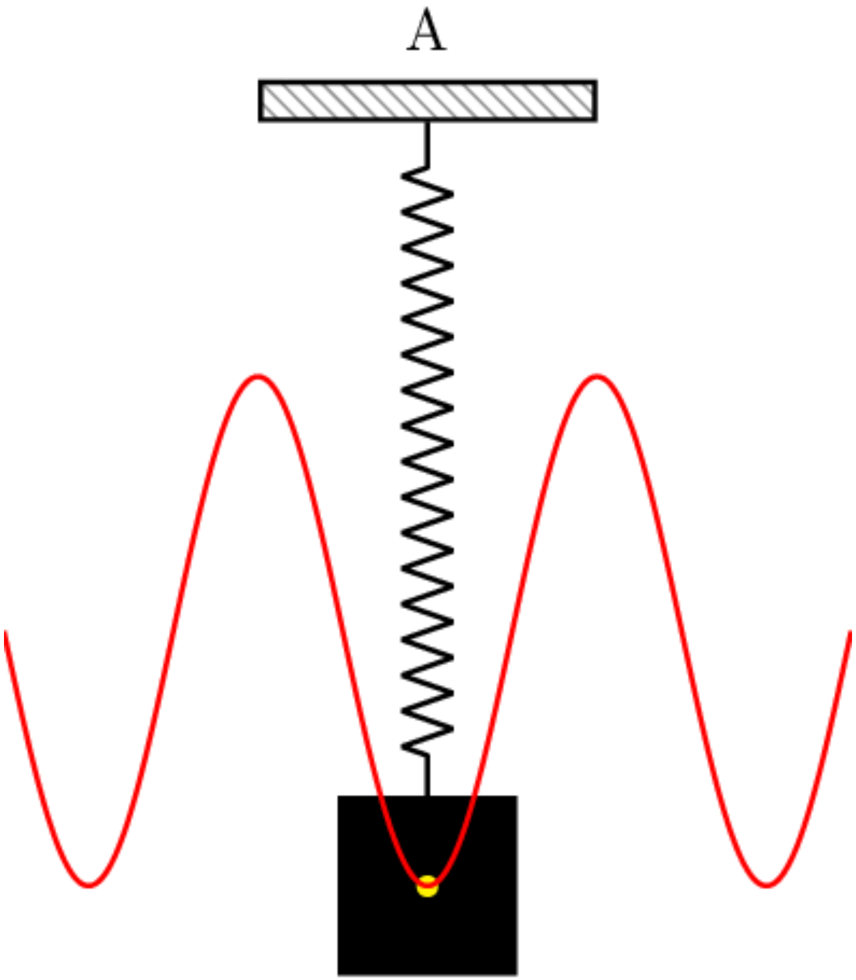
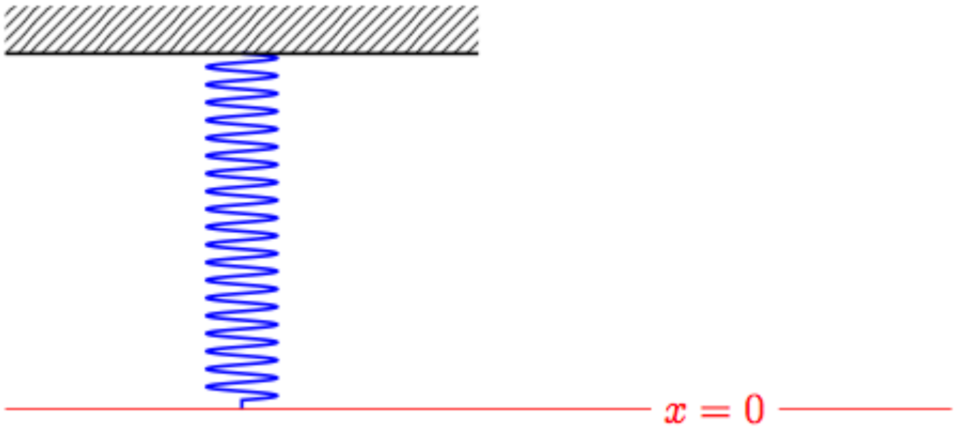
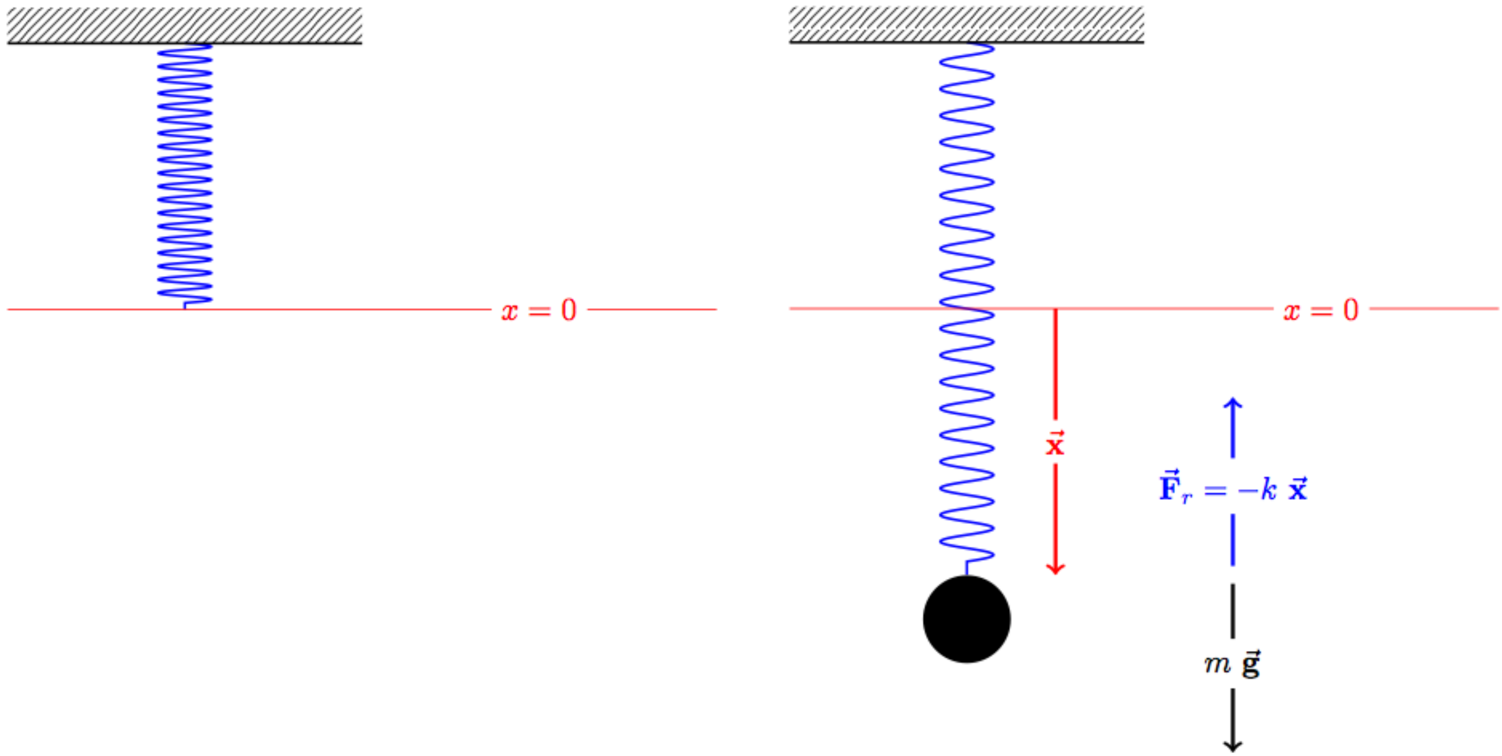


