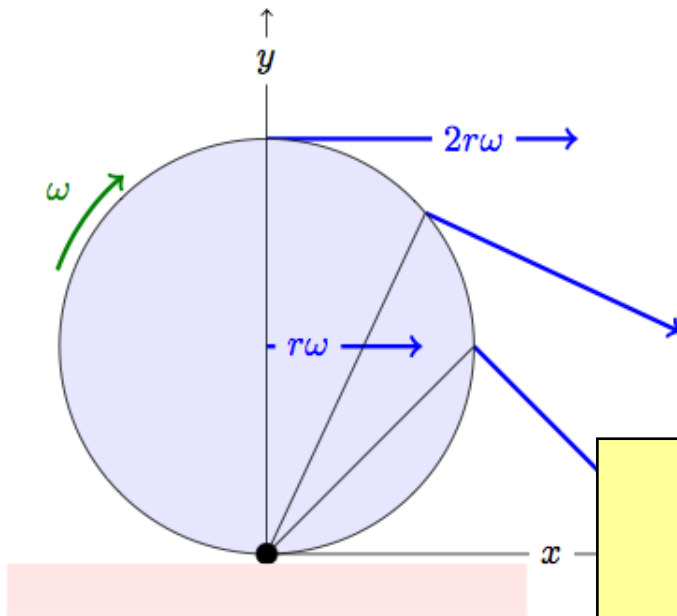
C'est l'inverse du glissement sans roulement ou dérapage incontrôlé !

Roulement
sans glissement
d'une roue !



La roue tourne autour du point de contact

En un tour de roue, le centre avance d'une distance $2\pi R$

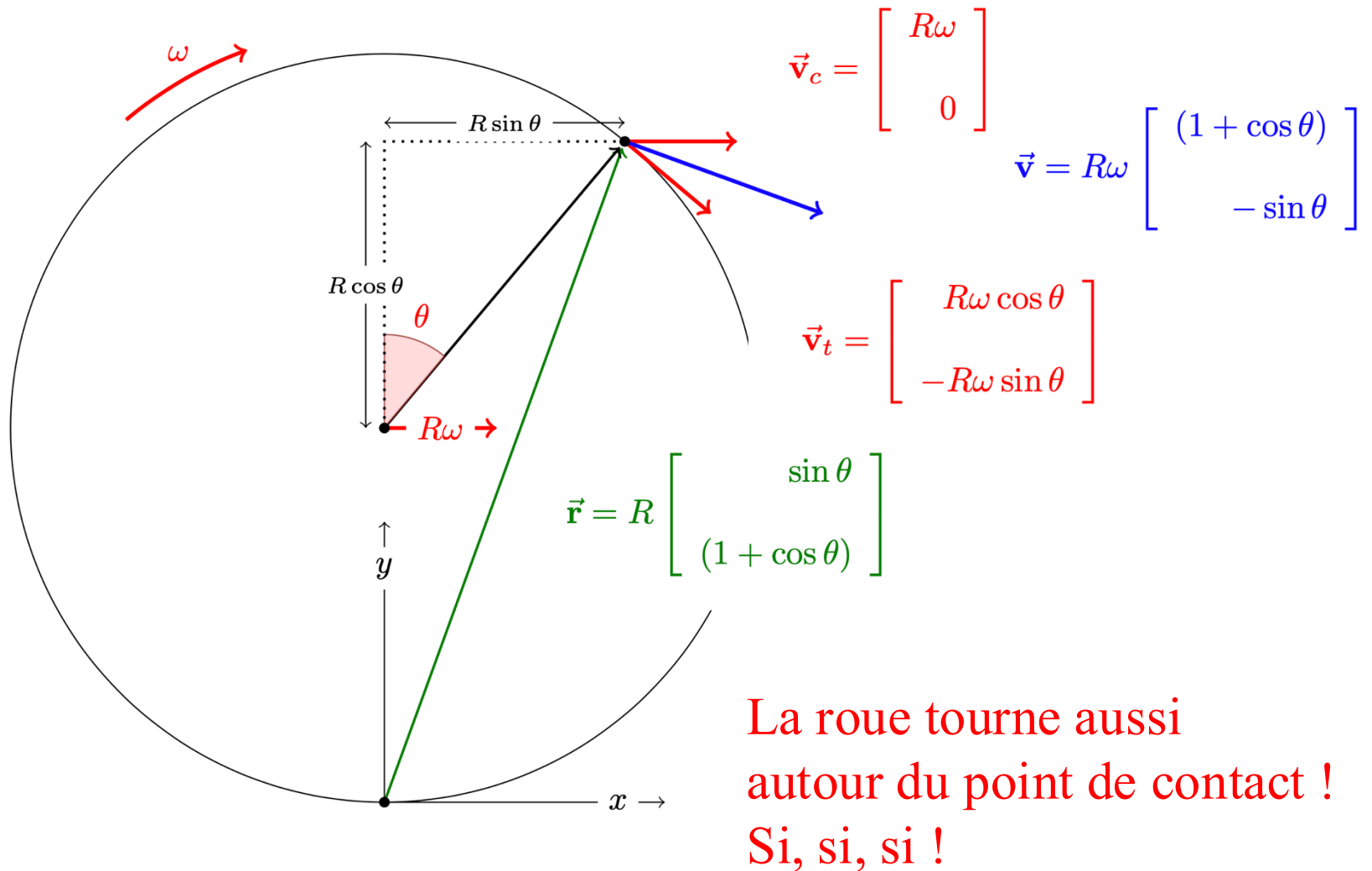


La norme de la vitesse du centre est égale à la norme de la vitesse tangentielle de rotation !

En dérivant cette condition de vitesses, on obtient une relation semblable pour les accélérations !

Condition de roulement sans glissement

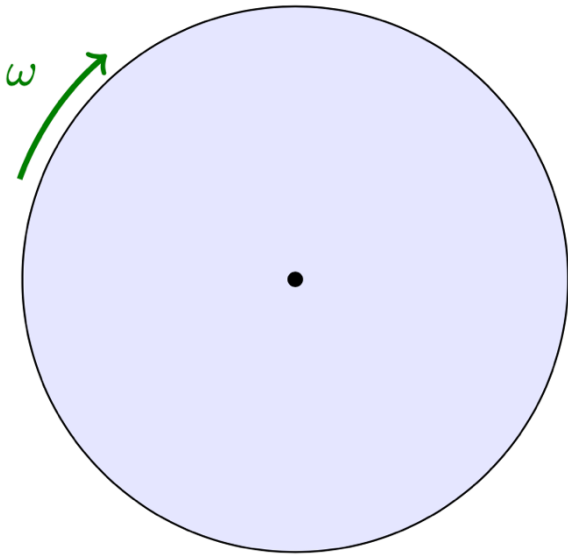
$$\begin{aligned} v &= \omega r \\ a &= \alpha r \end{aligned}$$



$$\vec{v} \cdot \vec{r} = v_x r_x + v_y r_y = R^2 \omega (1 + \cos \theta) \sin \theta - R^2 \omega \sin \theta (1 + \cos \theta) = 0$$

Une roue en rotation !

On va la déposer sur le sol...



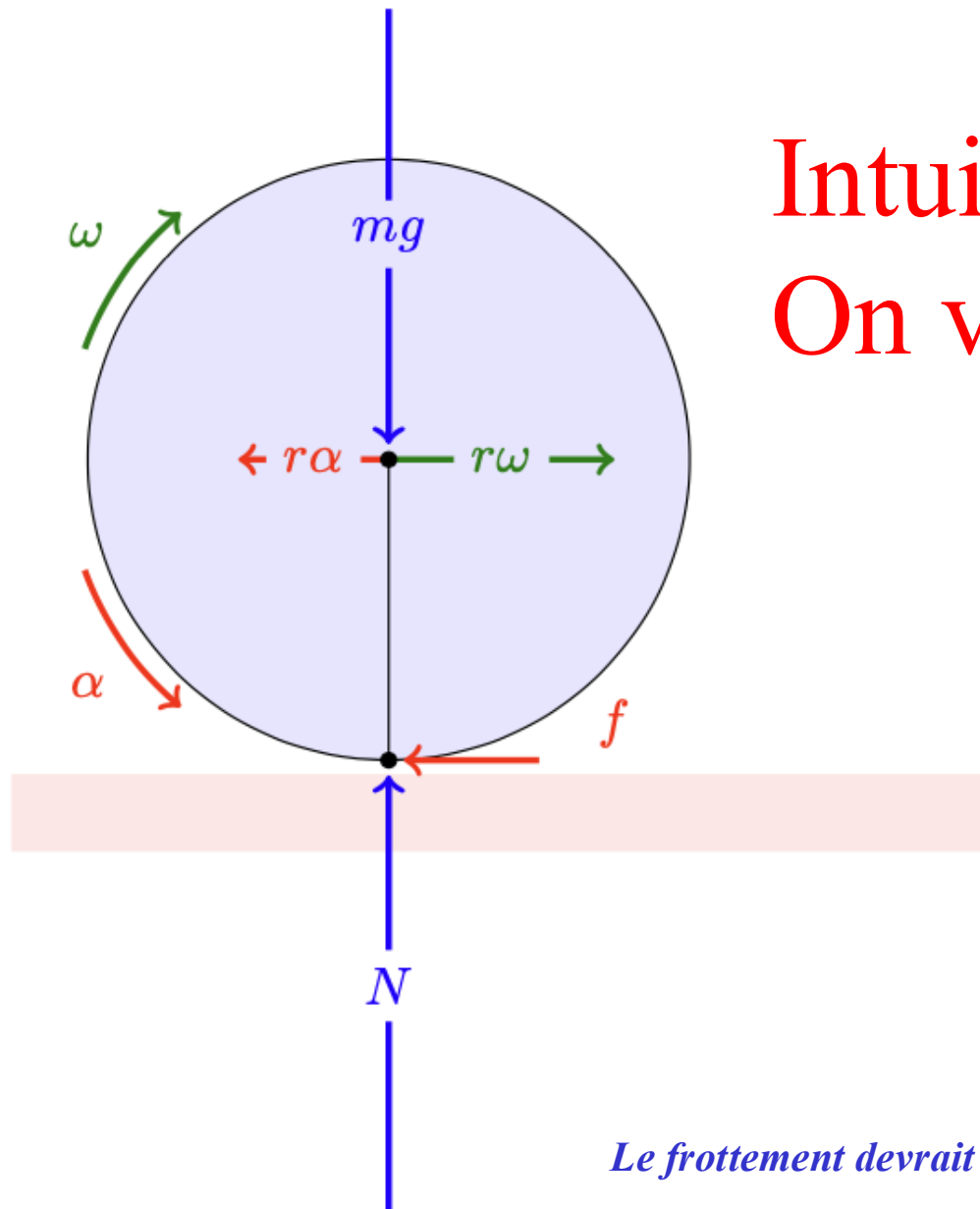
Intuitivement, on imagine bien la situation !

Tout d'abord, la roue va rouler sur le sol et se déplacer vers la droite dès qu'elle touchera le sol !

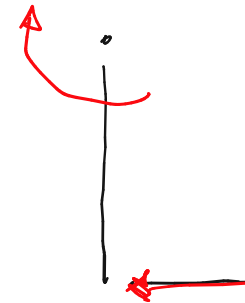
Ensuite, le frottement au point de contact devrait ralentir son mouvement !

...et pourtant !





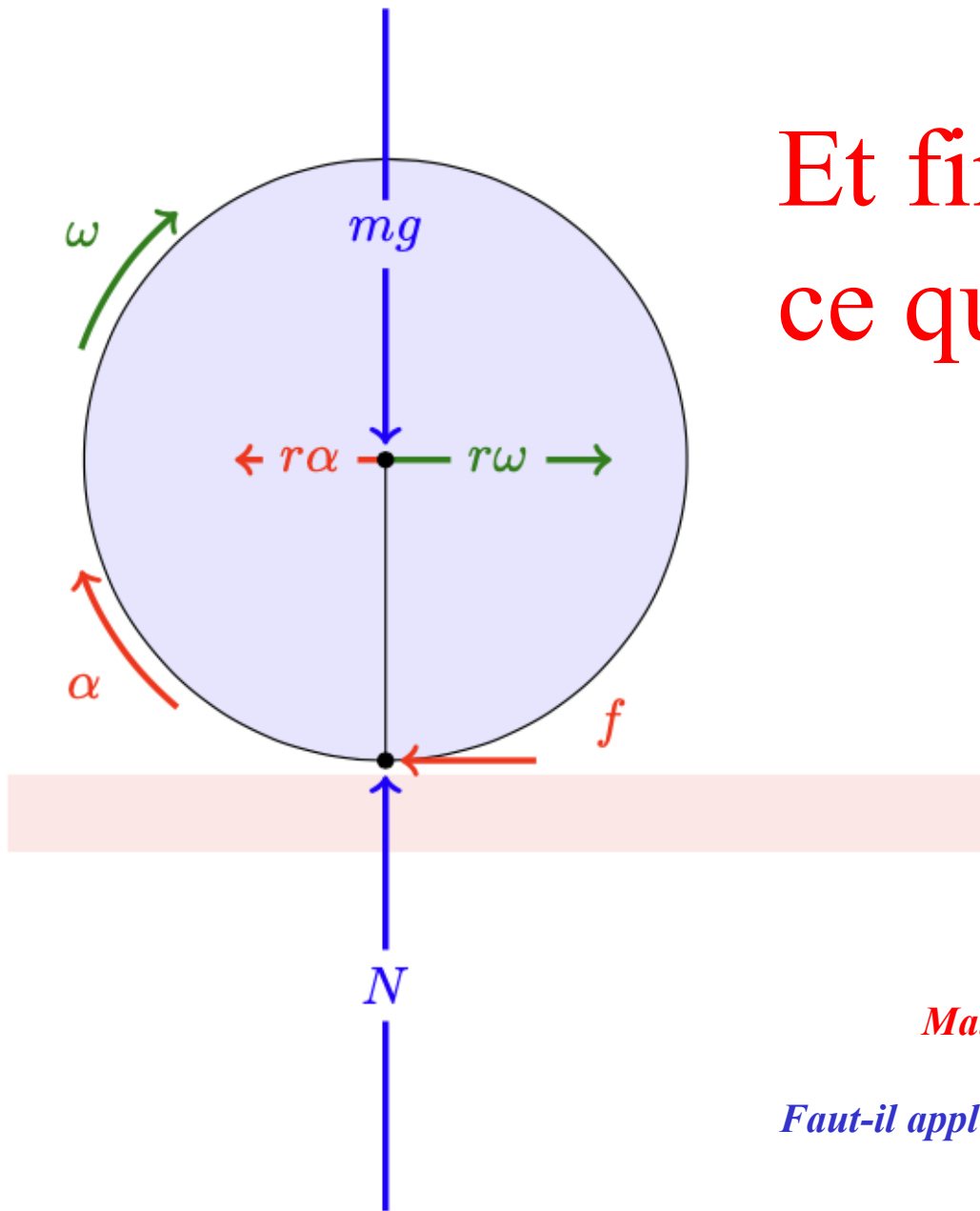
Intuitivement...
On voudrait ceci !



