

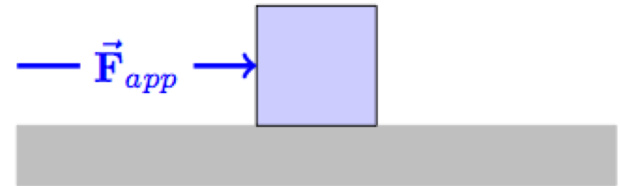
**Encore plus
dangereux que
le silence des
pantoufles,**



**Le frottement des
chaussettes**

Réveillez vous, Indignez-vous !

A la découverte
d'une nouvelle force :
le frottement...

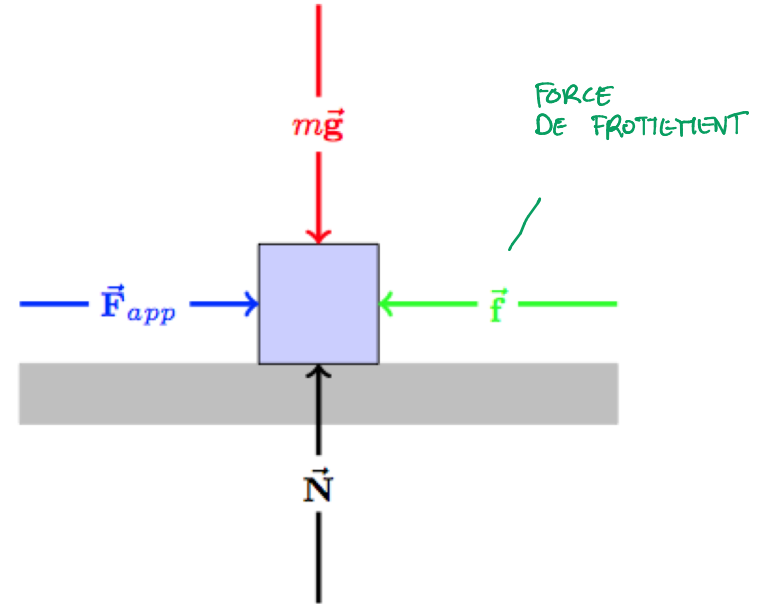


$$m \vec{a}(t) = \sum \vec{F}(t)$$

Exerçons
une force horizontale
sur un bloc posé sur le sol...

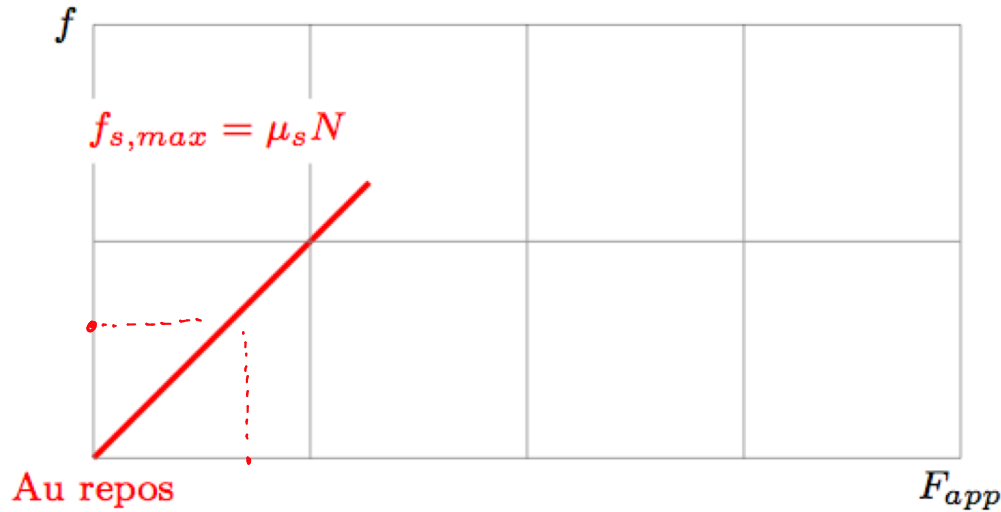


$$m \vec{a}(t) = \sum \vec{F}(t)$$



Quels sont toutes les forces
qui agissent sur le bloc ?

FROTTEMENT



© Can Stock Photo - csp8902540

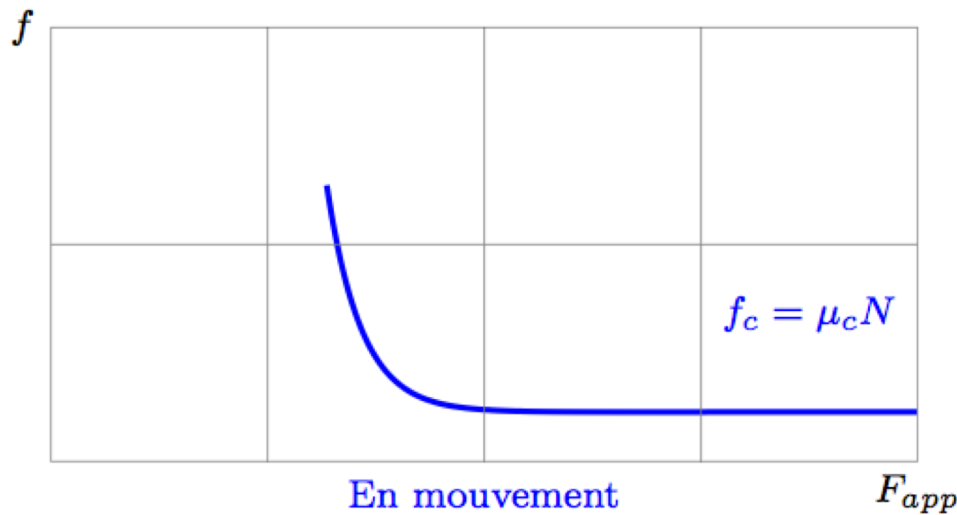
F_{app}

↑
FORCE
APPLIQUÉE

D'abord,
rien ne bouge !

C'est le **frottement statique** !

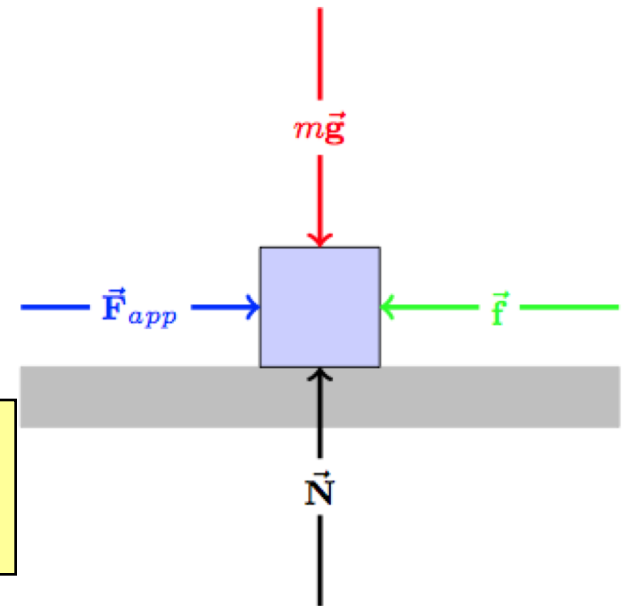
Une force de frottement statique ajuste automatiquement sa valeur pour compenser la force appliquée, jusqu'à un module de valeur maximale $f_{s,max}$ proportionnel au module de la force normale.