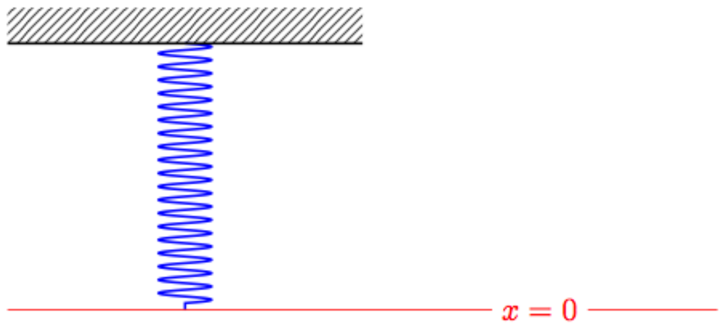
La force
de rappel
d'un ressort !

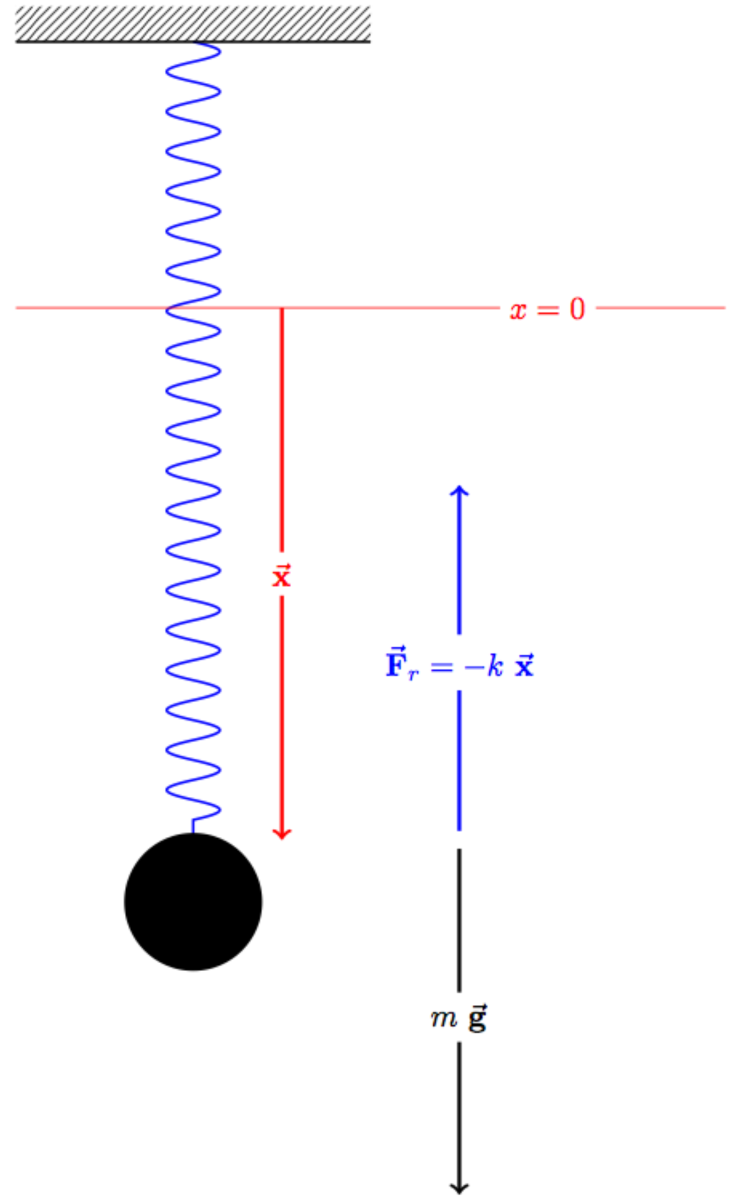


Considérons
un ressort !

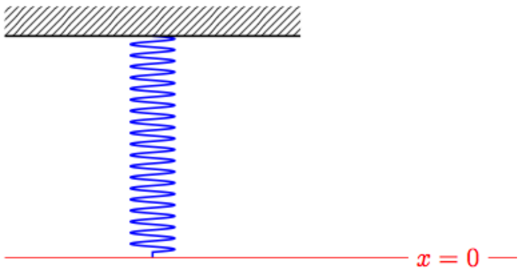


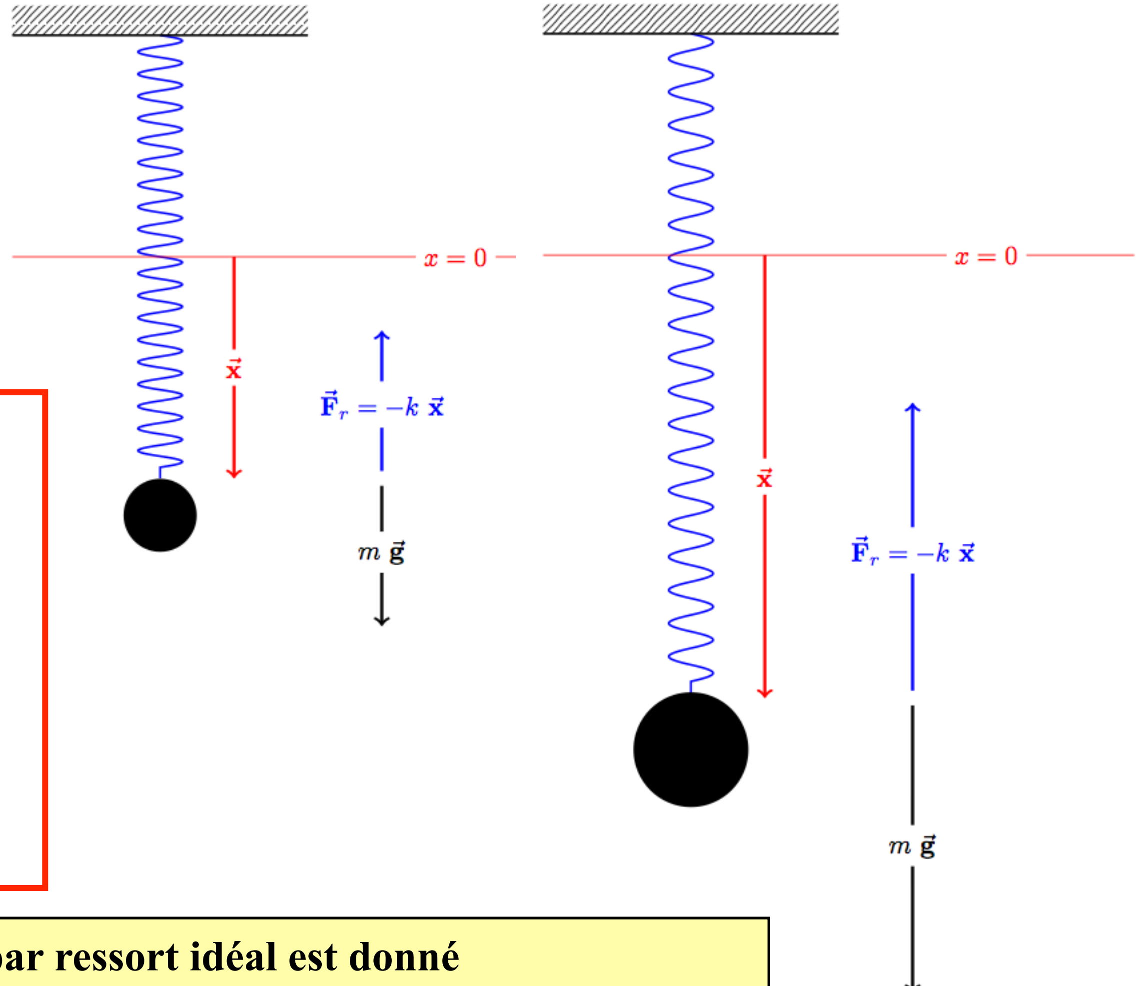
Attachons
un poids !