Ralentir la progression de la roue !
Ralentir sa vitesse de rotation !

Le frottement devrait être le moyen qui ralentit notre roue !

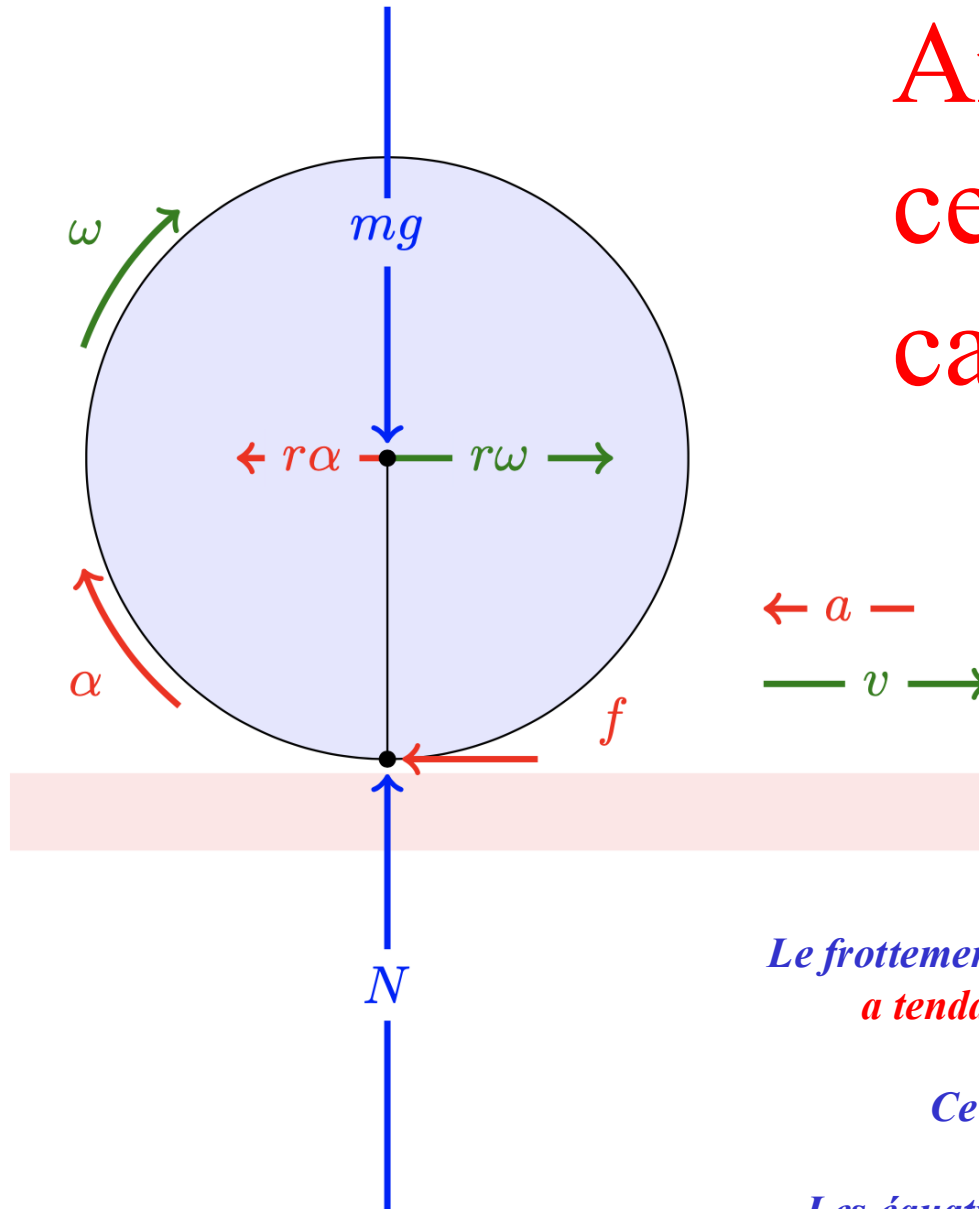
Et finalement,
ce qu'on obtient !



*On ralentit la progression de la roue !
Mais on augmente sa vitesse de rotation !*

*Faut-il appliquer le frottement dans l'autre sens ?
Mais cela n'apporte rien de plus !*

Analysons ce problème calmement !



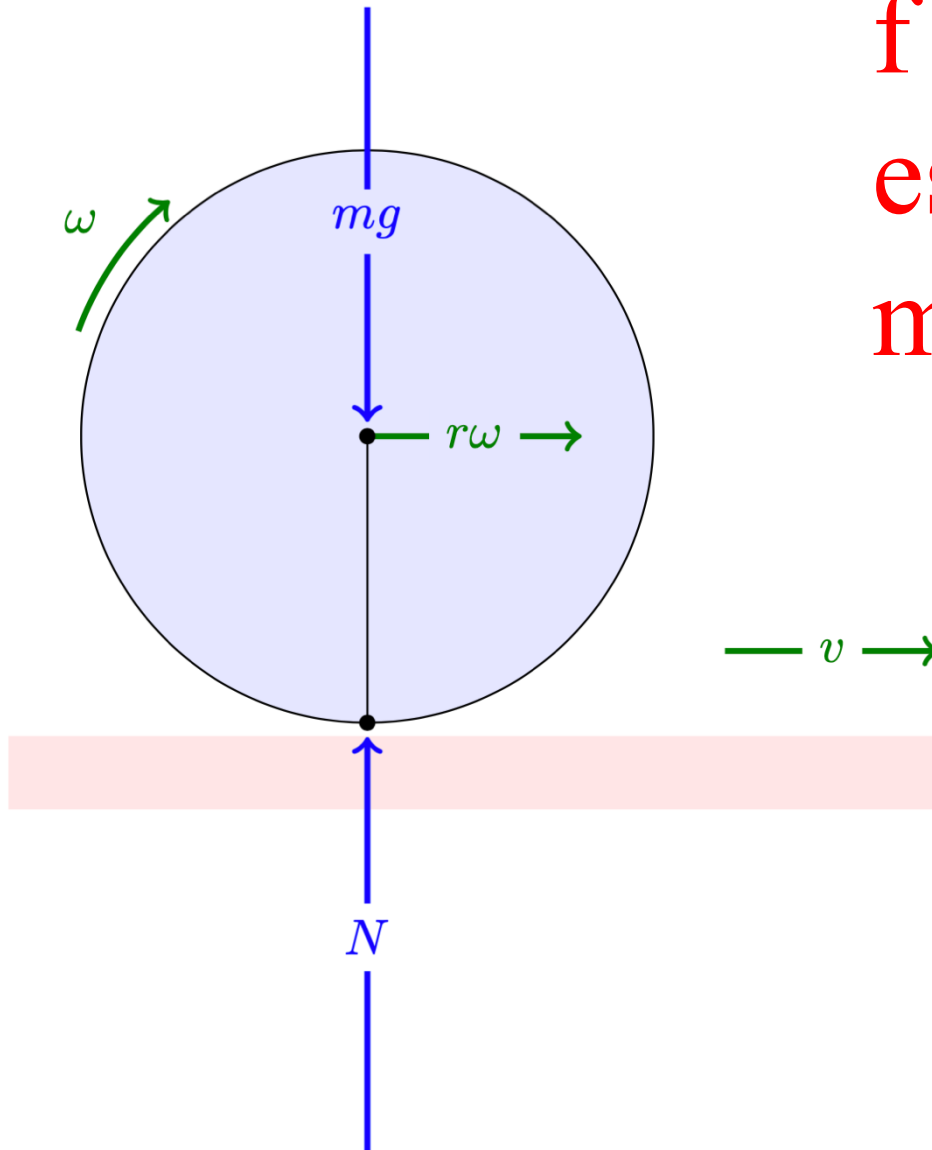
$$\begin{cases} a = r\alpha \\ ma = f \\ I\alpha = -rf \end{cases}$$

*Le frottement ralentit la progression de la roue mais
a tendance à augmenter sa vitesse de rotation !*

Ce modèle semble sérieusement déficient !

*Les équations sont écrites par rapport aux normes
des vecteurs tels que dessinés sur la figure !*

$f = 0$
est la solution
mathématique !