Et puis, le bloc
commence à glisser

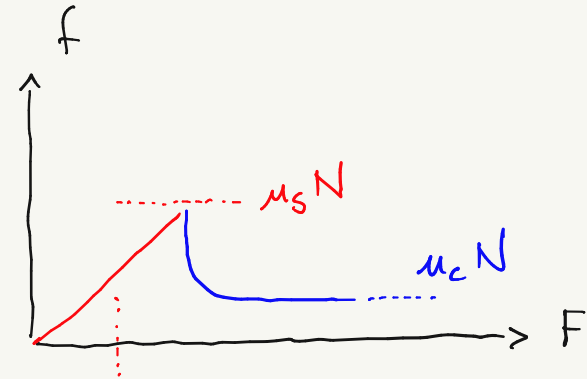
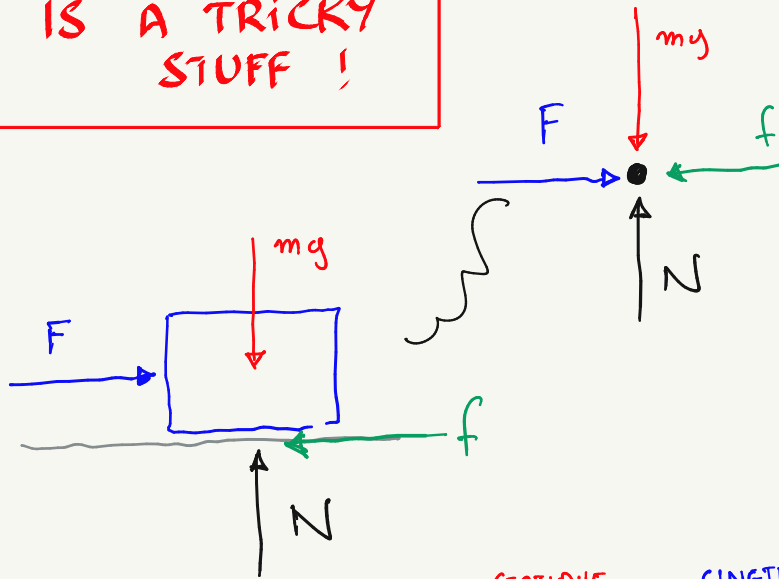
C'est le **frottement cinétique** !

Le module de la force cinétique tend vers une valeur f_c proportionnelle au module de la force normale.



1

FRICITION
IS A TRICKY
STUFF !



CELA
NE
BOUGE
PAS

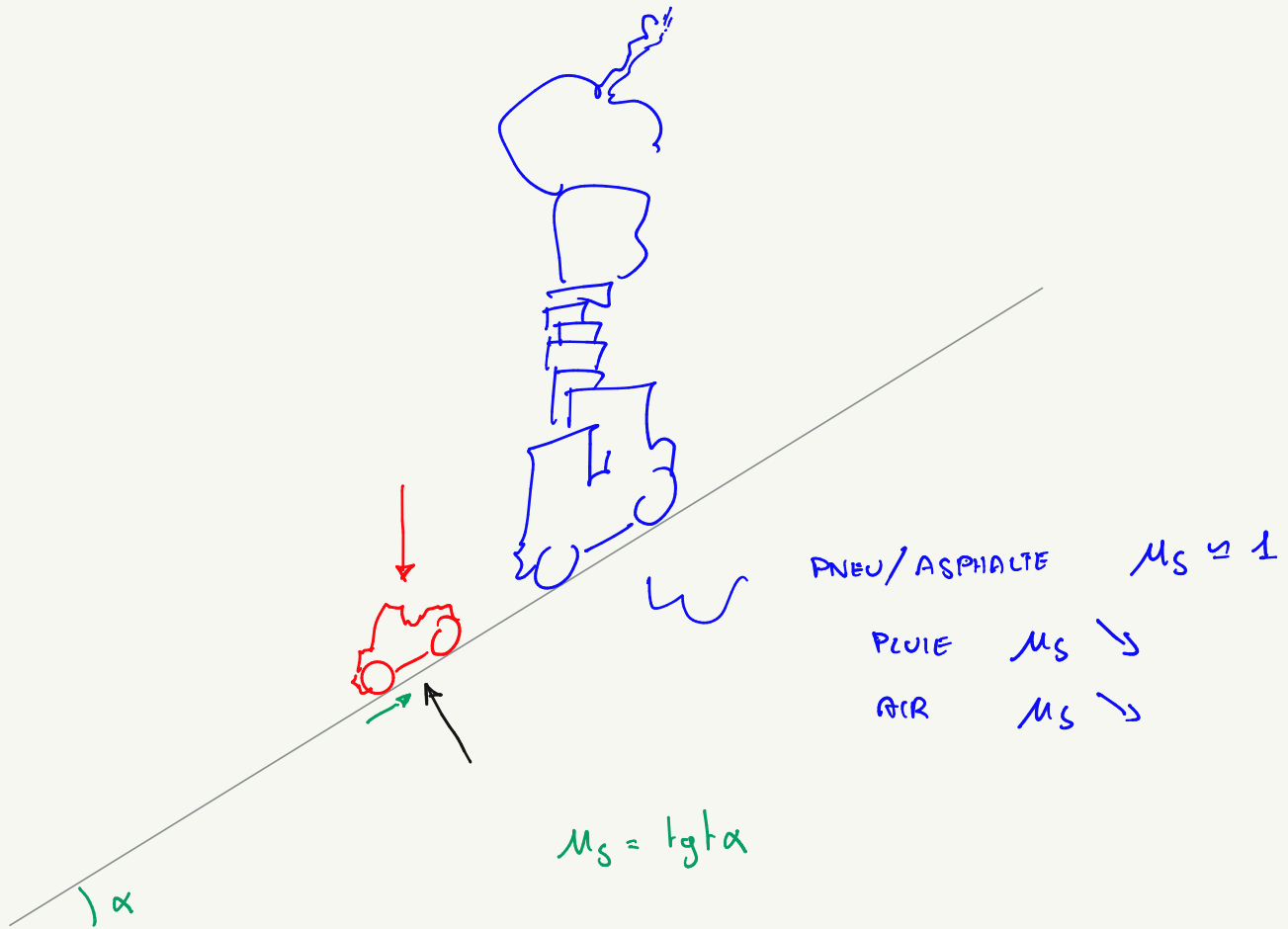
COEFFICIENTS
FROTTEMENT
ADIMENSIONNELS

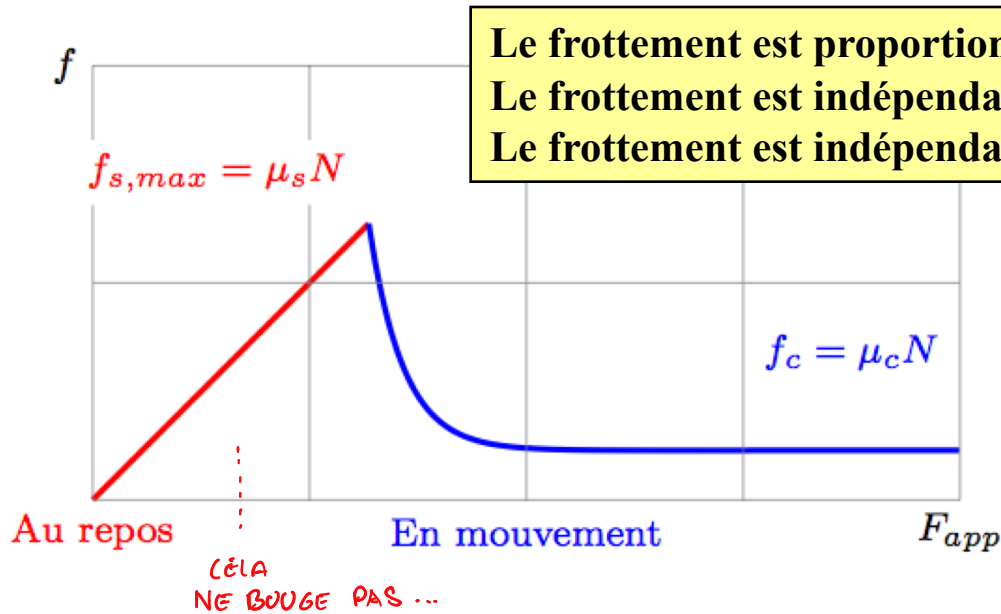
VERY
NON
INTUITIVE !

STATIQUE		CINETIQUE
μ_s	$>$	μ_c
0.5 ... 1		0.4

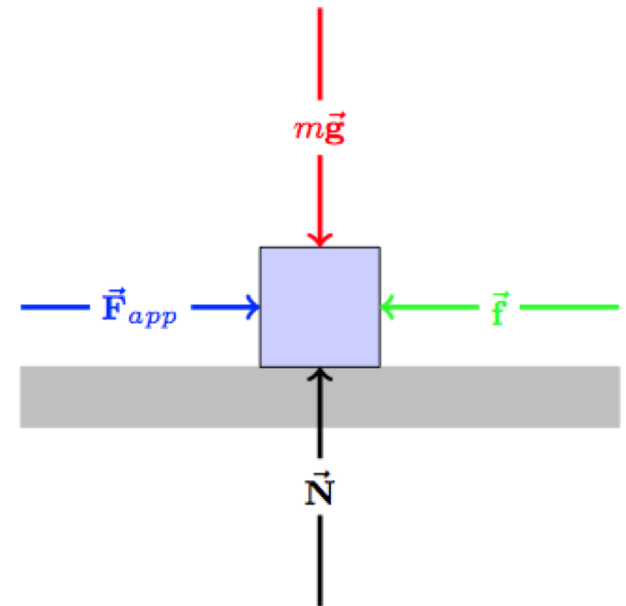
μ_s & μ_c INDEPENDANTS
DE LA MASSE DU BLOC
DE LA SURFACE DE CONTACT

DEREND MATERIAU / MATERIAU
LUBRIFICATION





Nous avons
 un modèle
 pour le frottement
 entre deux surfaces !