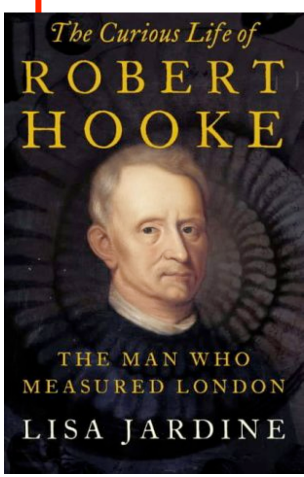
Attachons
un truc plus
lourd encore !



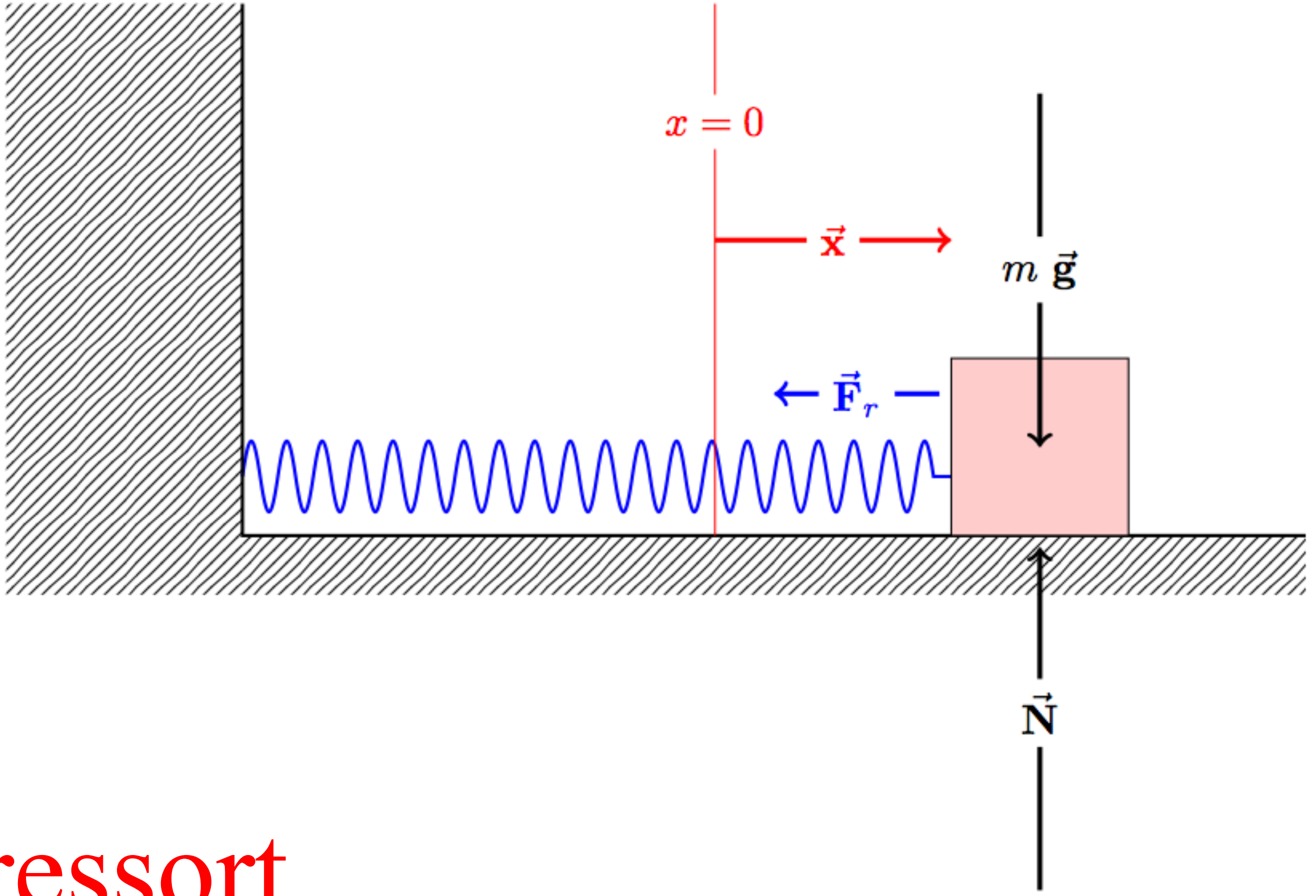


Loi de Hooke

$$\vec{\mathbf{F}}_r = -k\ \vec{\mathbf{x}}$$



La force exercée par ressort idéal est donné par la loi de Hooke.
La force s'oppose toujours à l'allongement du ressort et est proportionnelle à cet allongement.
Le facteur k est appelé constante de raideur du ressort.



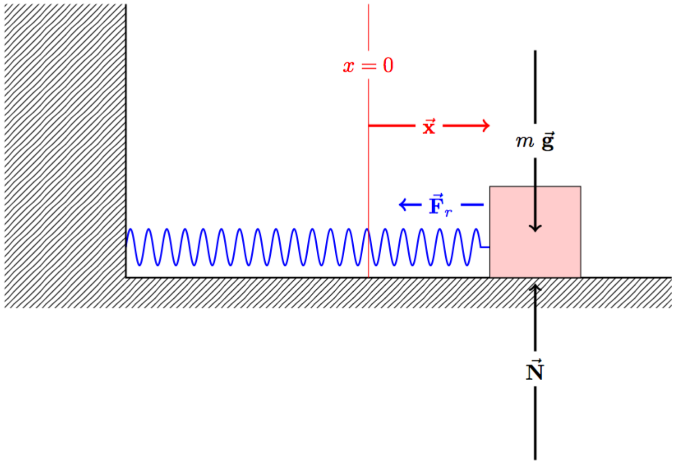
Un ressort cela oscille !