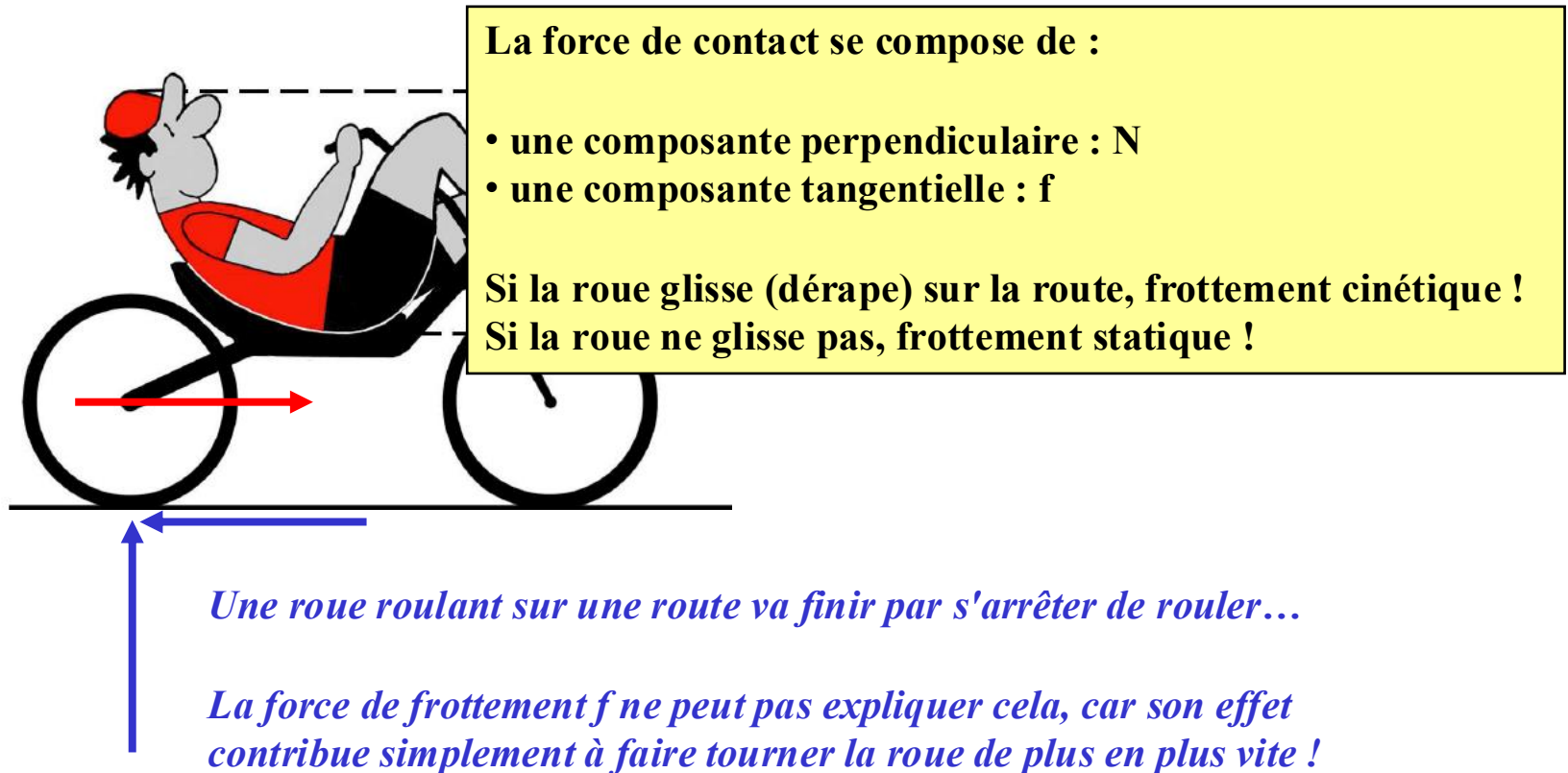


$$\begin{cases} a = r\alpha \\ ma = 0 \\ I\alpha = 0 \end{cases}$$

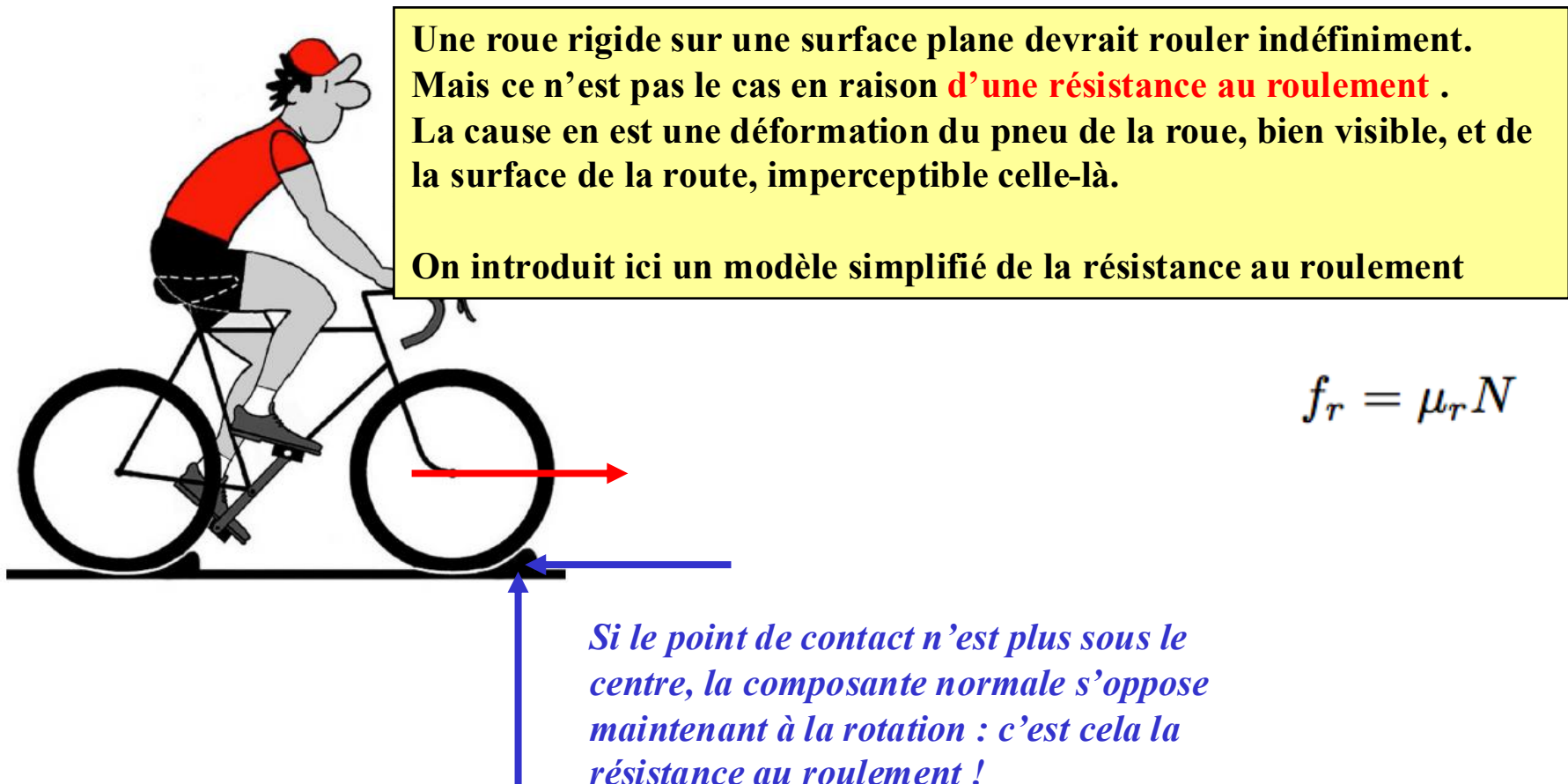
La roue ne s'arrêtera jamais de rouler !

Ce n'est pas possible cela ?

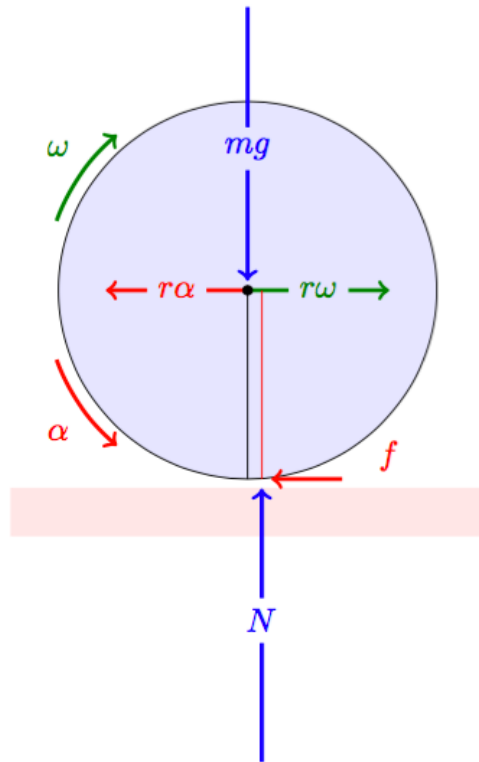
Est-ce que le frottement roue-sol devrait ralentir notre cycliste ?



En réalité, on est freiné par la résistance au roulement !



C'est la résistance
au roulement qui ralentit
une roue roulant sans glisser !

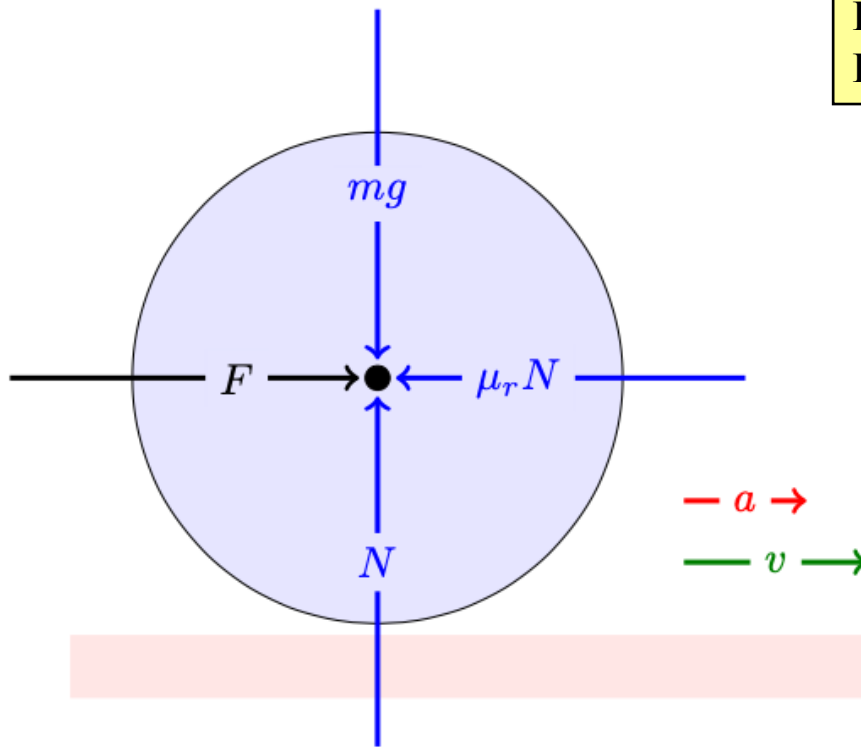


$$\begin{cases} a = r \alpha \\ ma = f \\ I\alpha = \epsilon N - r f \end{cases}$$

Mais les surfaces ne sont pas parfaitement rigides et vont subir une déformation !

L'effet combiné de f et de N correspond à la résistance au roulement et aux pertes d'énergie dues à la déformation de la roue.

Modèle de la mécanique du point pour une roue qui roule sans glisser



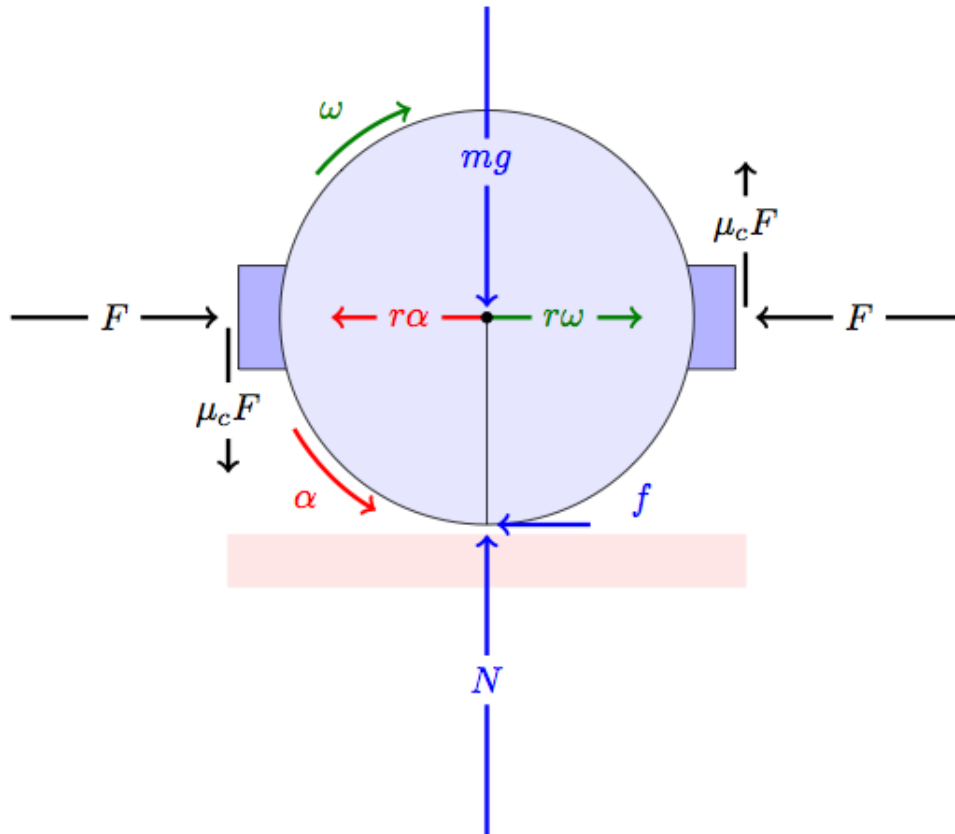
La force du moteur F fait avancer la voiture !
La résistance au roulement la ralentit !

$$ma = F - \mu_r mg$$

*En pratique, c'est surtout
la force de traînée
proportionnelle au carré de la vitesse
qui ralentit une voiture sur l'autoroute.*

*Oui, oui, oui : diminuer sa vitesse permet
vraiment d'économiser beaucoup de carburant !*

Freinons !

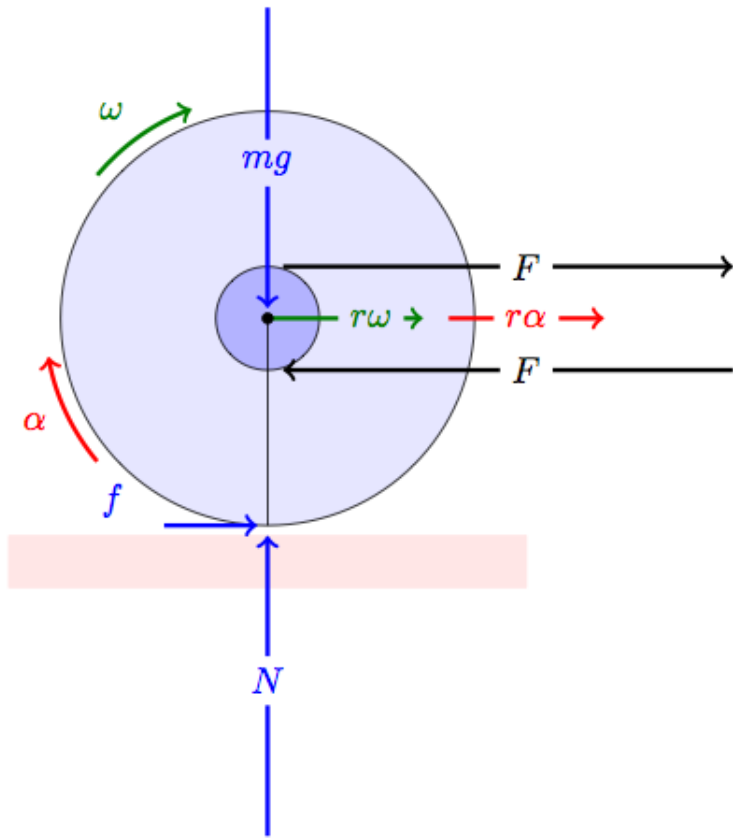


$$\begin{cases} ma = f \\ I\alpha = 2\mu_c r F - r f \end{cases}$$

Le freinage optimal est obtenu lorsque la roue est juste sur le point de glisser.

Si on freine trop brutalement, la roue se bloque et glisse sur la route !

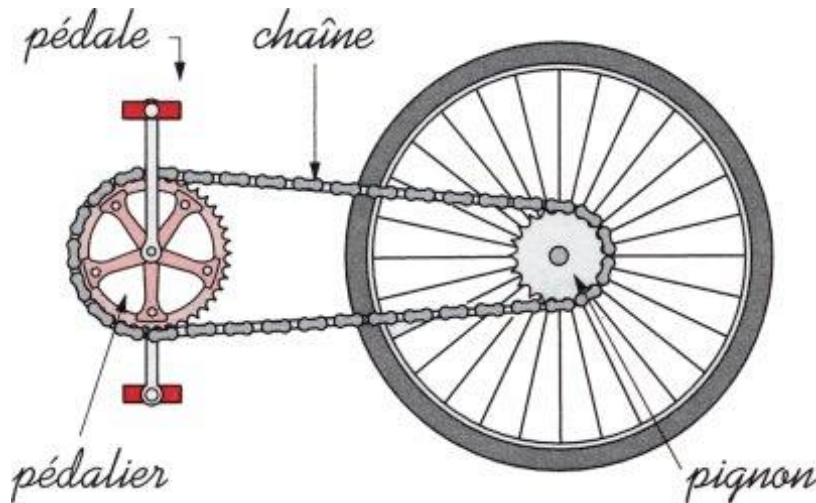
Accélérons !



$$\begin{cases} ma = f \\ I\alpha = 2r_e F - r f \end{cases}$$

Comme la partie inférieure de la roue pousse sur la route vers l'arrière, la force de frottement est dirigée vers l'avant !