Un skieur glisse
sur une pente...

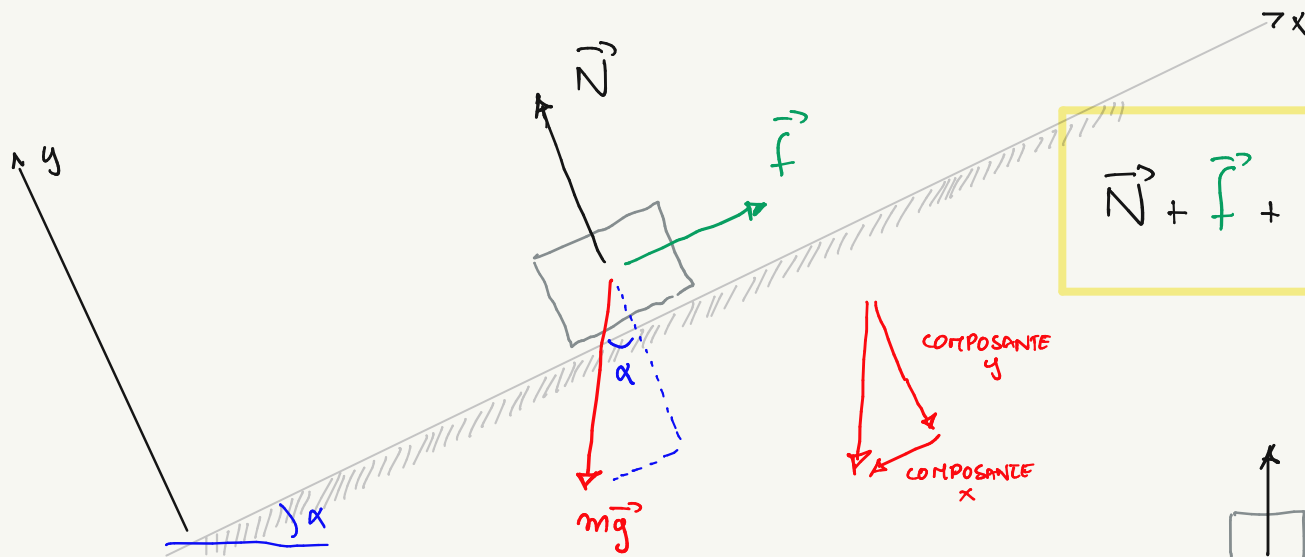
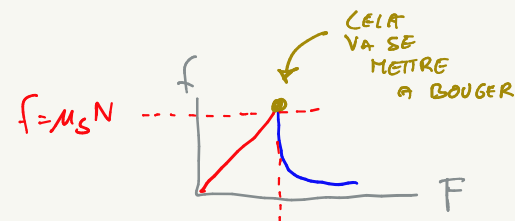


2

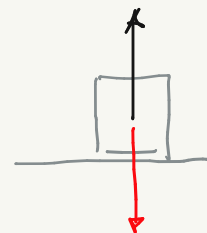
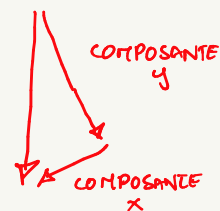
COMMENT
OBTENIR
 μ_s ?

$$\vec{N} = \begin{bmatrix} 0 \\ N \end{bmatrix}$$

$$\vec{f} = \begin{bmatrix} f \\ 0 \end{bmatrix}$$



$$\vec{N} + \vec{f} + m\vec{g} = 0$$



$$m\vec{g} = \begin{bmatrix} -mg \sin \alpha \\ -mg \cos \alpha \end{bmatrix}$$

$$\vec{N} + \vec{f} + m\vec{g} = 0$$

$$N = \sqrt{N_x^2 + N_y^2}$$

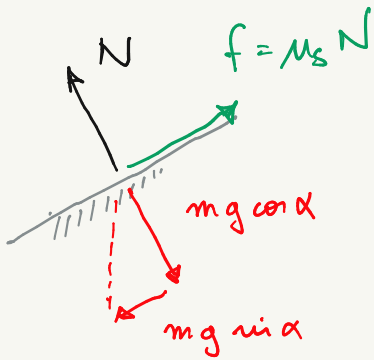
$$= N_y = mg \cos \alpha$$

$$\begin{bmatrix} 0 \\ N \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mu_s N \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -mg \sin \alpha \\ -mg \cos \alpha \end{bmatrix} = 0$$

$$\vec{N} = \begin{bmatrix} 0 \\ mg \cos \alpha \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} N_x \\ N_y \end{bmatrix}$$

$$\vec{f} = \begin{bmatrix} \mu_s mg \cos \alpha \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f_x \\ f_y \end{bmatrix}$$

$$\begin{array}{l} N \\ \mu_s mg \cos \alpha = mg \sin \alpha \\ \underbrace{mg \cos \alpha}_N = mg \cos \alpha \end{array}$$



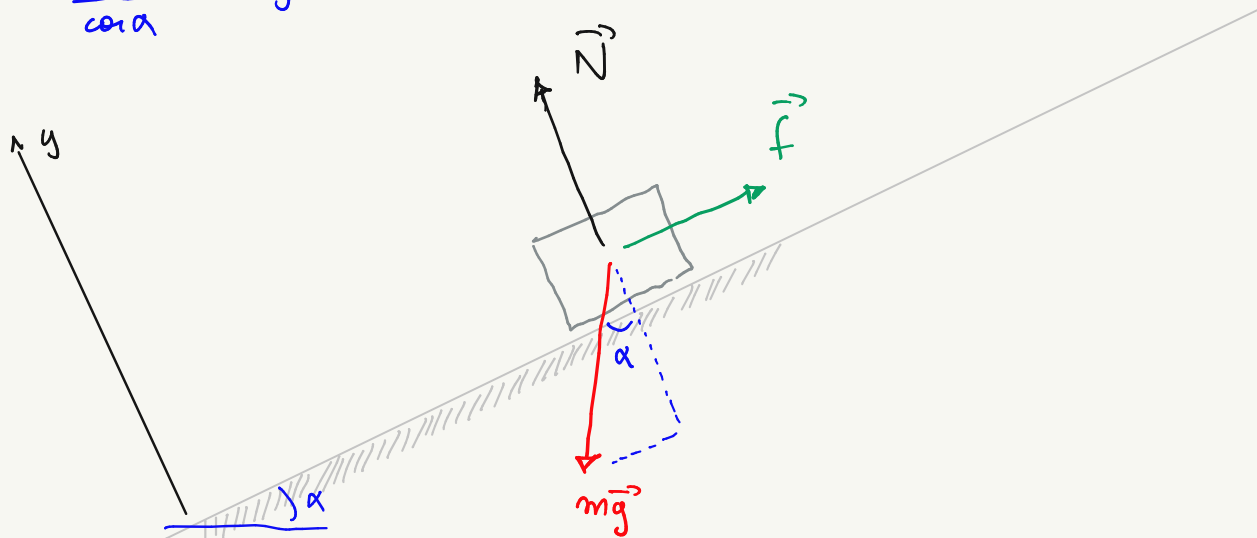
MODELE
FROTTEMENT
 $f = \mu_s N$

$$\begin{aligned} \mu_s \overbrace{mg \cos \alpha}^N &= mg \sin \alpha \\ \underbrace{mg \cos \alpha}_N &= mg \cos \alpha \quad \dots \text{OK :-)} \end{aligned}$$