Le mouvement harmonique !

$$
\begin{aligned}
m\ a(t) &= -k\ x(t) \\
m\ \frac{d^2x}{dt^2}(t) &= -k\ x(t)
\end{aligned}
$$

$$\Big\downarrow$$

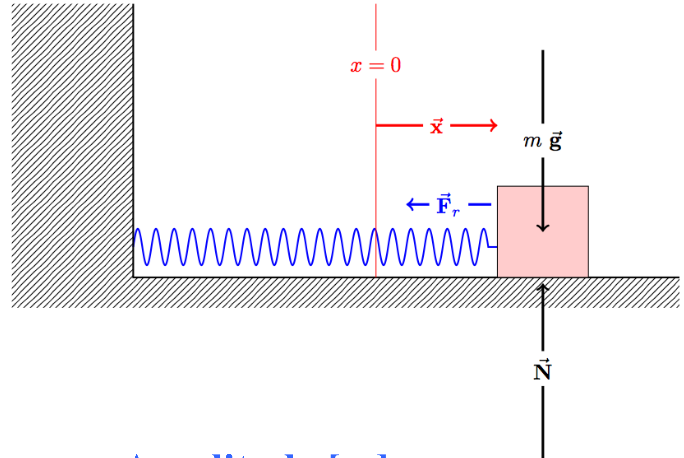
$$\frac{d^2x}{dt^2}(t) = -\frac{k}{m}\ x(t)$$

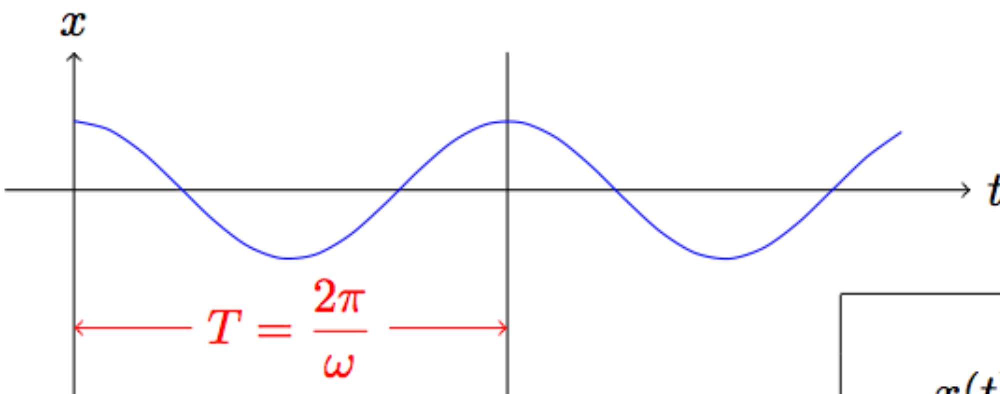


$$\boxed{\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}}$$

$$
\begin{aligned}
x(t) &= A\ \cos(\omega t + \phi) \\
x'(t) &= -\omega\ A\ \sin(\omega t + \phi) \\
x''(t) &= -\omega^2\ A\ \cos(\omega t + \phi) = -\omega^2\ x(t)
\end{aligned}
$$

Le mouvement harmonique !





Amplitude [m]

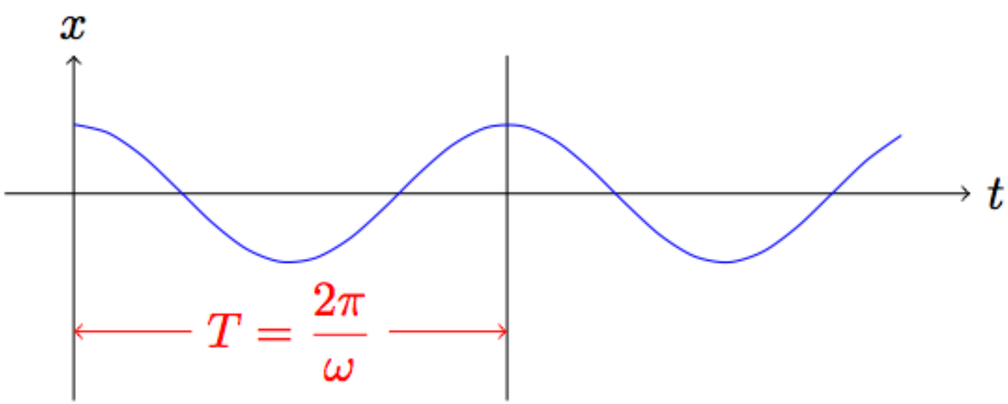
$$\boxed{x(t) = A \cos(\omega\, t + \phi)}$$

Fréquence angulaire [radian / sec]

Angle de phase [radian]

$$\boxed{\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}}$$

L'amplitude et l'angle de phase sont déterminés par les conditions initiales de position et de vitesse !



$$T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$$

$$f = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k}{m}}$$

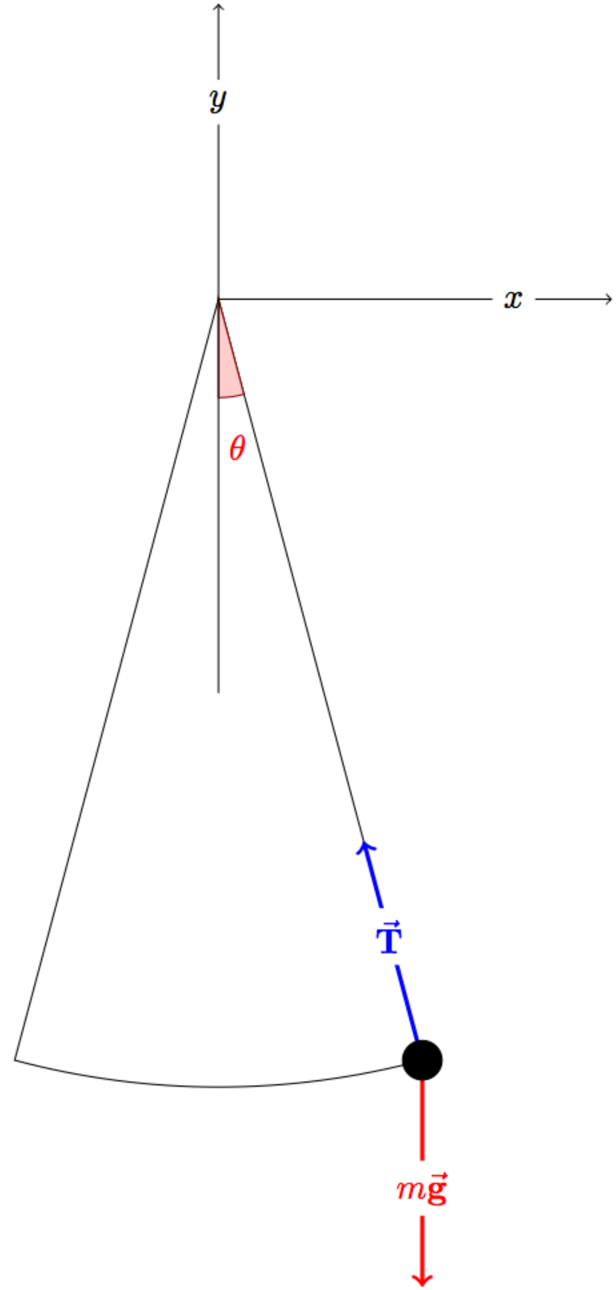
$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