Transmission du mouvement de rotation



*La vitesse de la chaîne est identique
sur le pignon du dérailleur
et sur l'entraînement du pédalier*

$$\underbrace{\omega_p r_p}_{v_p} = \underbrace{\omega_e r_e}_{v_e}$$

$$v = \omega r = \omega_p r = \omega_e \frac{r}{r_p} r_e$$

*La vitesse angulaire de la roue est
identique pour le pignon et la roue : on en
déduit ainsi la vitesse du vélo !*

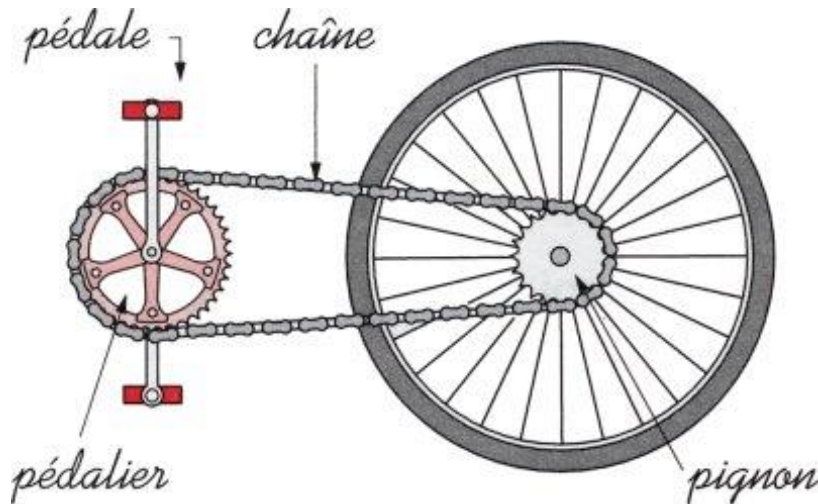
Exemple

Un tour de pédalier par seconde

Rayon du pédalier = 10 cm

Rayon du dérailleur = 5 cm

Rayon de la roue = 35 cm



$$\underbrace{\omega_p r_p}_{v_p} = \underbrace{\omega_e r_e}_{v_e}$$

$$v = \omega r = \omega_p r = \omega_e \frac{r r_e}{r_p}$$

Vitesse du vélo ?

Avec un engrenage avec deux fois moins de dents, quelle sera la vitesse ?

Comment conserver la même vitesse ?

Un petit calcul tout simple

Un tour de pédalier par seconde

Rayon du pédalier = 10 cm

Rayon du pignon du dérailleur = 5 cm ou 2.5 cm

Rayon de la roue = 35 cm

$$v = \omega r = \omega_p r = \omega_e \frac{r r_e}{r_p}$$

Idéalement, on choisit le pignon pour que l'effort par coup de pédale et la fréquence de pédalage restent constants pendant le trajet.

Evidemment, cela dépend de la puissance musculaire du cycliste !

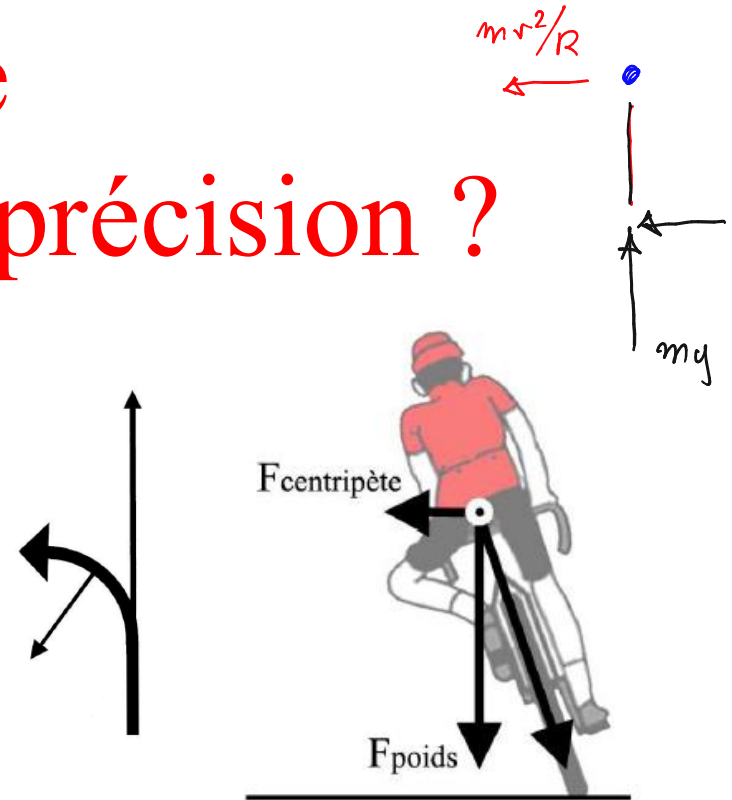
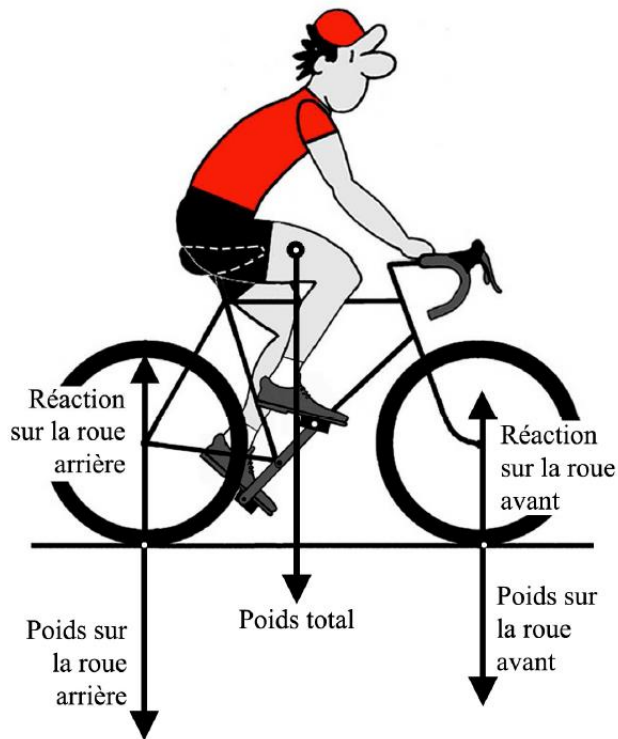
*On sélectionnera **une plus grande vitesse (un petit pignon !)** si c'est trop facile...*

Et inversement, on rétrogradera si la montée devient trop dure...

$$v = \omega_e \frac{r r_e}{r_p} = 6.28 \times \frac{0.350 \times 0.100}{0.050} = 4.41 \text{ m/s} = 15.9 \text{ km/h}$$

$$v = \omega_e \frac{r r_e}{r_p} = 6.28 \times \frac{0.350 \times 0.100}{0.025} = 8.82 \text{ m/s} = 31.8 \text{ km/h}$$

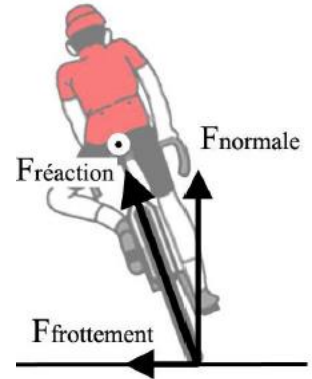
Comment le cycliste peut se diriger avec précision ?



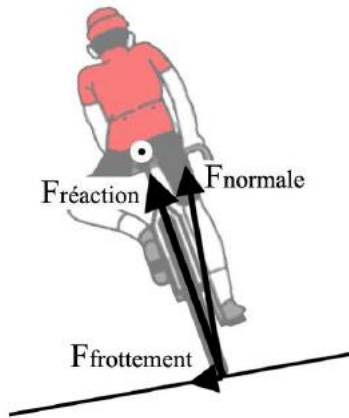
Pour prendre un virage, il faut produire une force centripète pour obtenir une accélération centripète.

En vélo, on obtient cela en portant le centre de gravité du côté vers lequel on veut aller, en se penchant donc vers l'intérieur du virage.

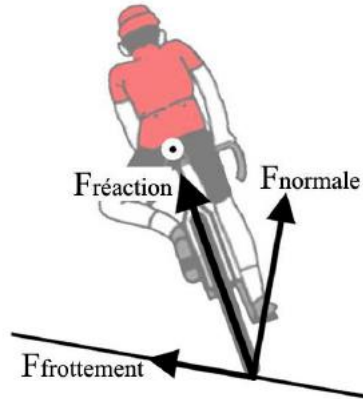
C'est grâce au frottement qu'il est possible de tourner !



*Si la route est inclinée
vers l'extérieur du virage,
le frottement est augmenté.
Le risque de dérapage grandit !*



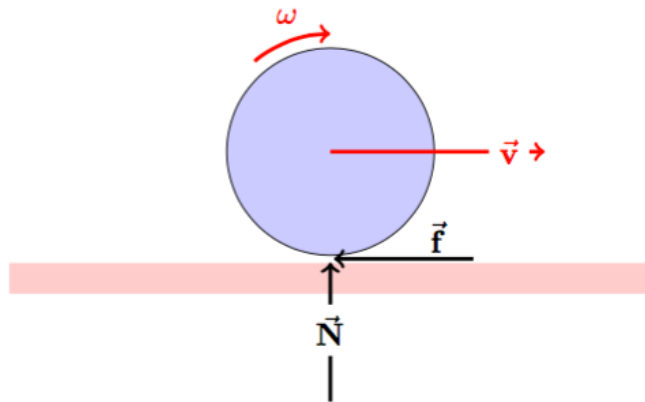
*La force de frottement diminue
si le virage est relevé.
De tels virages sont
plus faciles à négocier.*



- Le frottement pneu-route permet de modifier le mouvement d'un véhicule. **Sans frottement, les roues tournent, mais le cycliste ne peut ni accélérer, ni freiner, ni prendre un virage.**
- Il y a **roulement sans glissement** lorsque la norme de la vitesse du centre est égale à celle de la vitesse de rotation tangentielle.
- Dans le roulement sans glissement, **le frottement statique permet de coupler le mouvement de rotation et le mouvement de translation.**

Condition de roulement sans glissement

$$\begin{aligned}v &= \omega r \\ a &= \alpha r\end{aligned}$$



Ne pas
oublier !



Les lois de Kepler

Loi des orbites

Les planètes du système solaire décrivent des trajectoires elliptiques dont le Soleil est l'un des foyers.

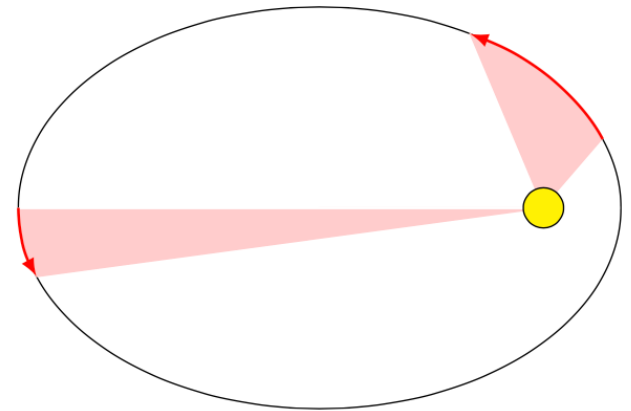
Loi des aires

Des aires égales sont balayées en des temps égaux.

Loi des périodes

$$\frac{a^3}{T^2} = \frac{GM}{4\pi^2}$$

Johannes Kepler
Astronomia nova, 1609
Harmonices Mundi, 1619



2061

1986



Passage peu spectaculaire de la comète, à l'opposé du Soleil.
La sonde Giotto, l'approche de près.
La navette Challenger s'envole pour l'observer avec une enseignante pour donner des cours en direct.
La navette explose pendant le décollage et tue tout l'équipage.