$$\mu_s = \tan \alpha$$

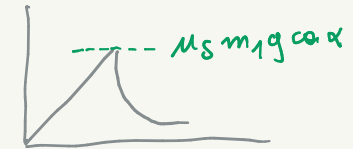
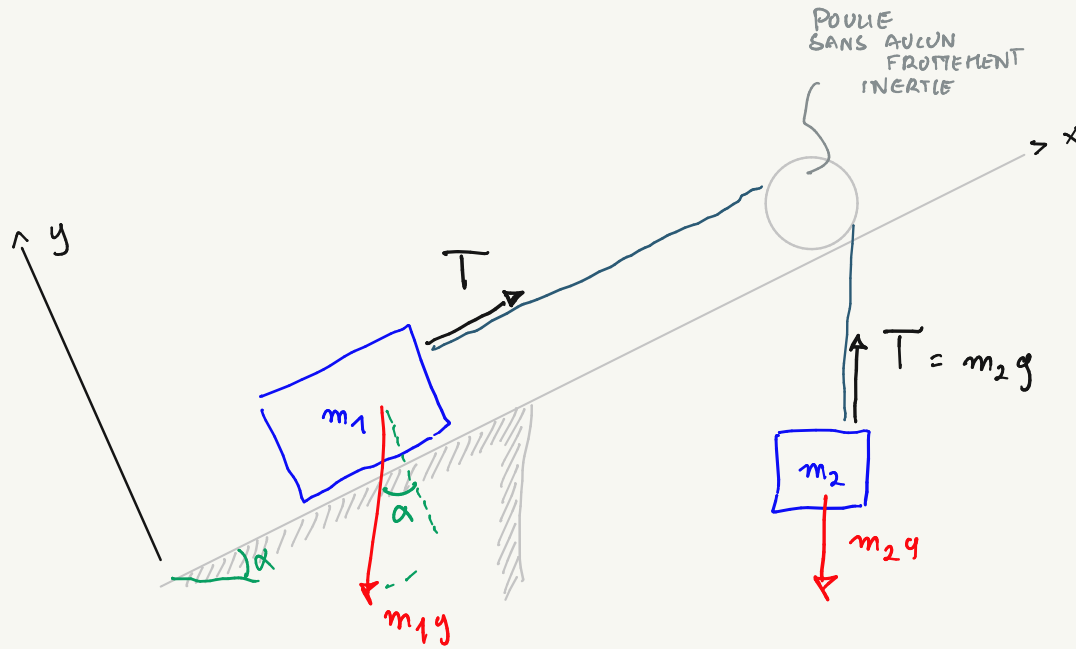
$$\mu_s \cancel{mg} \cos \alpha = \cancel{mg} \sin \alpha$$

$$\mu_s = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = \tan \alpha$$

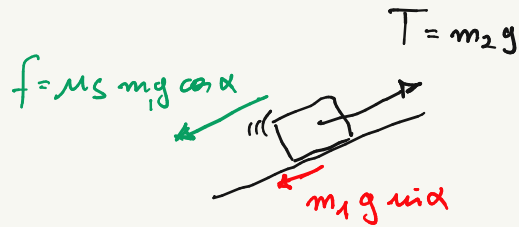


3

EXEMPLE



CAS 1

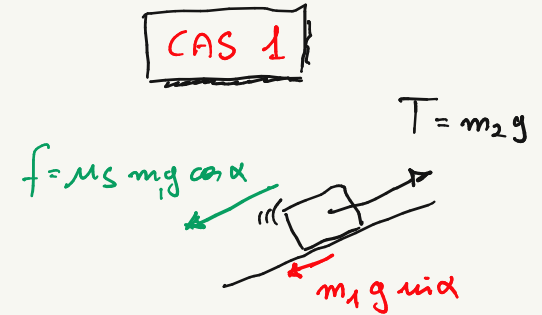
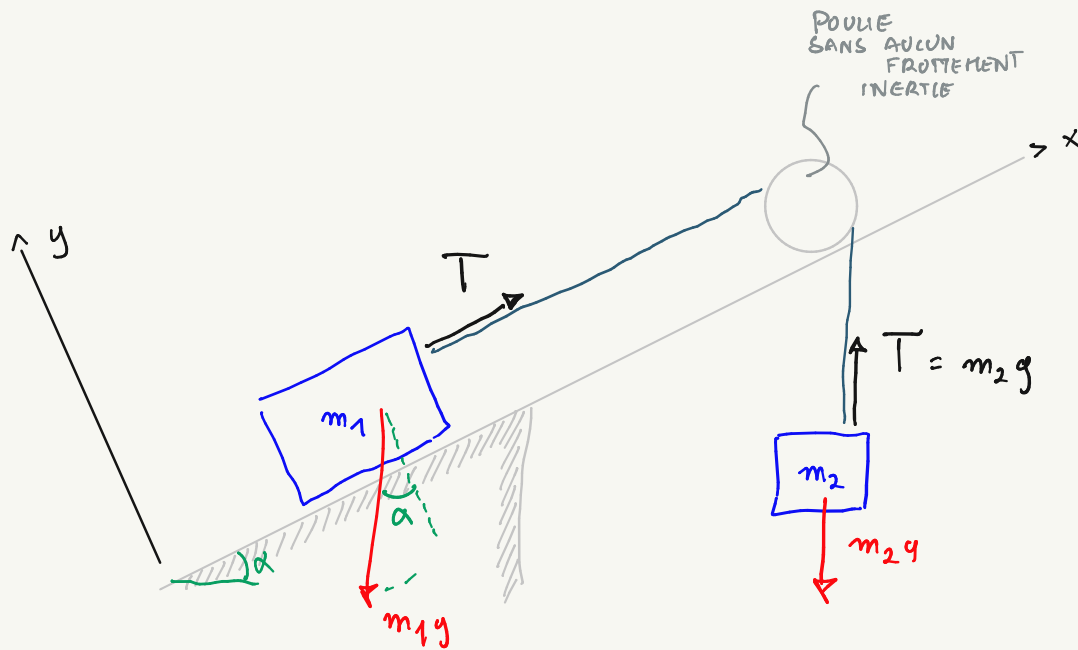


$$m_1 g \sin \alpha + \mu_s m_1 g \cos \alpha$$

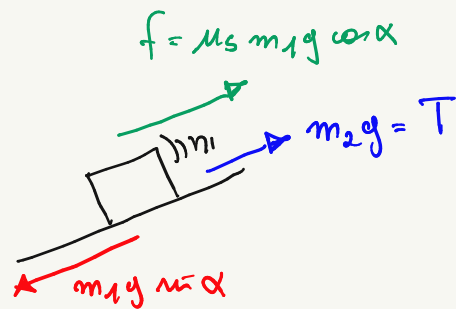
IT MOVES !

$m_2 g$

IT DOES NOT MOVE



CAS 2



IT MOVES

$m_1 g \sin \alpha > m_2 g + \mu_s m_1 g \cos \alpha$

IT DOES NOT MOVE

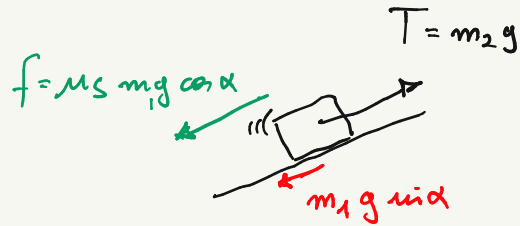
$$m_1 g \sin \alpha + f < m_2 g < m_1 g \sin \alpha - f$$

IT MOVES



IT MOVES

CAS 1



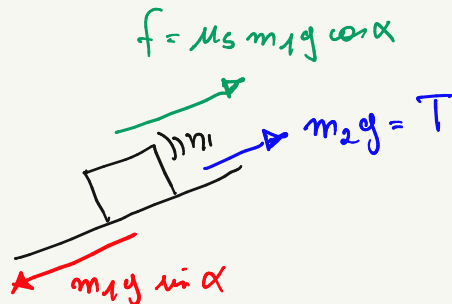
$$m_1 g \sin \alpha + \mu_s m_1 g \cos \alpha$$

IT MOVES !

$$m_2 g$$

IT DOES NOT MOVE

CAS 2



IT MOVES

$$m_1 g \sin \alpha$$

$$m_2 g + \mu_s m_1 g \cos \alpha$$

IT DOES NOT MOVE

$$\begin{array}{c}
 \overbrace{4,3} \\
 m_1 g \sin \alpha + f < \overbrace{20}^{m_2 g} < \underbrace{m_1 g \sin \alpha - f}_{0,7}
 \end{array}$$