Période : T

Fréquence : f

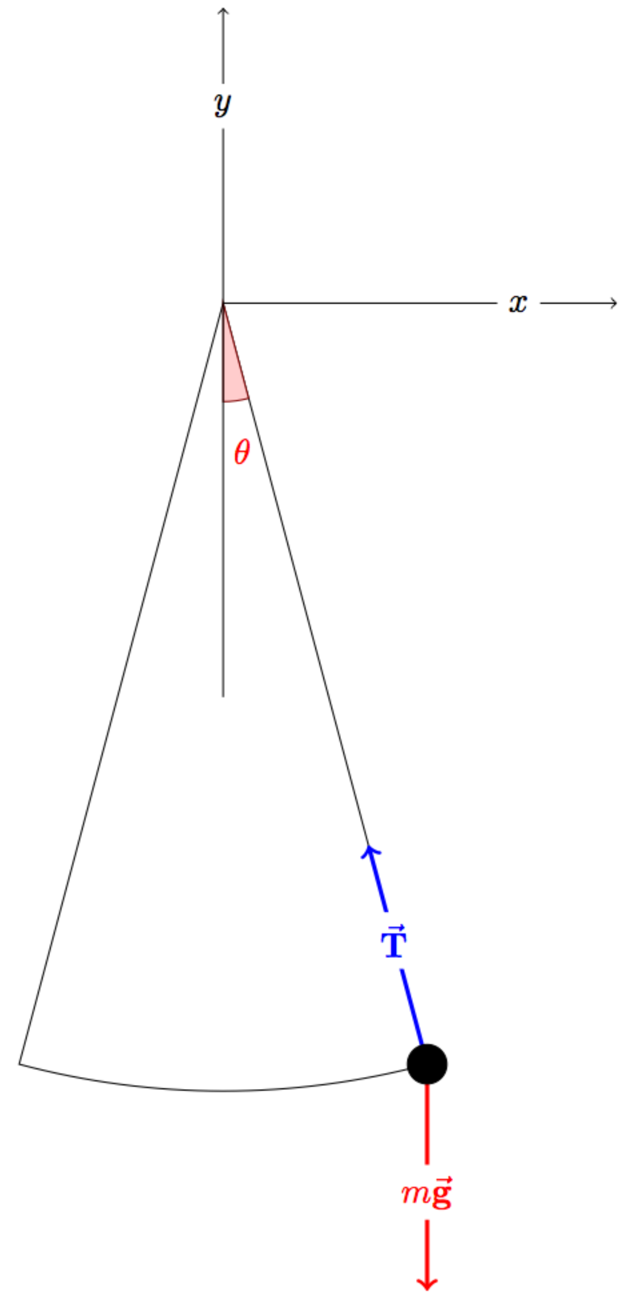
Fréquence angulaire : ω

Un pendule
cela oscille !



Dynamique du pendule !

$$\left\{ \begin{array}{rcl} m\,\dfrac{d^2x}{dt^2}(t) & = & -T\sin(\theta(t)) \\ \\ m\,\dfrac{d^2y}{dt^2}(t) & = & T\cos(\theta(t)) - mg \end{array} \right.$$



Pour des petits angles
- pas si petits d'ailleurs -
on peut simplifier !

$$\left\{\begin{array}{rcl} m\,\dfrac{d^2x}{dt^2}(t) & = & -T\,\overbrace{\sin(\theta(t))}^{=\frac{x(t)}{L}} \\ m\,\underbrace{\dfrac{d^2y}{dt^2}(t)}_{\approx 0} & = & T\,\underbrace{\cos(\theta(t))}_{\approx 1} - mg \end{array}\right.$$

$$\boxed{\frac{d^2x}{dt^2}(t) \quad = \quad -\frac{g}{L}\,x(t)}$$

$$\boxed{T \quad = \quad 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}}$$

$$\frac{d^2x}{dt^2}(t) = -\frac{g}{L}\,x(t)$$

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$$

Le pendule

$$\frac{d^2x}{dt^2}(t) = -\frac{k}{m}\,x(t)$$

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$$

Le ressort

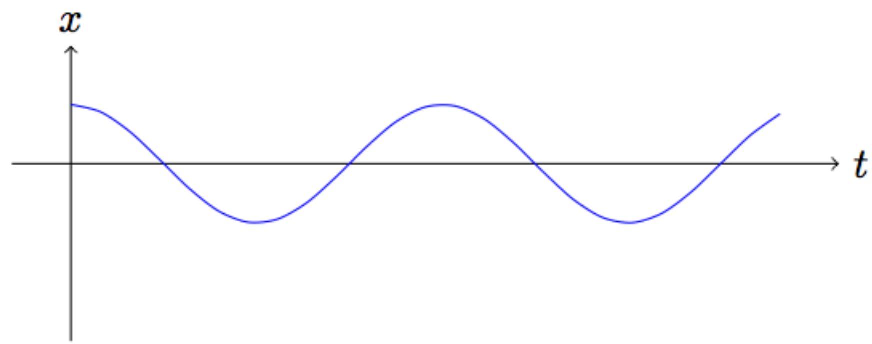
La force de rappel du ressort est conservative !

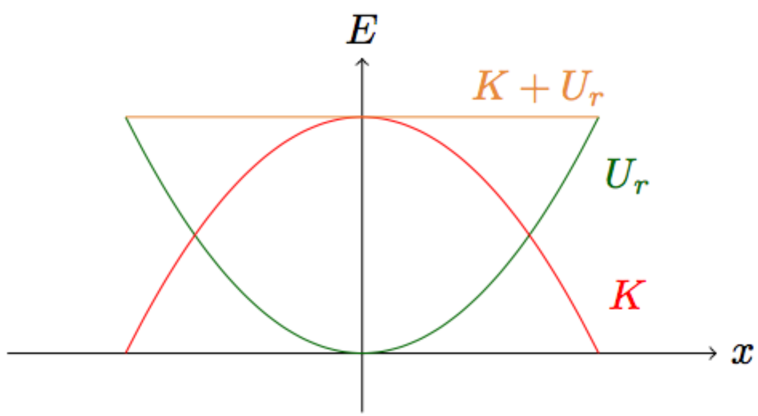
$$\underbrace{\left[\frac{1}{2}\, mv^2\right]_a^b}_{\Delta K} = \underbrace{\int_a^b -kx\; dx}_{W_r} = -\underbrace{\left[\frac{1}{2}\, kx^2\right]_a^b}_{\Delta U_r}$$