1910



Jne du Petit Parisien, Supplément littéraire illustré du 15 mai 1910 - source : RetroNews-BnF

La comète de Halley

perso.uclouvain.be/vincent.legat/zouLab/util/zouAnimate.php?cours

Yahoo Apple Informations Twitter Gazou Wikipedia Divers Php Actions Cours kiné Finite Elements Altanta Méthodes numériques Statistiques ...ouTube Studio

Animations avec JavaScript

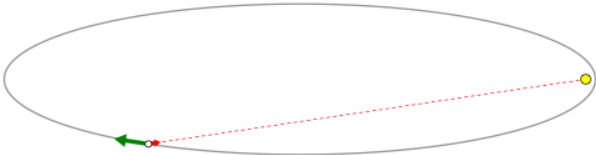
Comète de Halley :-)

Period	<input type="range"/>	75.0 yr
Eccentricity	<input type="range"/>	0.967
Semi-major Axis	<input type="range"/>	17.8 AU
Semi-minor Axis		4.5 AU

Reset parameters to Halley's Comet's

Anim. Speed	<input type="range"/>	Pause
Time Since Perihelion	<input type="range"/>	15.0 yr

Velocity Norm	0.868 AU/yr
Acceleration Norm	0.056 AU/yr ²

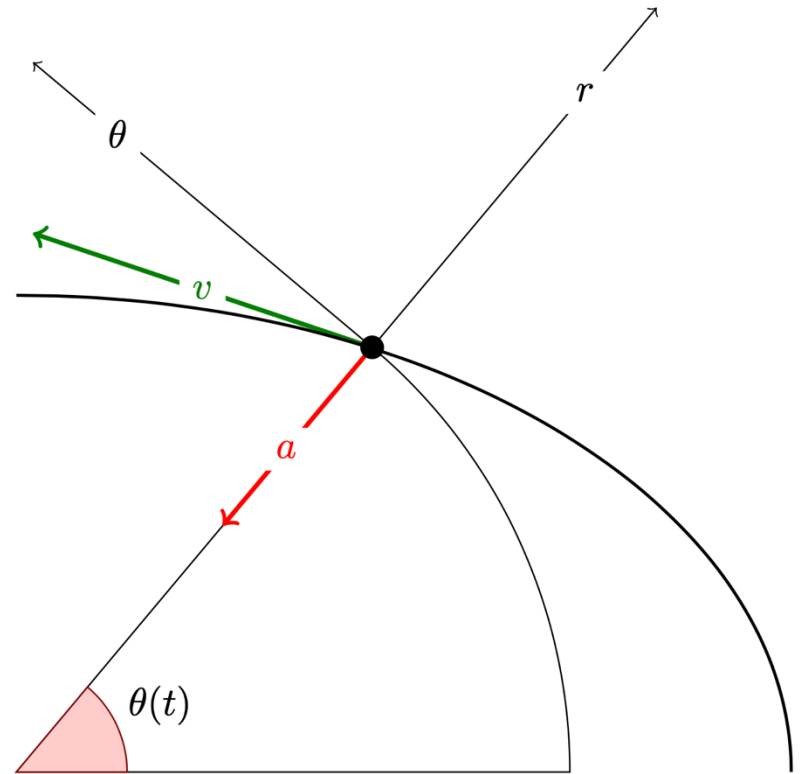
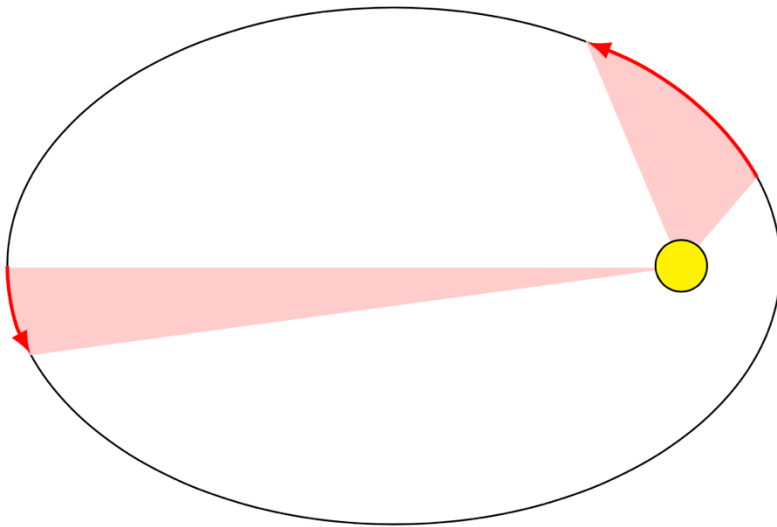


The astronomical unit (AU) is a unit of length, roughly the distance from Earth to the Sun and equal to 150 million kilometres or 8.3 light-minutes. Since 2012, it has been defined as exactly 149 597 870 700 meters.

Back to EPL1201

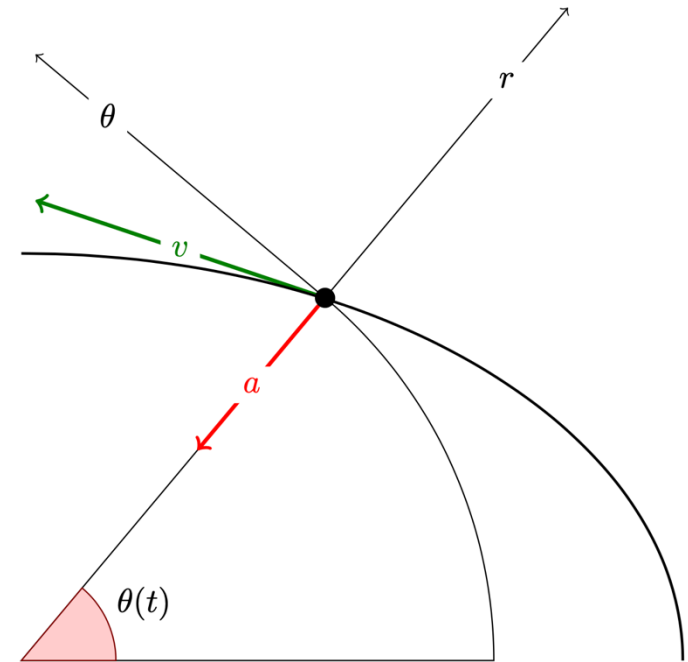
Kepler et Halley

Démontrons
la seconde loi de Kepler



$$\vec{\mathbf{x}}(t) = r(t) \begin{bmatrix} \cos(\theta(t)) \\ \sin(\theta(t)) \end{bmatrix}$$

Calculons l'accélération



$$\vec{\mathbf{x}}(t) = r(t) \begin{bmatrix} \cos(\theta(t)) \\ \sin(\theta(t)) \end{bmatrix}$$

$$\vec{\mathbf{v}}(t) = \underbrace{r'}_{\text{red}} \begin{bmatrix} \cos \theta \\ \sin \theta \end{bmatrix} + \underbrace{r}_{\text{green}} \underbrace{\theta'}_{\text{blue}} \begin{bmatrix} -\sin \theta \\ \cos \theta \end{bmatrix}$$

$$\vec{\mathbf{a}}(t) = \left(\underbrace{r''}_{\text{red}} - \underbrace{r\theta'\theta'}_{\text{blue}} \right) \underbrace{\begin{bmatrix} \cos \theta \\ \sin \theta \end{bmatrix}}_{\vec{\mathbf{e}}_r} + \left(\underbrace{2r'\theta'}_{\text{blue}} + \underbrace{r\theta''}_{\text{green}} \right) \underbrace{\begin{bmatrix} -\sin \theta \\ \cos \theta \end{bmatrix}}_{\vec{\mathbf{e}}_\theta}$$

$$\vec{a}(t) = \left(r'' - r\theta'^2 \right) \underbrace{\begin{bmatrix} \cos \theta \\ \sin \theta \end{bmatrix}}_{\vec{e}_r} + \underbrace{(2r'\theta' + r\theta'')}_{=0} \underbrace{\begin{bmatrix} -\sin \theta \\ \cos \theta \end{bmatrix}}_{\vec{e}_\theta}$$

$$2r'\theta' + \theta''r = 0$$

$$2rr'\theta' + \theta''r^2 = 0$$



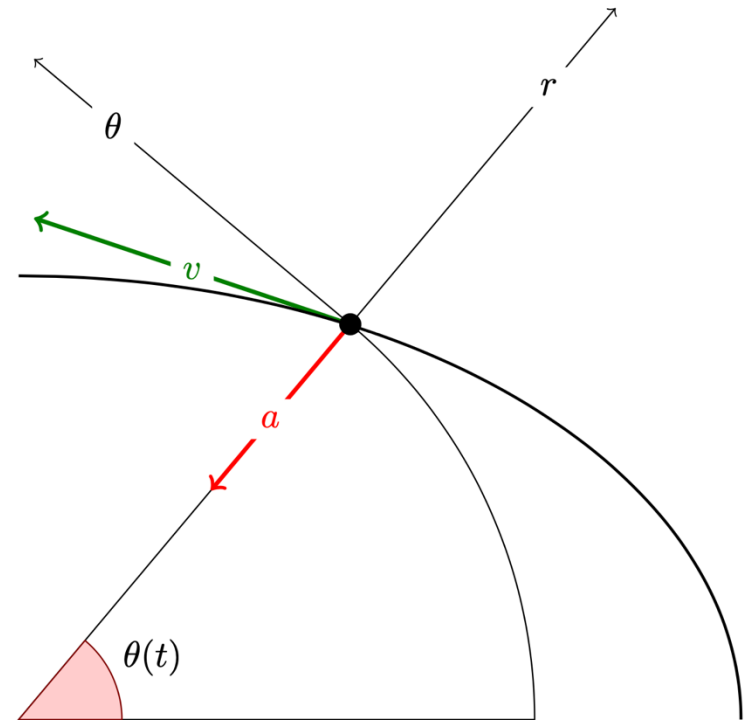
$$(r^2\theta')' = 0$$

$$r^2\theta' = k$$

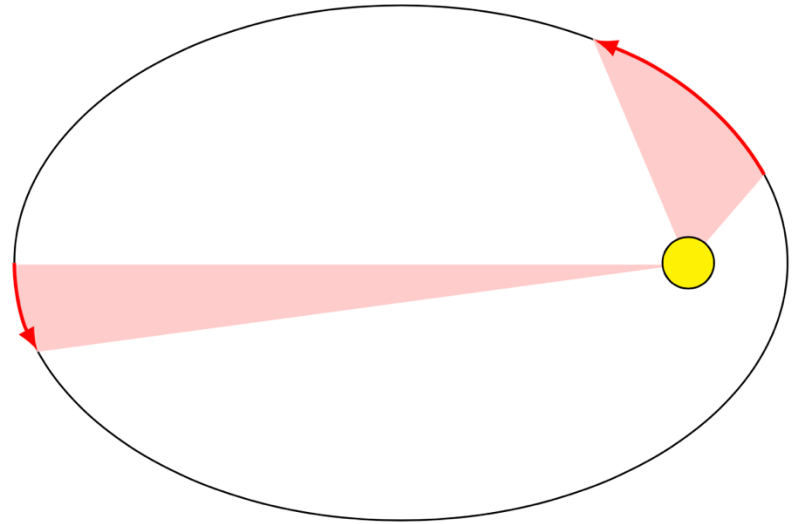
$\propto \omega$

$\underbrace{\vec{L} \times \vec{v}^2}_{\text{MOMENT}} \\ \text{CINETIQUE}$

Il n'y a qu'une accélération radiale,
car la gravité est une force centrale !

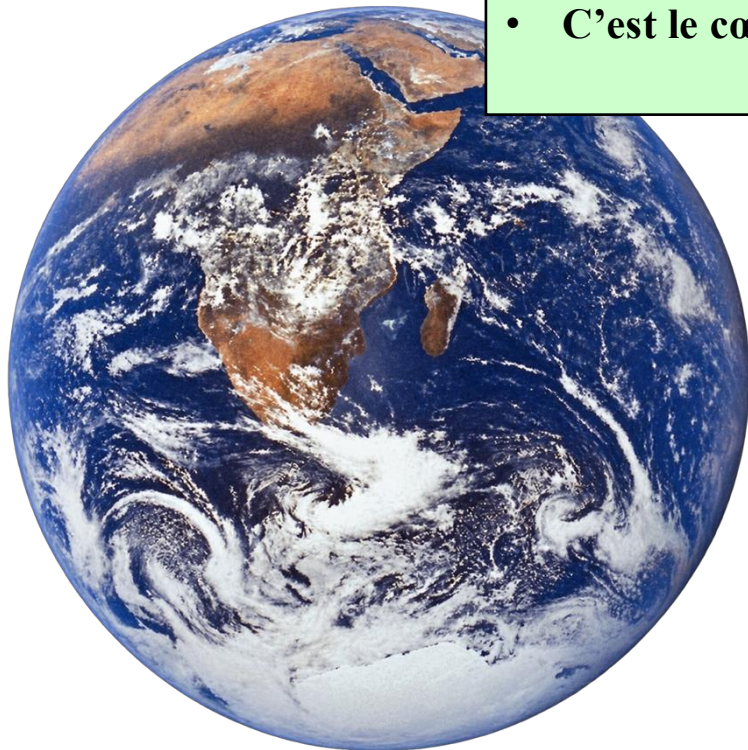


Et calculons l'aire balayée
sur un laps de temps !



$$\begin{aligned} A &= \frac{1}{2} \sum_i r^2(\theta_i) \Delta\theta \\ &= \frac{1}{2} \int_t^{t+\Delta t} \underbrace{r^2(t) \theta'(t)}_k dt \\ &= \frac{1}{2} k \Delta t \quad \square \end{aligned}$$

- Kepler **décrit le mouvement des planètes** et établit empiriquement ses 3 lois sur base des observations.
- Newton **explique le mouvement des planètes** avec les lois de la dynamique et la gravitation. Il déduit les lois de Kepler à partir de la mécanique.
- C'est le cœur historique de la mécanique newtonienne !



Ne pas
oublier !

Le truc vraiment
le plus non-intuitif
de la physique...