OK

IT MOVES

OK

IT MOVES

EXEMPLE NUMERIQUE

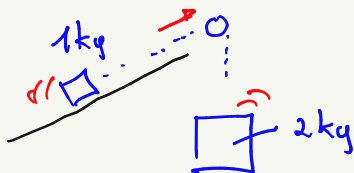
$$m_1 = 1 \text{ kg}$$

$$m_2 = 2 \text{ kg}$$

$$\alpha = 30^\circ$$

$$\mu_s = 0.5$$

$$\mu_c = 0.4$$



$$m_1 g = 10 \text{ N}$$

$$m_1 g \sin \alpha = 5 \text{ N}$$

$\frac{1}{2}$

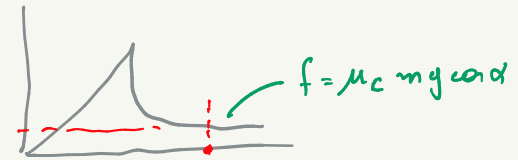
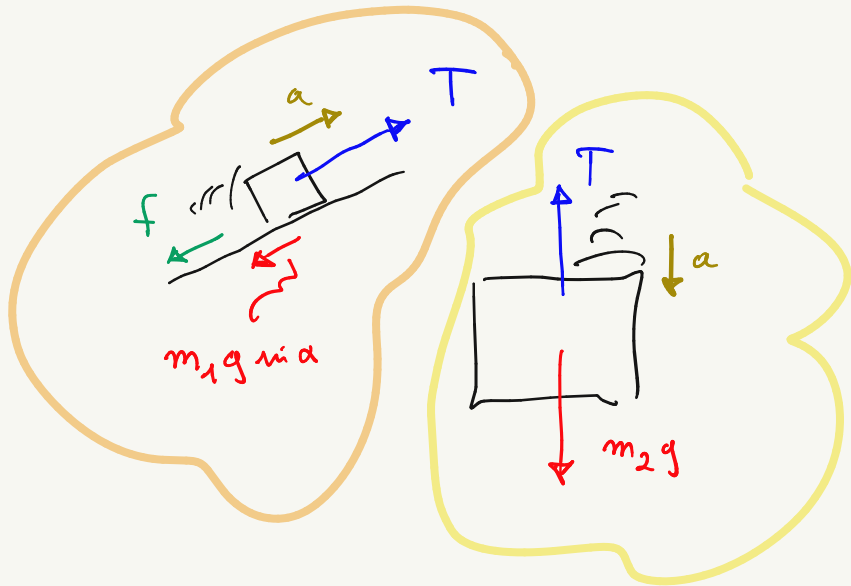
$$f = \mu_s m_1 g \cos \alpha$$

$\frac{1}{2}$ 10 $\frac{\sqrt{3}}{2}$

$4,3$

$$m_2 g = 20 \text{ N}$$

ET L'ACCELERATION ?



$$m_2 a = m_2 g - T$$

$$T = m_2 g - m_2 a$$

IT MUST !!

$$a = 3,85 \text{ m/s}^2 < 9,81$$

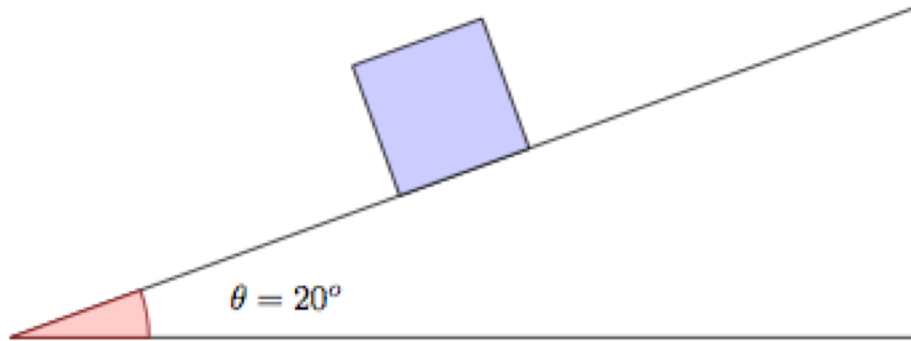
$$T = 12,3 \text{ N} < 20$$

IT MUST !!!

$$m_1 a = T - m_1 g \sin \alpha - \mu_c m_1 g \cos \alpha$$

$$= m_2 g - m_2 a - m_1 g \sin \alpha - \mu_c m_1 g \cos \alpha$$

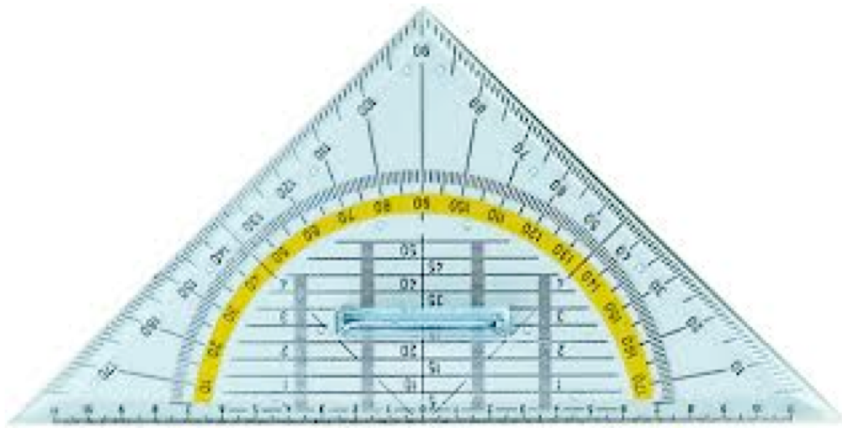
$$\underbrace{(m_1 + m_2)}_3 a = \underbrace{m_2 g}_{20} - \underbrace{m_1 g \sin \alpha}_5 - \underbrace{\mu_c m_1 g \cos \alpha}_{4,3}$$



Comment choisir
les axes...

Skieur de 60 kg qui glisse parfaitement

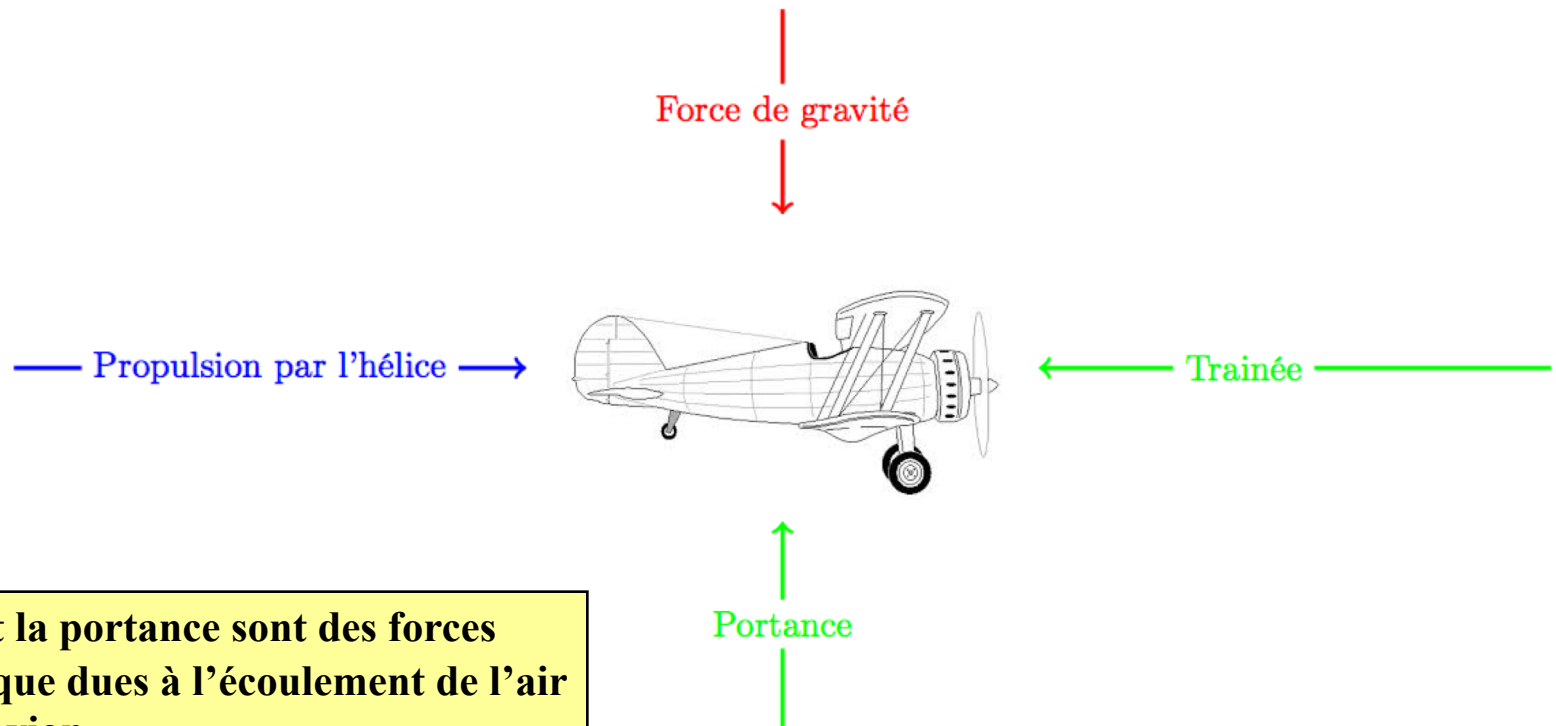
Comment calculer son accélération et la force exercée par le sol sur le skieur ?