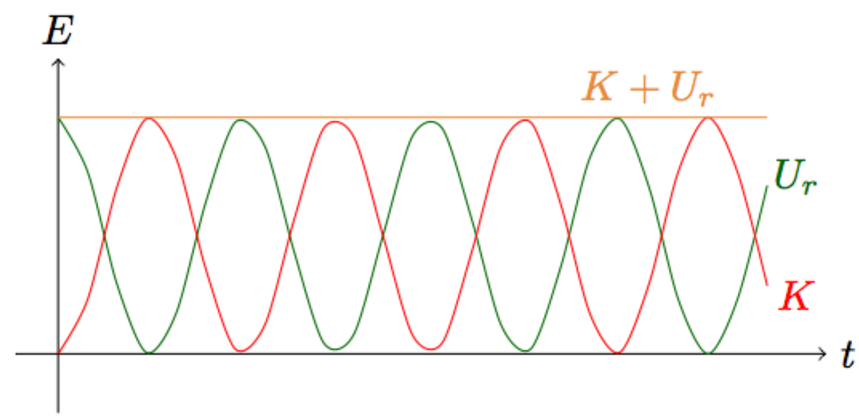
Energie cinétique

Energie potentielle

On conserve l'énergie mécanique





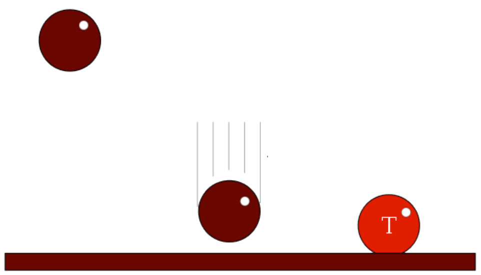


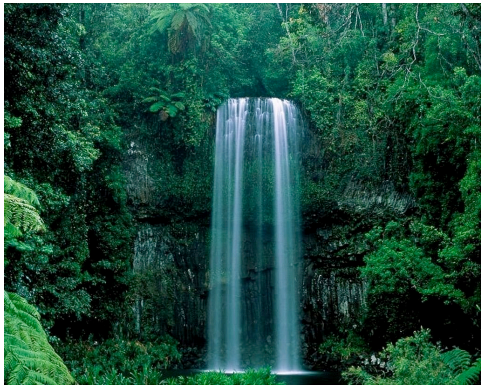
$$\underbrace{\left[\frac{1}{2}\,mv^2\right]_a^b}_{\Delta K} = \underbrace{\int_a^b -kx\;dx}_{W_r} = -\underbrace{\left[\frac{1}{2}\,kx^2\right]_a^b}_{\Delta U_r}$$

Energie cinétique

Energie potentielle

La force de gravité est conservative !

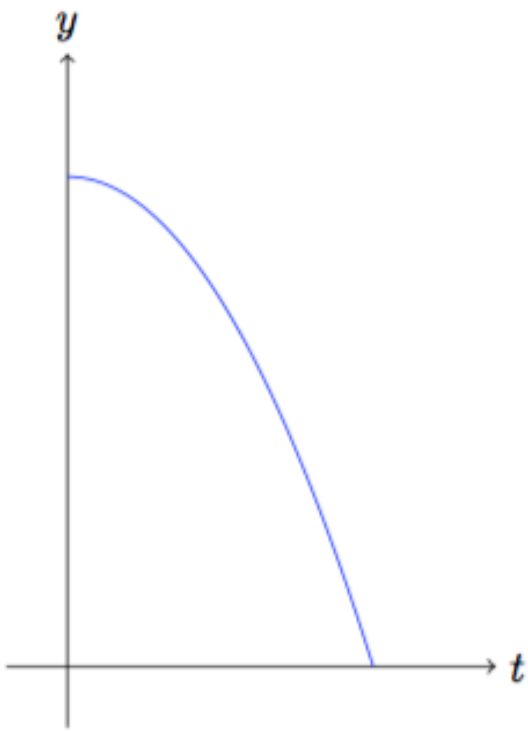




$$\underbrace{\left[\tfrac{1}{2}\,mv^2\right]_a^b}_{\Delta K} = \underbrace{\int_a^b -mg\;dy}_{W_g} = -\underbrace{\left[\,mg\;y\right]_a^b}_{\Delta U_g}$$

Energie cinétique

Energie potentielle

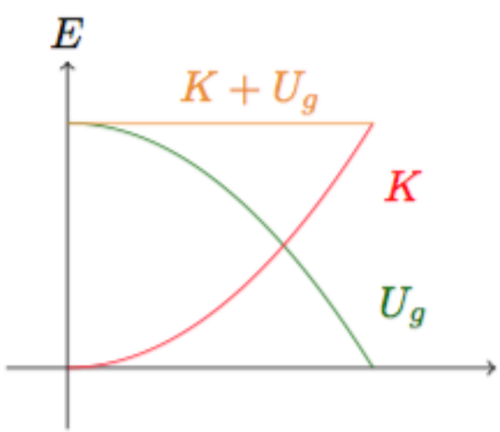


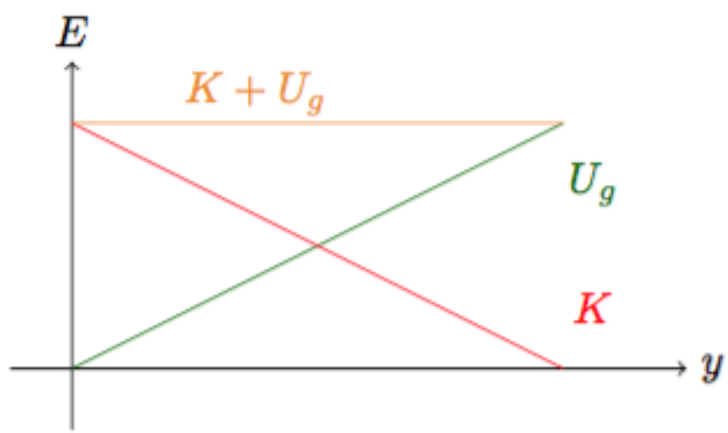
$$\underbrace{\left[\tfrac{1}{2}\,mv^2\right]_a^b}_{\Delta K} = \underbrace{\int_a^b -mg\;dy}_{W_g} = -\underbrace{\left[\,mg\;y\right]_a^b}_{\Delta U_g}$$