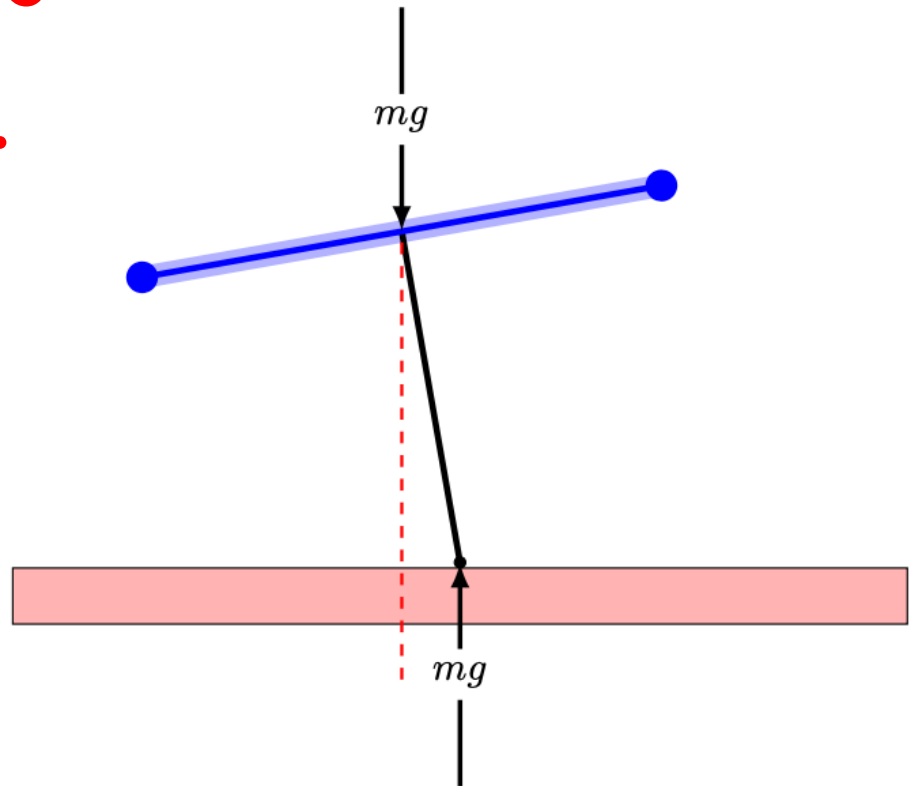


$$\frac{d}{dt}(m \vec{v}) = \sum \vec{F}_i$$

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{1}{2}m v^2 + \frac{1}{2}I \omega^2\right) = \sum \vec{F}_i \cdot \vec{v}_i$$

$$\frac{d}{dt}(I \vec{\omega}) = \sum \vec{M}_i$$

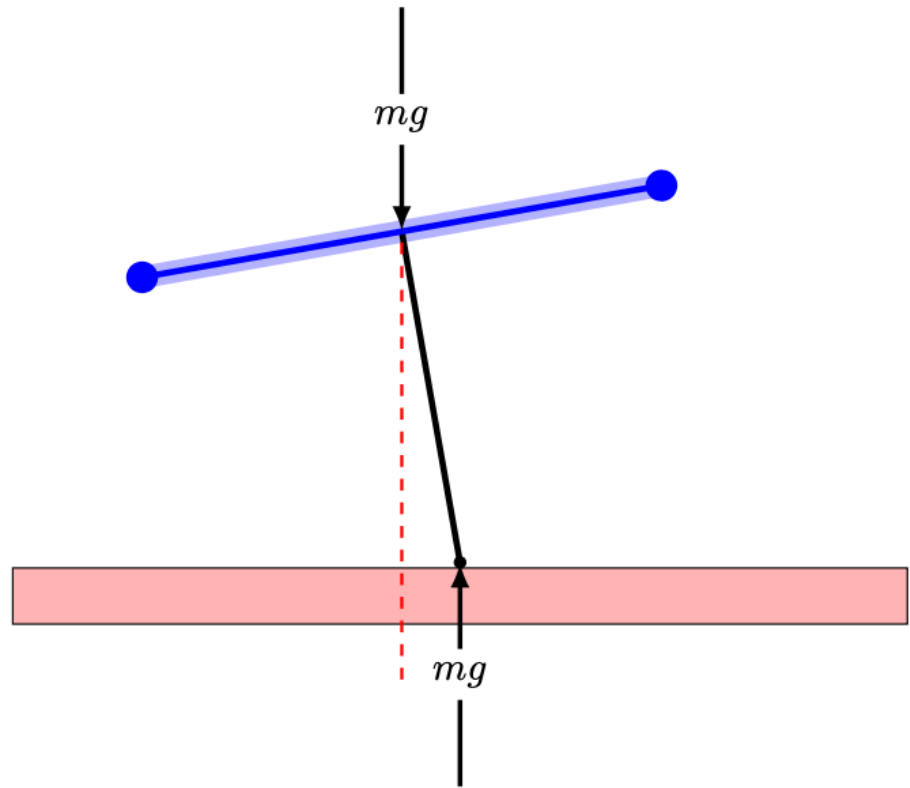
Quand la toupie ne tourne pas...



Pour que la toupie ne tombe pas, il faut que la verticale passant par le centre de gravité passe aussi par le point d'appui sur la table. Et comme cette surface est si petite que la moindre perturbation décale la verticale...

C'est un **équilibre instable** !

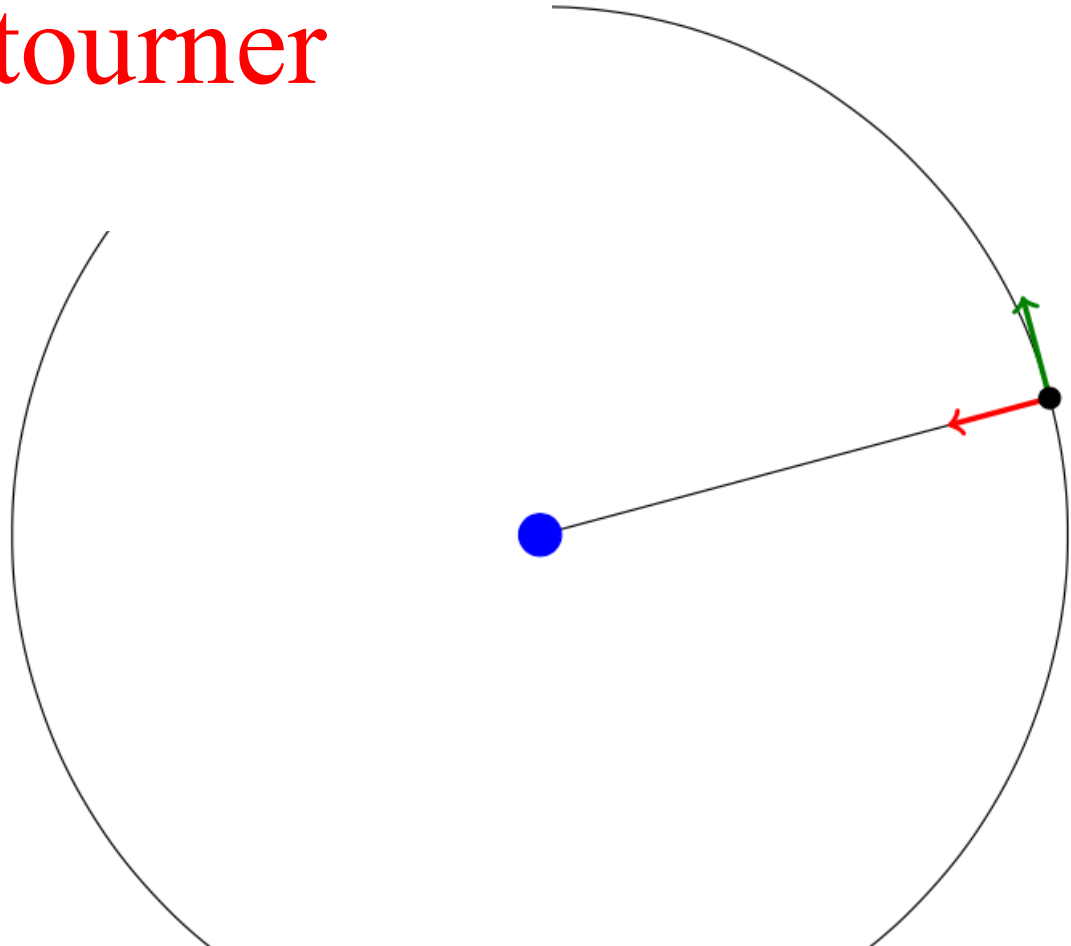
Mais
quand
la toupie
tourne...



Lorsque la toupie est en rotation et bien que le centre de gravité ne soit pas au-dessus du point d'appui, elle ne tombe pas...

Il y a donc un **mécanisme dynamique** qui l'empêche de basculer !
Mais lequel ?

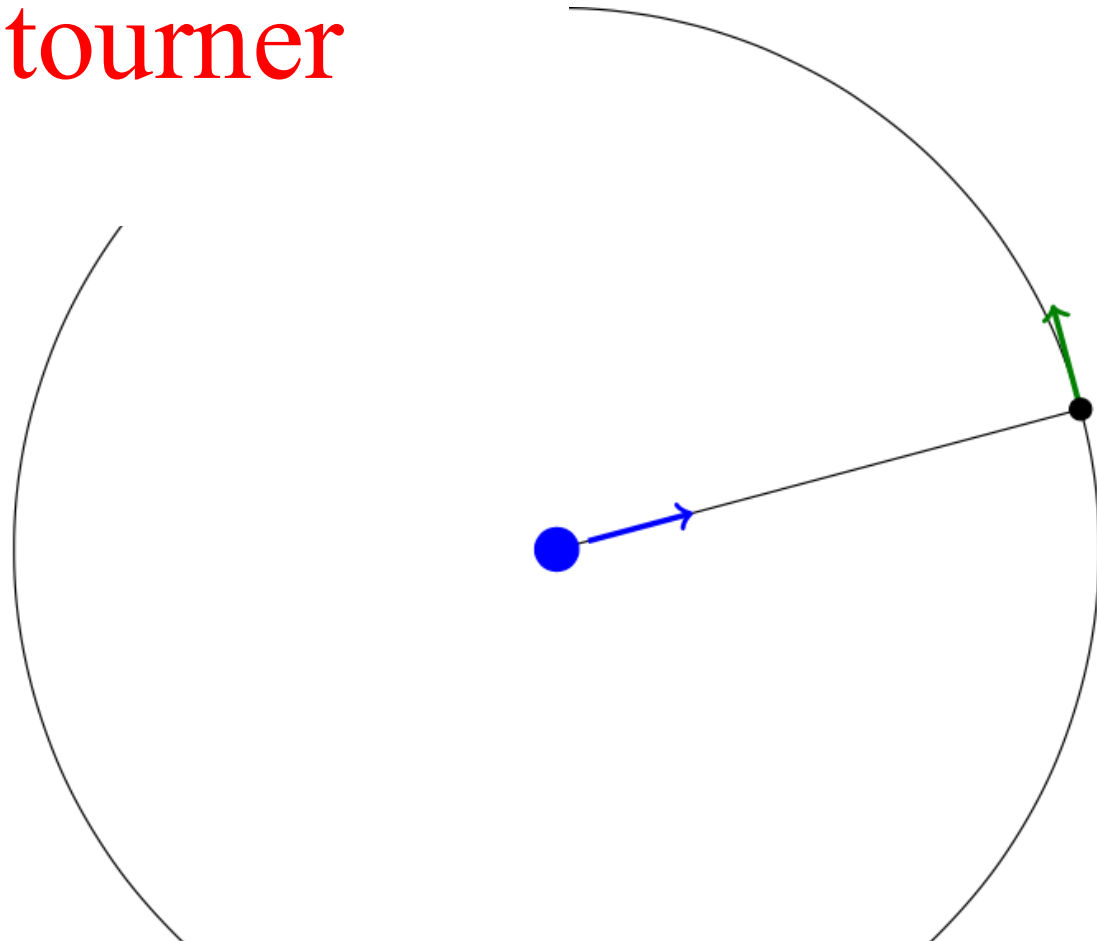
Pour faire tourner une bille...



Depuis Galilée, nous savons qu'en l'absence de force, une bille suit une trajectoire en ligne droite à vitesse constante...

Et donc pour faire tourner une bille,
il faut **appliquer une force centripète sur la bille.**

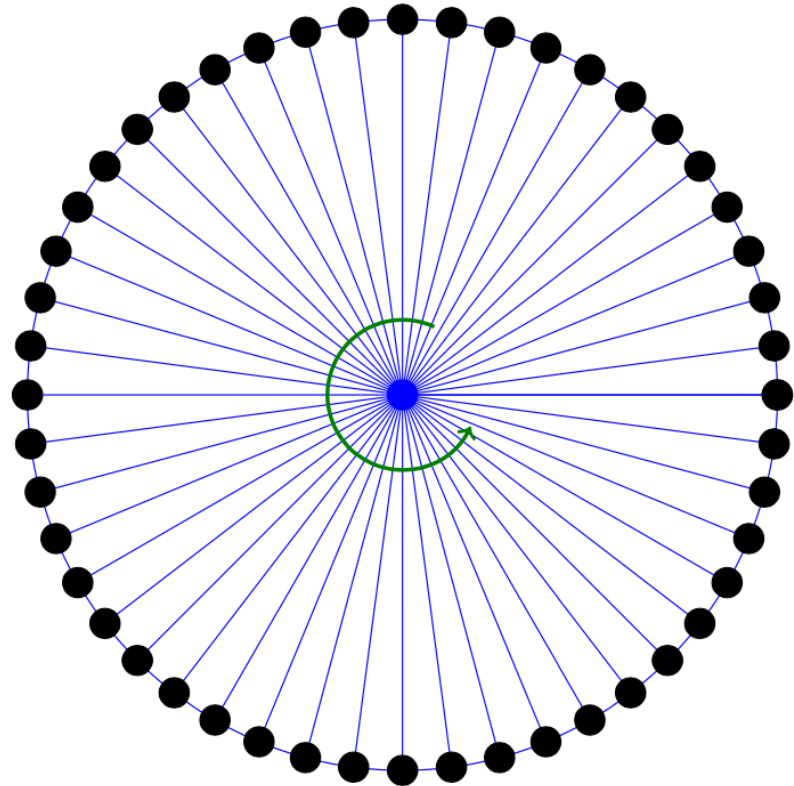
Pour faire tourner une bille...