Matériel
réellement
indispensable
pour l'examen !



Et quid du frottement de l'air sur un avion ?



La trainée et la portance sont des forces aérodynamique dues à l'écoulement de l'air autour de l'avion.

Ces forces grandissent avec la vitesse de l'avion et sont nulles à vitesse nulle !

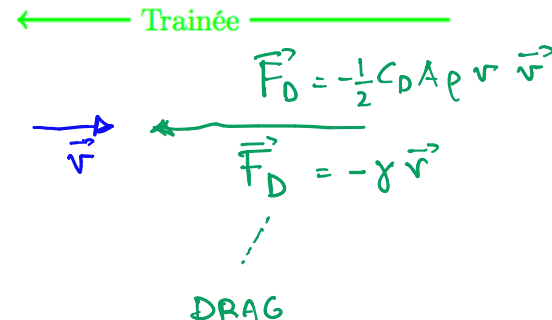
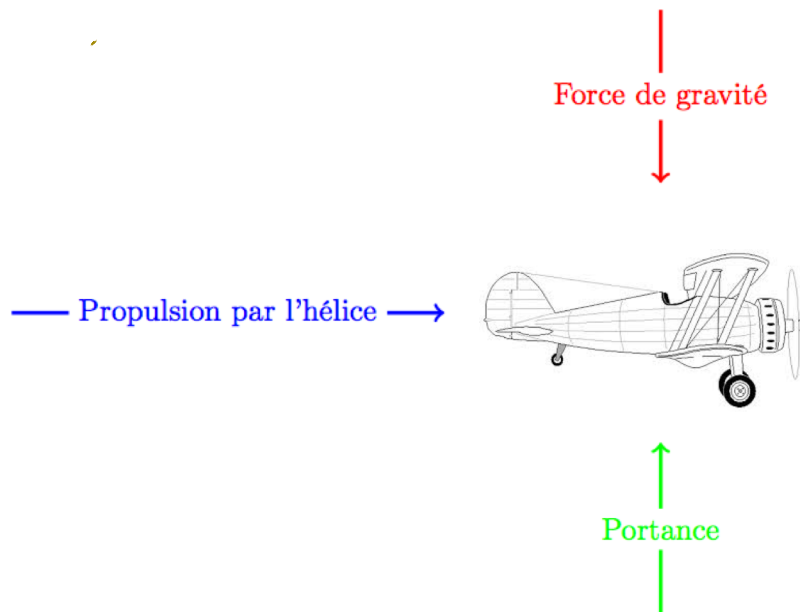
Coefficients de frottements

A haute vitesse, le module de la trainée (et de la portance) est proportionnel au carré de la vitesse !

$$\vec{F}_D = - \underbrace{\frac{1}{2} C_D \rho A v}_{k} \vec{v}$$

$$\vec{F}_D = -\gamma \vec{v}$$

A basse vitesse, la force de résistance est proportionnelle à la vitesse !

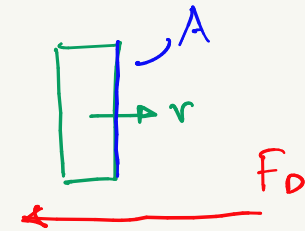
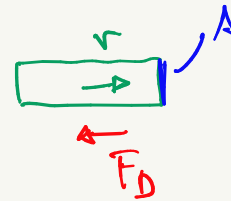
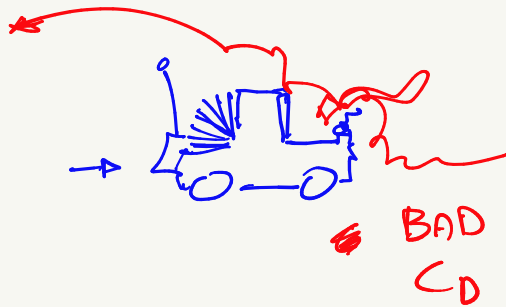


$$F_D = \frac{1}{2} C_D A \rho v^2$$

COEFF
FORTIE

AIRE
PROJETEE
DU CORPS
EN MOVEMENT

MASSSE
VOLUMIQUE



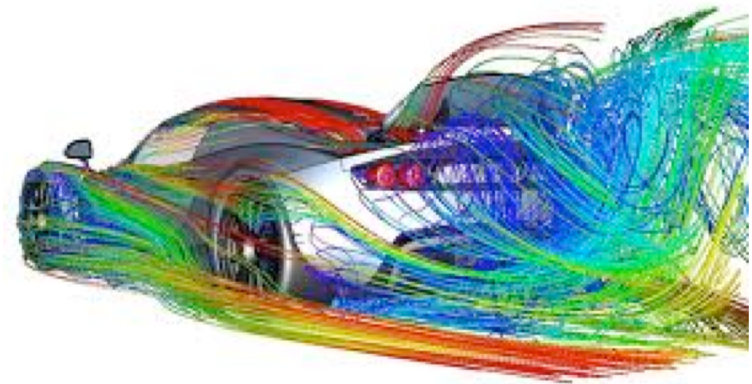
Aujourd'hui,
on peut calculer
l'écoulement et
prédire exactement
ces forces !

A haute vitesse, le module de la trainée
(et de la portance) est proportionnel au
carré de la vitesse !

$$\vec{F}_D = - \underbrace{\frac{1}{2} C_D \rho A}_{k} v \vec{v}$$

$$\vec{F}_D = -\gamma \vec{v}$$

A basse vitesse, la force de résistance
est proportionnelle à la vitesse !



Pourquoi mettre des ailerons aux voitures de formule 1 ?

Voitures légères et profilées !

Peu d'inertie !

Peu de trainée !

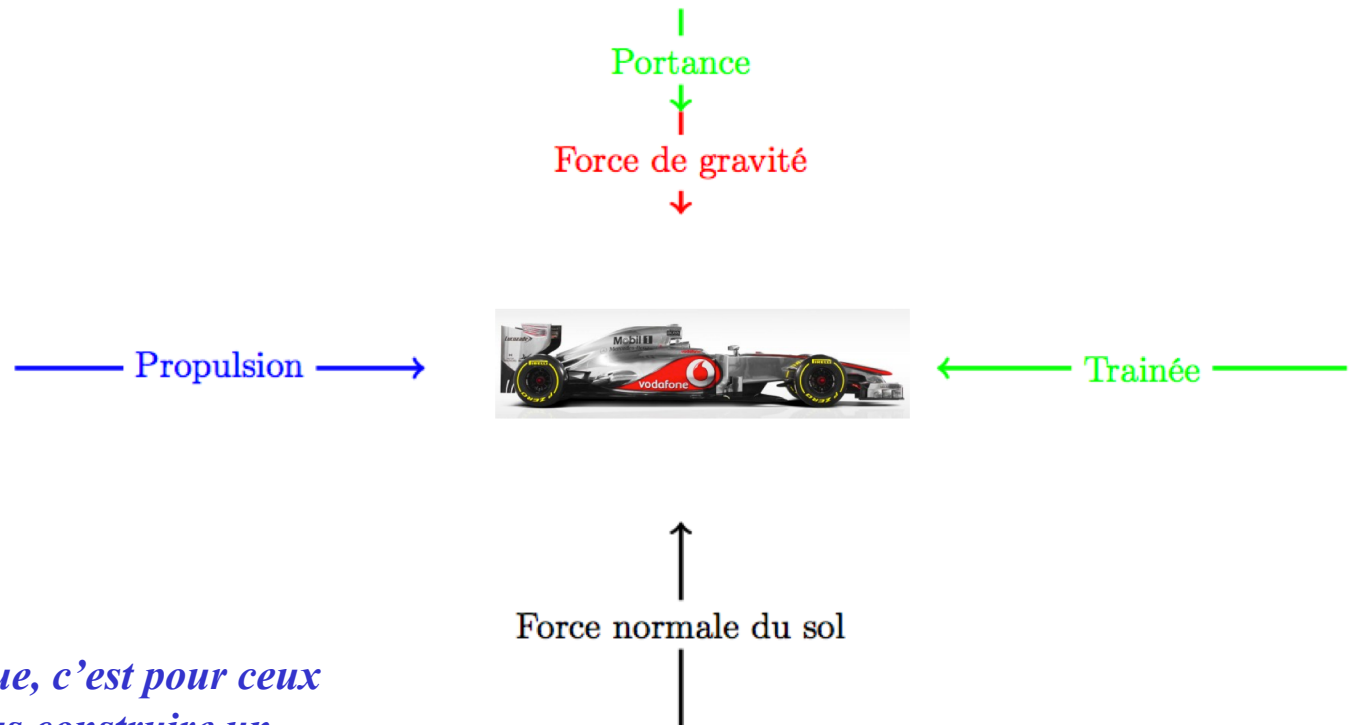
Mais pas de tenue de route (car petite force normale)

Les ailerons créent une portance dirigée vers le bas.