Energie cinétique

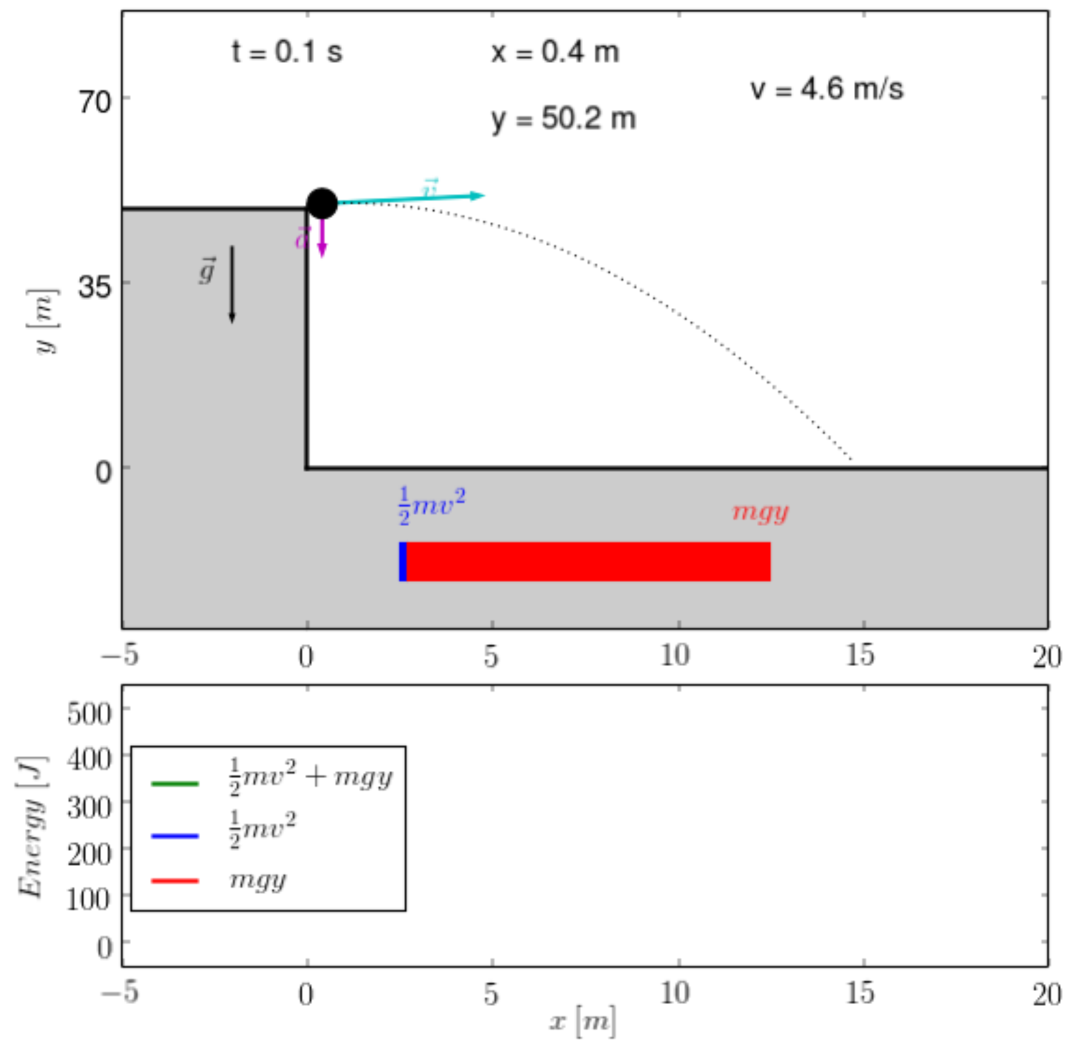
Energie potentielle

On conserve l'énergie mécanique

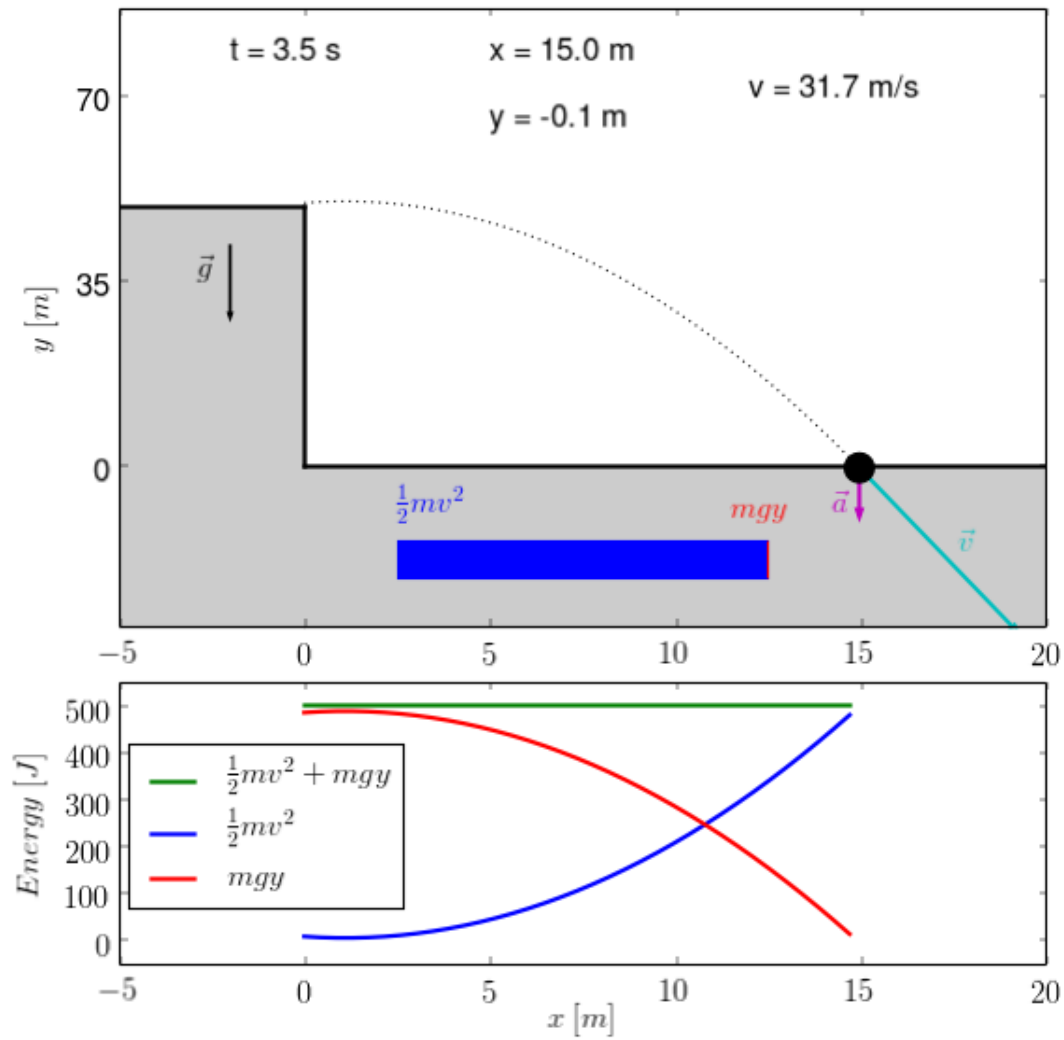




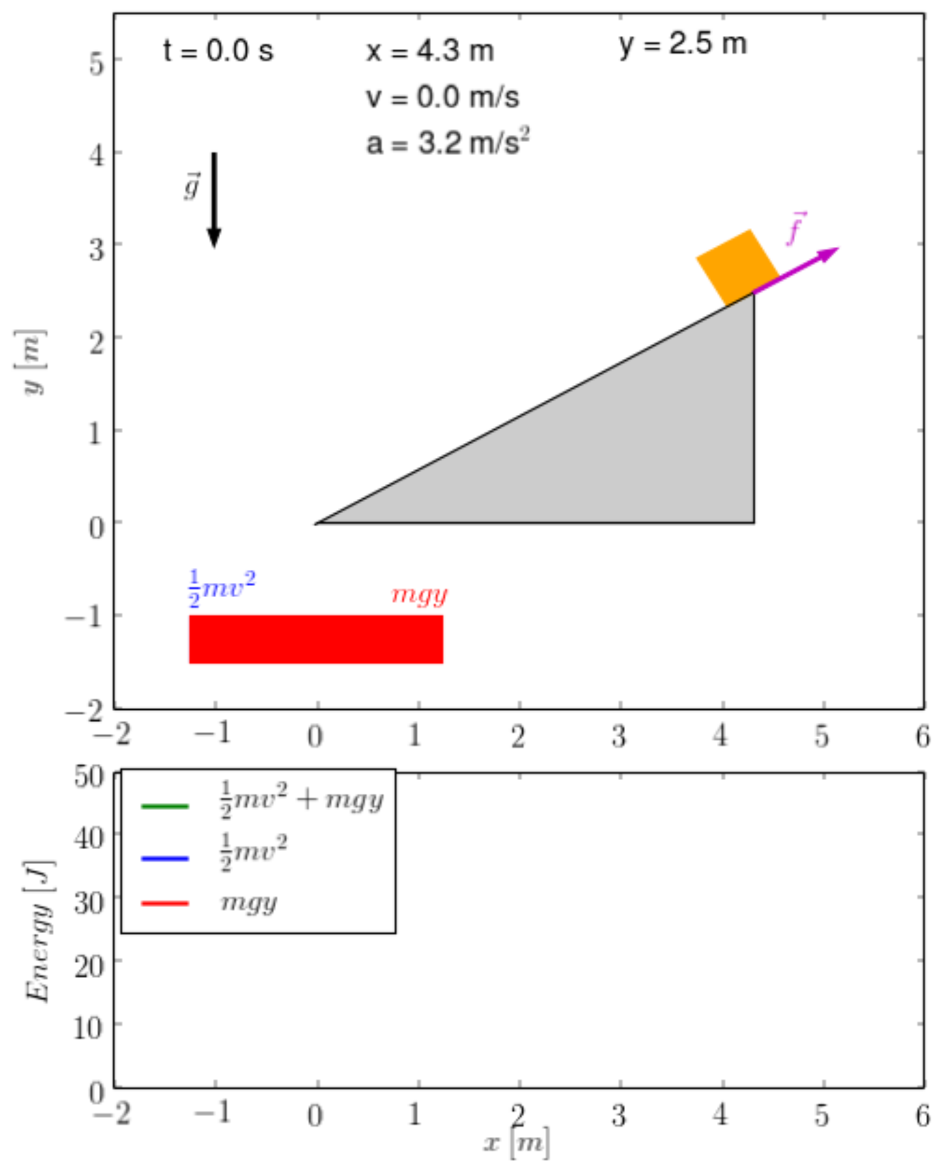
Conservation de l'énergie mécanique

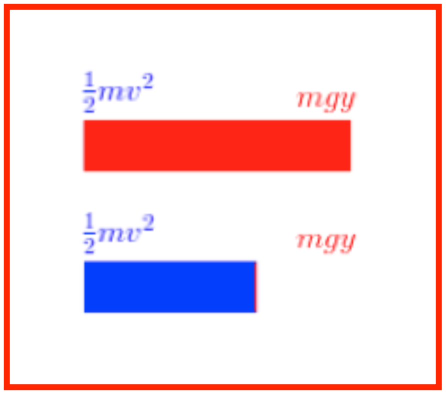


Conservation de l’énergie mécanique