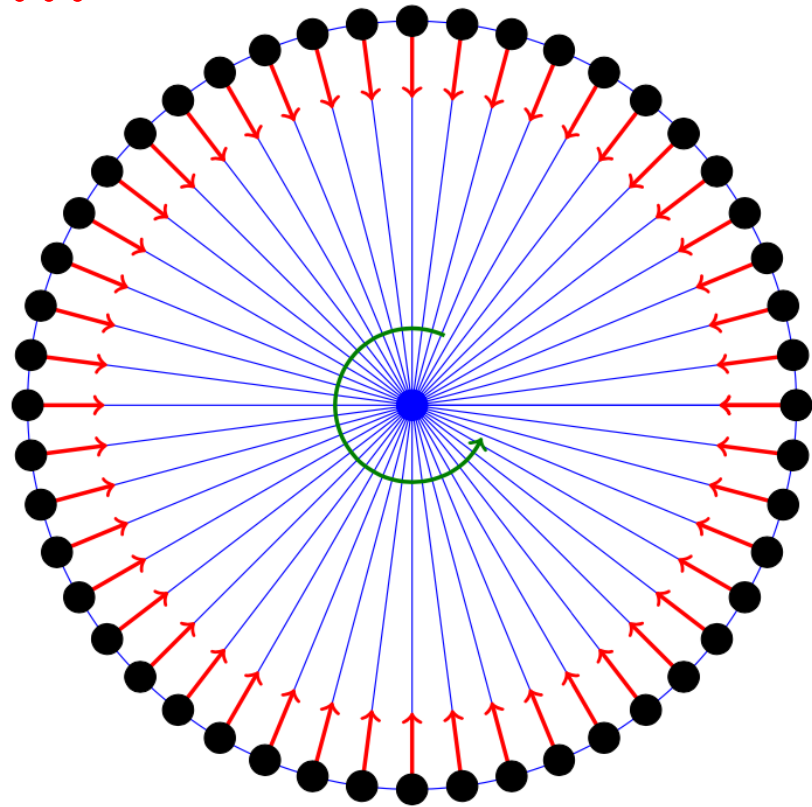
Depuis Galilée, nous savons qu'en l'absence de force, une bille suit une trajectoire en ligne droite à vitesse constante...

Par contre en vertu du principe d'action et de réaction, la bille **applique une force centrifuge sur l'axe de rotation.**

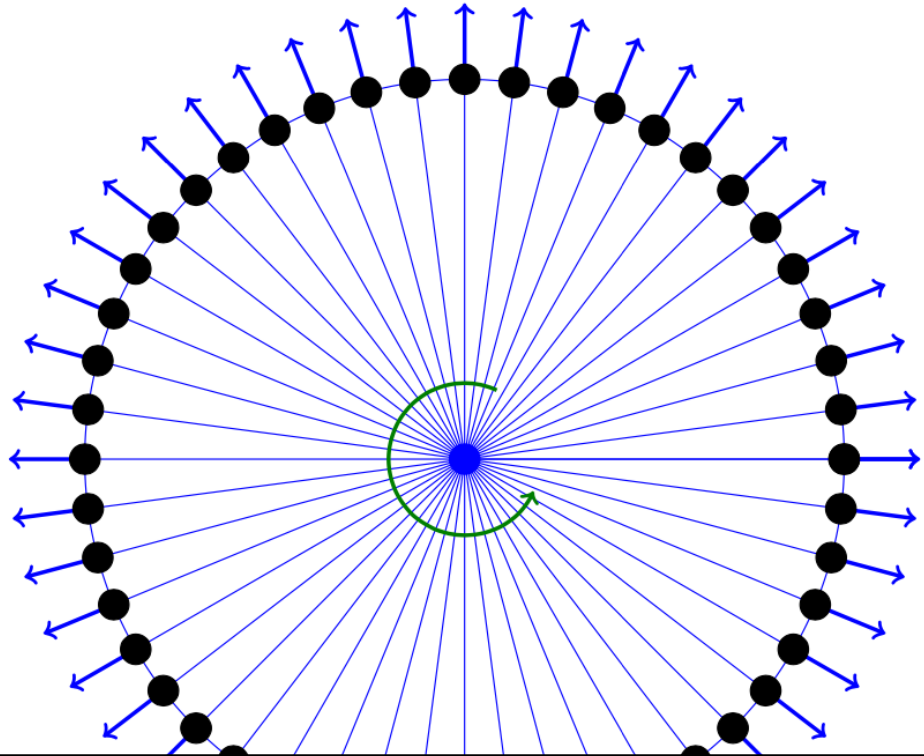
Modélisons notre toupie
comme un manège
de petites billes...



La toupie exerce
une force centripète
sur chaque bille...



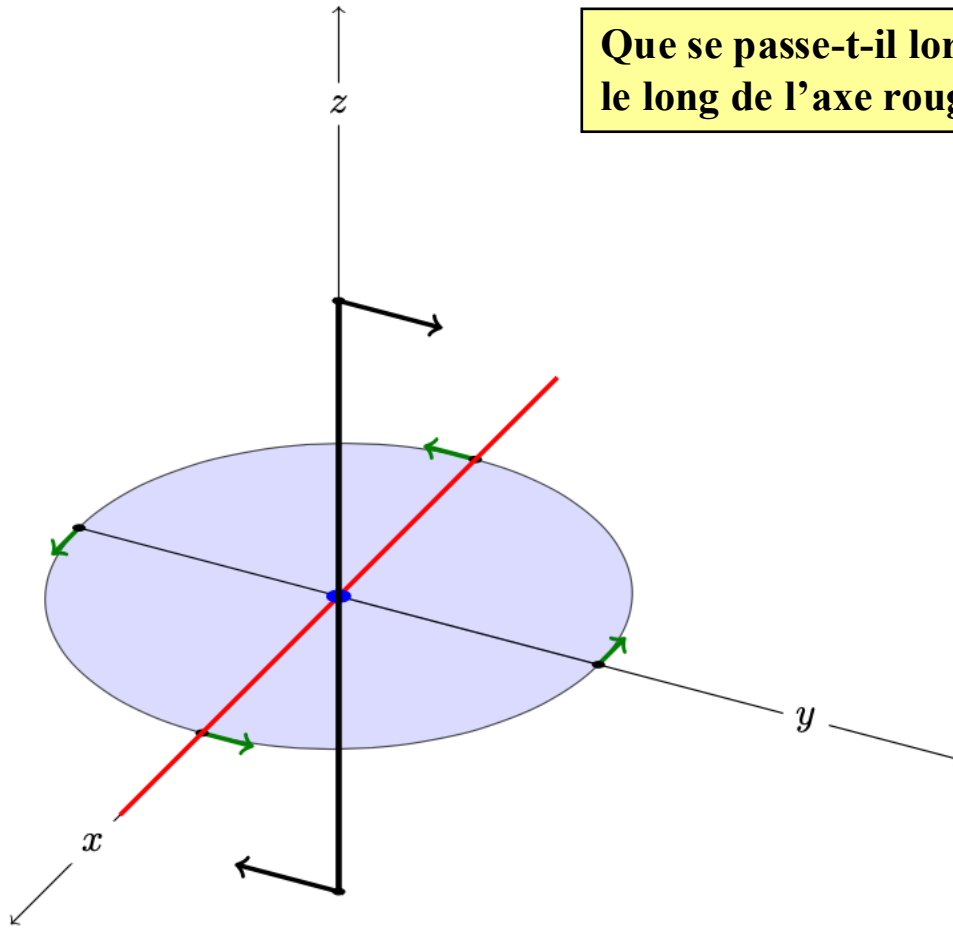
Chaque bille exerce
une force centrifuge
sur la toupie...



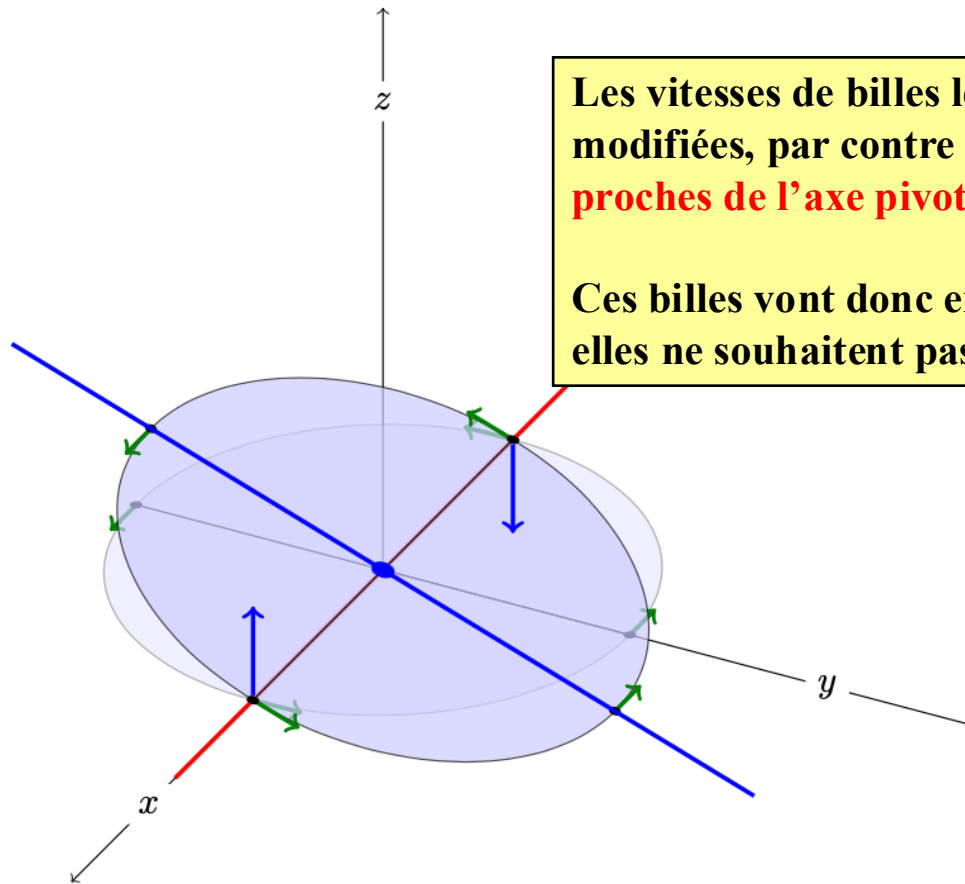
La force exercée par chaque bille est compensée
par la force exercée par la bille diamétralement opposée.

Toutes les forces centrifuges s'annulent et l'axe ne bouge pas !

Que se passe-t-il lorsque nous faisons pivoter le plan
le long de l'axe rouge ?



Appliquons
une toute petite perturbation
sur l'axe de notre toupie...



Les vitesses de billes les plus éloignées ne sont pas modifiées, par contre **l'orientation des vitesses des billes proches de l'axe pivote comme la toupie !**

Ces billes vont donc exercer une force sur la toupie car elles ne souhaitent pas changer de direction !

Les billes vont ainsi générer une rotation de **précession...**

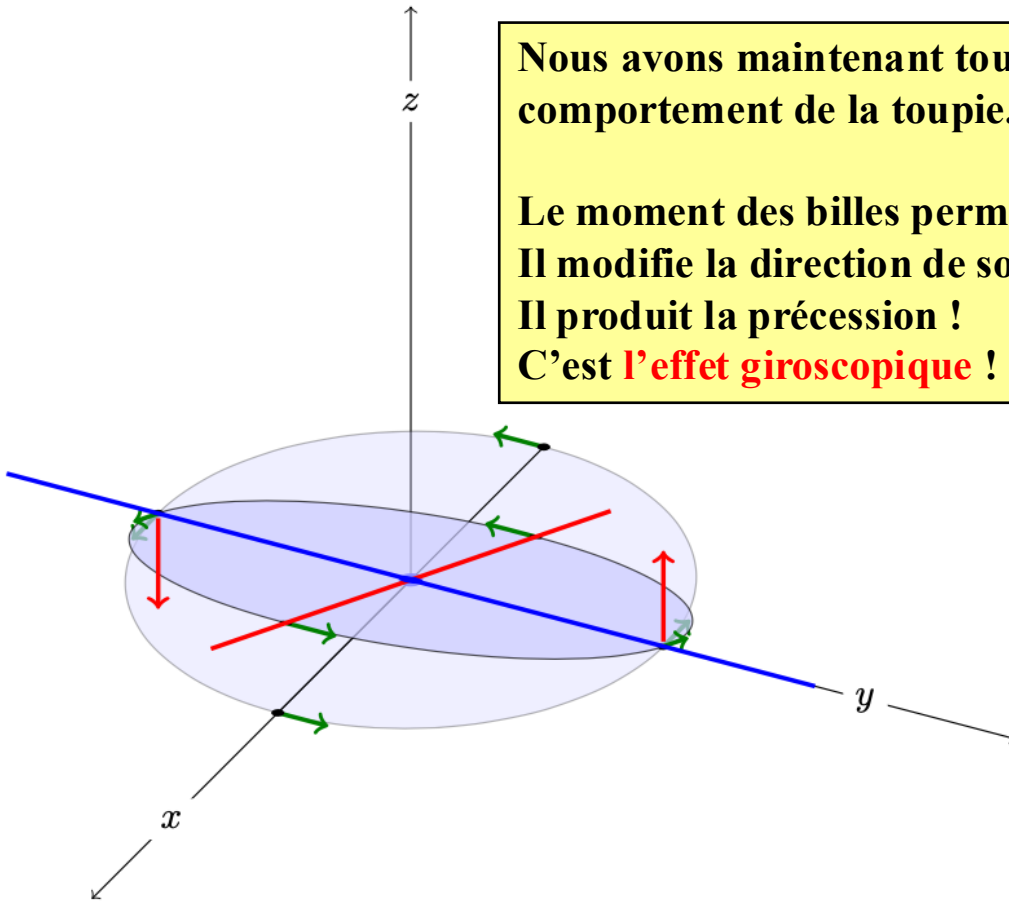
Nous avons maintenant tout ce qu'il faut pour expliquer le comportement de la toupie...

Le moment des billes permet d'éviter la chute de la toupie !

Il modifie la direction de son moment cinétique !