Meilleure tenue de route (car plus grande force normale)

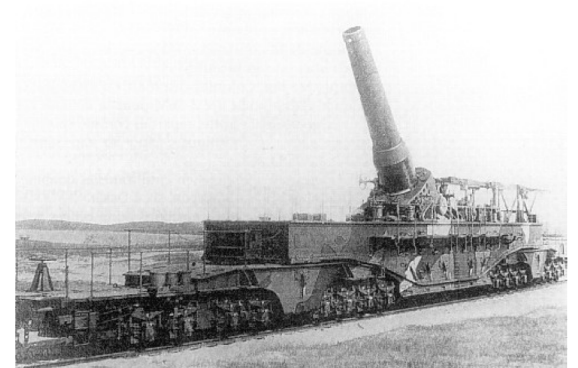
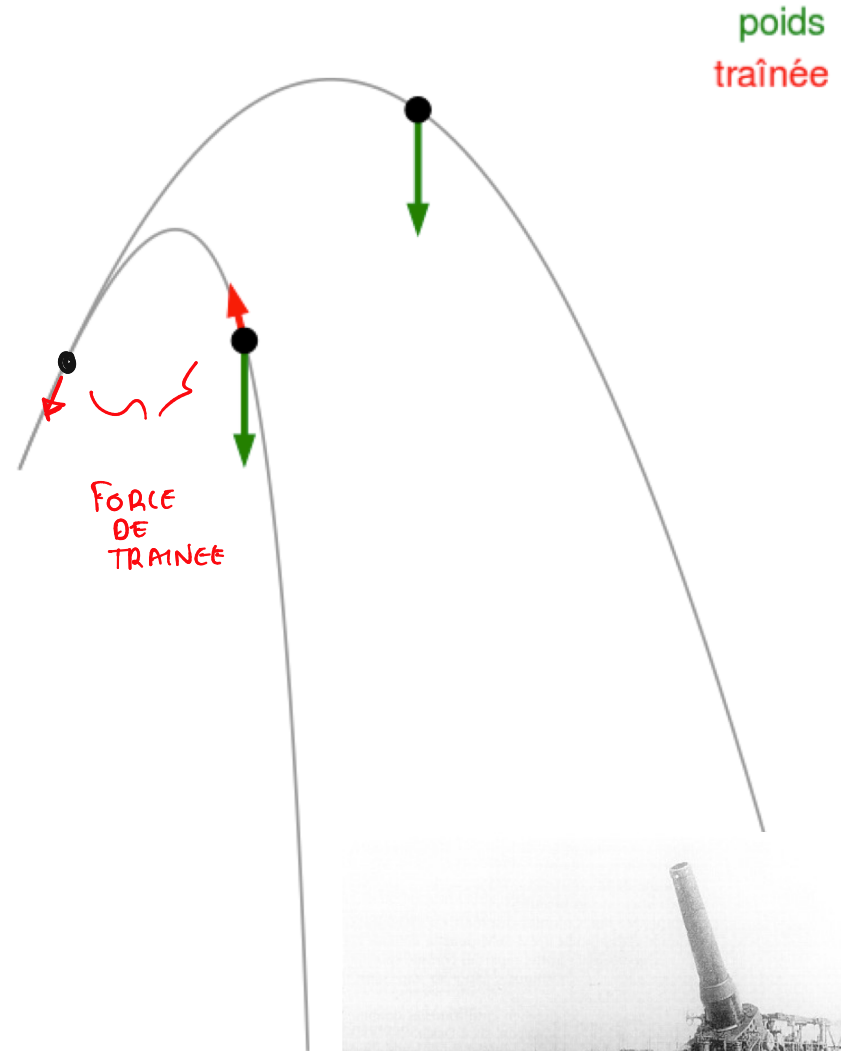


Pourquoi mettre des ailerons aux voitures de formule 1 ?



*L'aérodynamique, c'est pour ceux
qui ne savent pas construire un
moteur (attribué à Enzo Ferrari)*

Effet
de la friction
de l'air
sur la trajectoire
d'un obus...

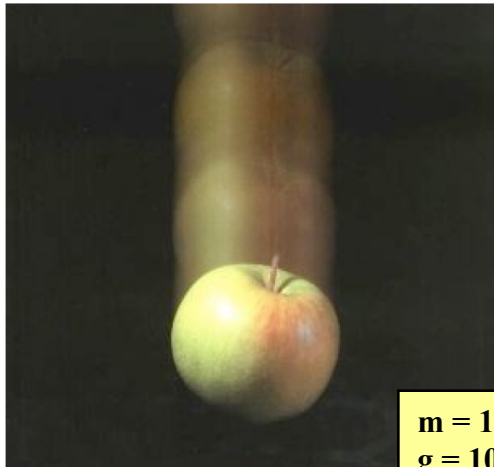


Chute libre sans trainée

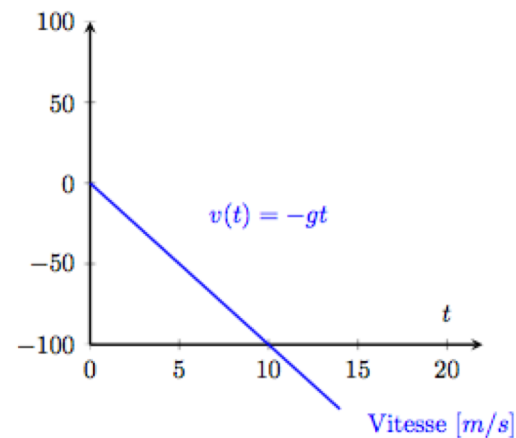
$$m \frac{dv}{dt}(t) = -mg$$

En imposant que $v(0) = 0$

$$v(t) = -g t$$



m = 1 kg
g = 10 m/s²



Chute libre avec trainée

Obtenir cette solution nécessite le calcul différentiel et ne vous sera pas demandé : c'est promis !

Par contre, vous **devez pouvoir vérifier** que cette expression de la vitesse satisfait la loi de Newton !

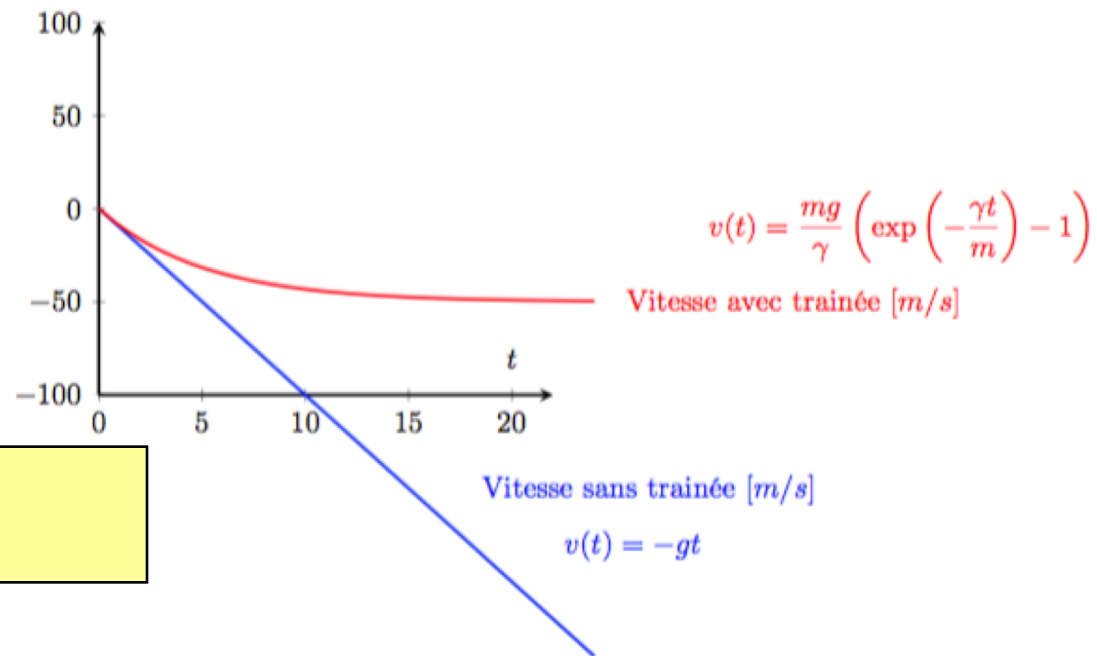


$m = 1 \text{ kg}$
 $g = 10 \text{ m/s}^2$
 $\gamma = 0.2 \text{ kg/s}$

$$\underbrace{m \frac{dv}{dt}(t)}_{\text{ACCELERATION}} = -mg - \underbrace{\gamma v(t)}_{\text{FORCE DE TRAINÉE}}$$