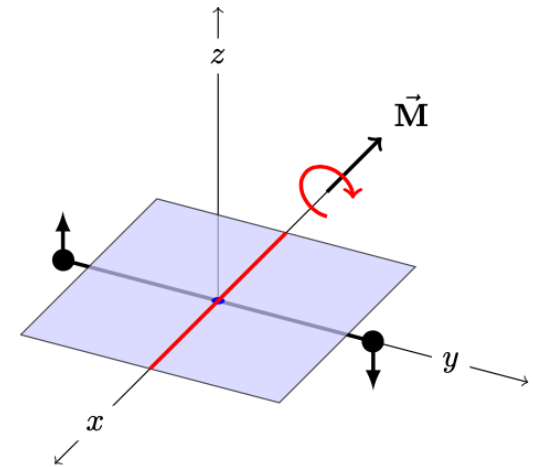
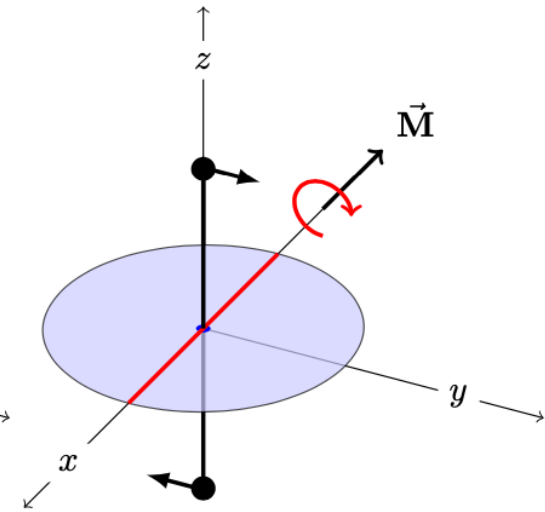
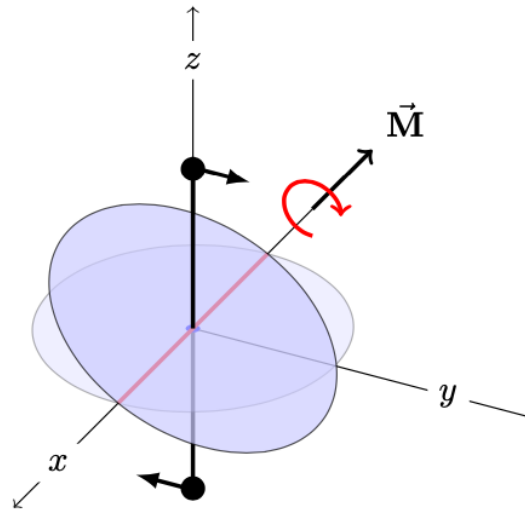
Il produit la précession !

C'est l'**effet gyroscopique** !



Et ce pivotement de **précession** va
entraîner un pivotement qui va
s'opposer au pivotement initial...

$$\frac{d}{dt}(\mathbf{I} \vec{\omega}) = \sum \vec{M}$$

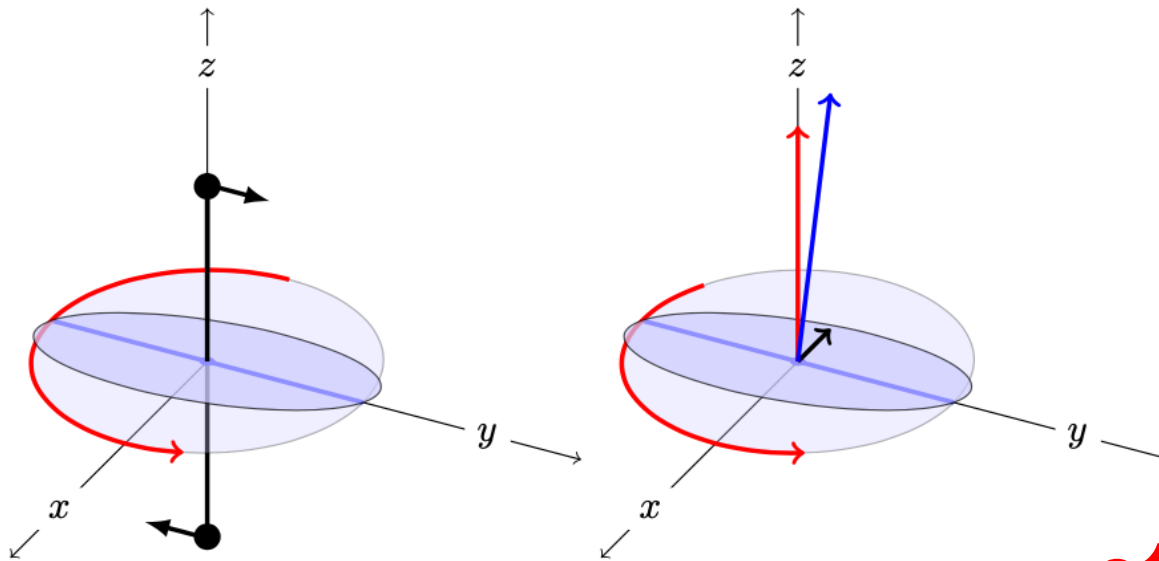


Pivoter
sans rotation...

$$\frac{d}{dt}(\mathbf{I} \vec{\omega}) = \sum \vec{M}$$

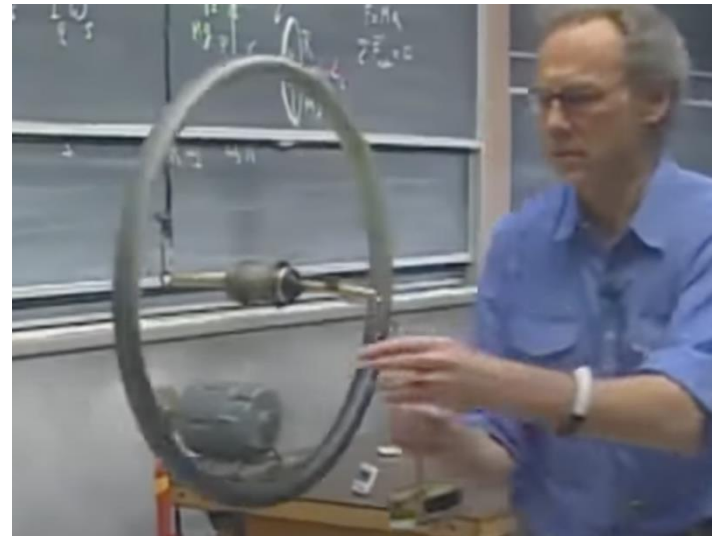
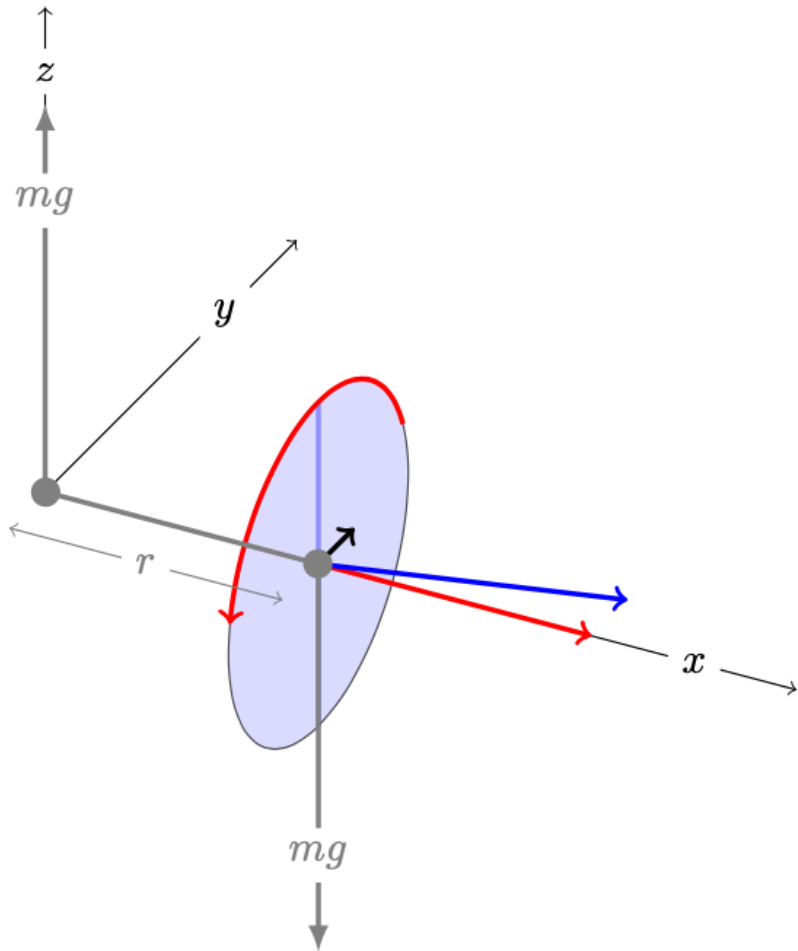
On observe maintenant que représenter un mouvement circulaire par un vecteur orienté le long de l'axe de rotation va permettre de réaliser des calculs tridimensionnels avec une **efficacité diabolique** !

C'est ce que fera Paul Fisette dans le prochain cours !



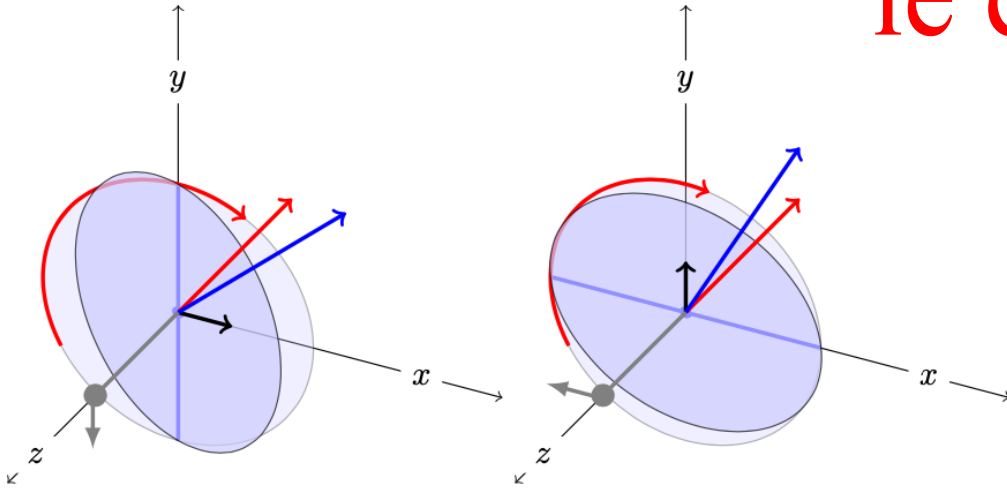
... et pivoter
avec rotation

Gyroscope



$$\begin{aligned} \frac{d}{dt}(\mathbf{I} \vec{\omega}) &= \vec{r} \times m\vec{g} \\ \downarrow \\ \omega_{pr} &= \frac{mgr}{I\omega} \end{aligned}$$

Technique de pilotage en moto le contre-braquage

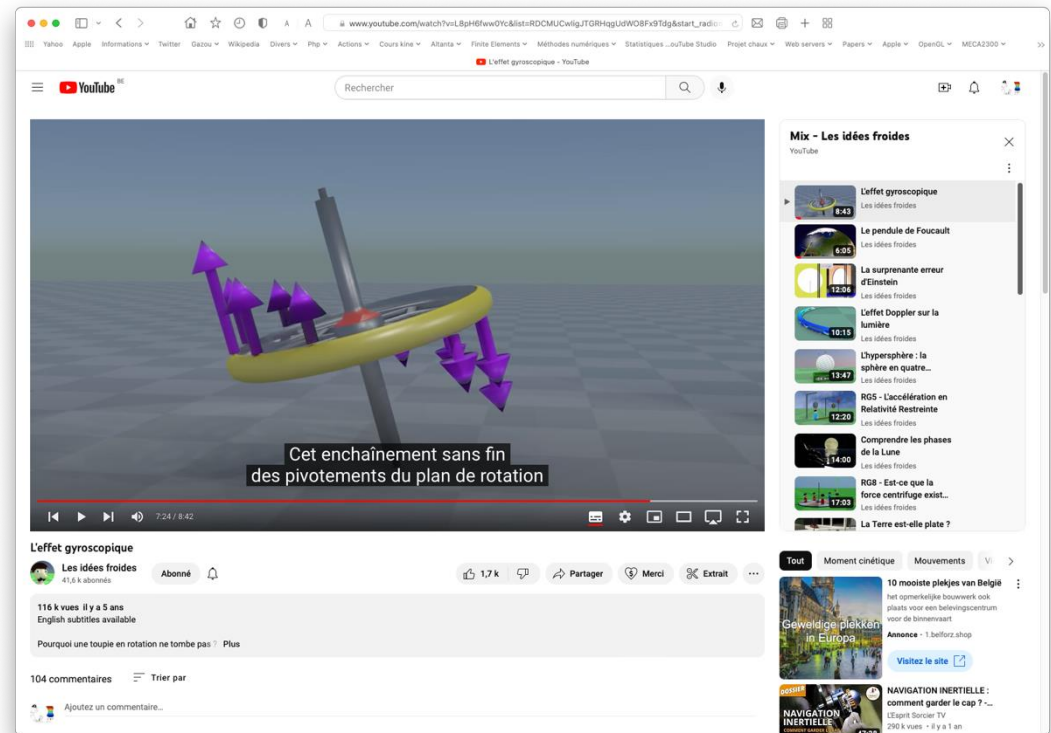


À moto, l'idée est la même : pousser le guidon dans la direction opposée au virage pour donner à la moto une inclinaison qui la pousse vers la bonne trajectoire.

Ce truc de pilote s'explique en partie par l'exploitation d'une loi physique, la **précession gyroscopique**.

En toute rigueur, la précession gyroscopique contribue au comportement de la moto, mais la dynamique du contre-braquage implique également la géométrie de direction et les forces pneu-sol.

Crédits :-)



<https://www.youtube.com/watch?v=L8pH6fww0Yc>

https://www.youtube.com/watch?v=XPUuF_dECVI&t=769s