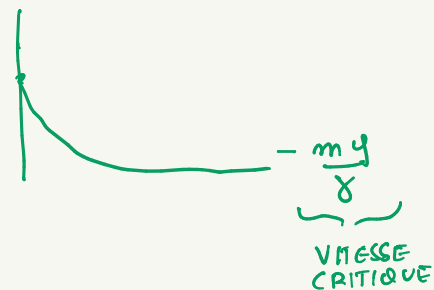
En imposant que $v(0) = 0$

$$v(t) = \frac{mg}{\gamma} \left(\exp\left(-\frac{\gamma t}{m}\right) - 1 \right)$$





$$m \underbrace{\frac{dv}{dt}}_{v'(t)} = -mg - \gamma v(t)$$



$$v(0) = 0$$

$$v(t) = \frac{mg}{\gamma} \left[\exp\left(-\frac{\gamma t}{m}\right) - 1 \right]$$

$$v'(t) = \cancel{\frac{mg}{\gamma}} - \cancel{\frac{\gamma}{m}} \exp\left(-\frac{\gamma t}{m}\right)$$

$$-\cancel{mg} \exp(\dots) = -mg - \cancel{\gamma} \frac{mg}{\cancel{\gamma}} \left[\exp(\dots) - 1 \right]$$

$$-\cancel{mg} - \cancel{mg} \exp(\dots) + \cancel{mg}$$

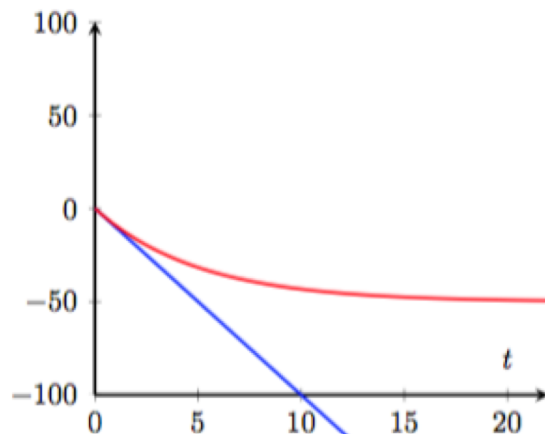
□ :-)

Progressivement
on atteint
une vitesse
limite...

$$\cancel{m \frac{dv}{dt}(t)} = -mg - \gamma v(t)$$

$$\downarrow$$

$$v_L = -\frac{mg}{\gamma}$$



$$v(t) = \frac{mg}{\gamma} \left(\exp\left(-\frac{\gamma t}{m}\right) - 1 \right)$$

Vitesse avec trainée [m/s]

Vitesse sans trainée [m/s]

$$v(t) = -gt$$

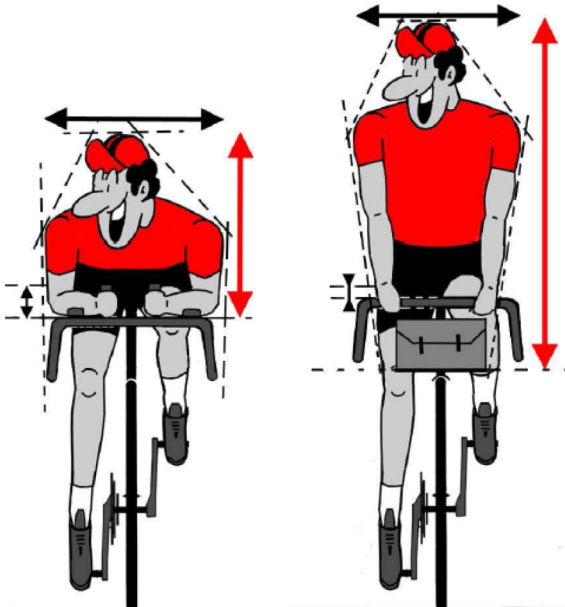
Vitesses limites

Corps	v_L (m/s)
Parachutiste en chute libre	
position verticale	85
position du saut de l'ange	55
Parachutiste	6,5
Balle de tennis de table	7
Balle de base-ball	40
Balle de golf	30
Balle en fer (2 cm de rayon)	80
Pierre (1 cm de rayon)	30
Goutte de pluie	10

Comment diminuer la trainée ?

A haute vitesse, le module de la trainée (et de la portance) est proportionnel au carré de la vitesse !

$$\vec{F}_D = - \underbrace{\frac{1}{2} C_D \rho A}_k v \vec{v}$$

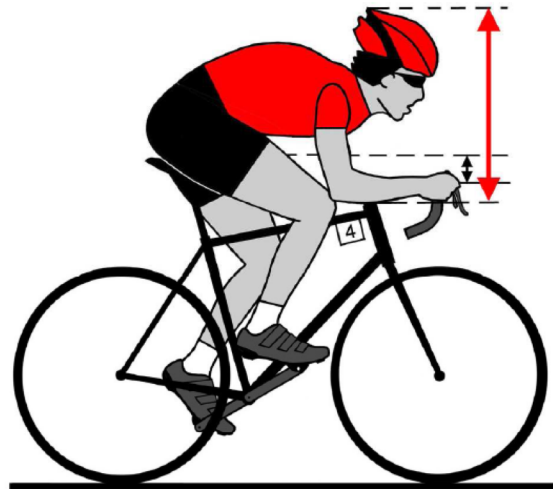
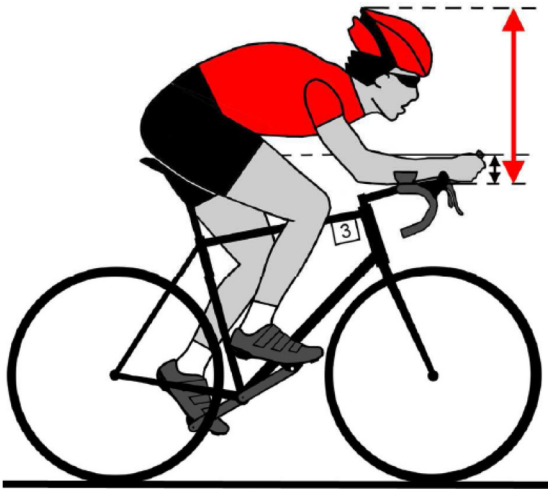


C_D coefficient adimensionnel qui dépend de la forme
 ρ masse volumique du fluide
 A aire du corps projeté sur un plan perpendiculaire au mouvement

Comment diminuer la trainée ?

A haute vitesse, le module de la trainée (et de la portance) est proportionnel au carré de la vitesse !

$$\vec{F}_D = - \underbrace{\frac{1}{2} C_D \rho A}_k v \vec{v}$$



C_D coefficient

Cylindre	1.2
Personne	0.9
Sphère	0.5
Auto	0.4
Aile d'avion	0.01

C_D coefficient adimensionnel qui dépend de la forme

ρ masse volumique du fluide

A aire du corps projeté sur un plan perpendiculaire au mouvement

Ne pas
oublier !



- Les forces de frottement tendent à s'opposer au mouvement relatif de deux corps
- Entre deux solides, on distingue le **frottement statique** et le **frottement cinétique**. La norme de la force de frottement est **indépendante de la vitesse** et est proportionnelle à la norme de la force de contact normale.
- La force de trainée due à l'écoulement d'un fluide autour d'un solide **dépend de la vitesse**, de la forme et de l'orientation du corps.
- La chute d'un corps dans un fluide tend toujours vers une situation où la trainée et la force de gravité s'annulent. On atteint alors la vitesse limite de chute.