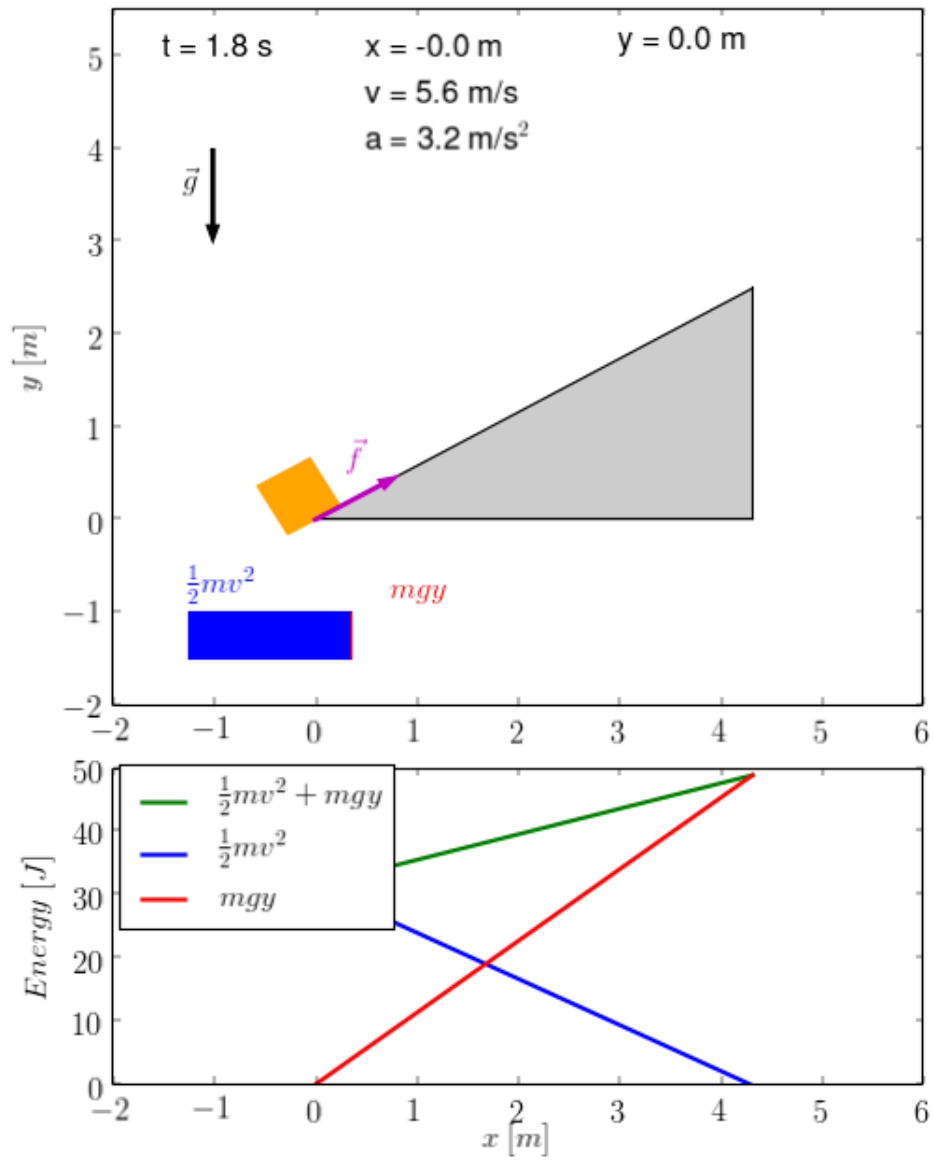


Quid du frottement ?





Une partie de l’énergie est dissipée !



Conservation de l’énergie mécanique

On conserve l’énergie mécanique dans les phases aériennes !
La trainée de l’air est négligeable

Energie potentielle du ressort

Energie cinétique

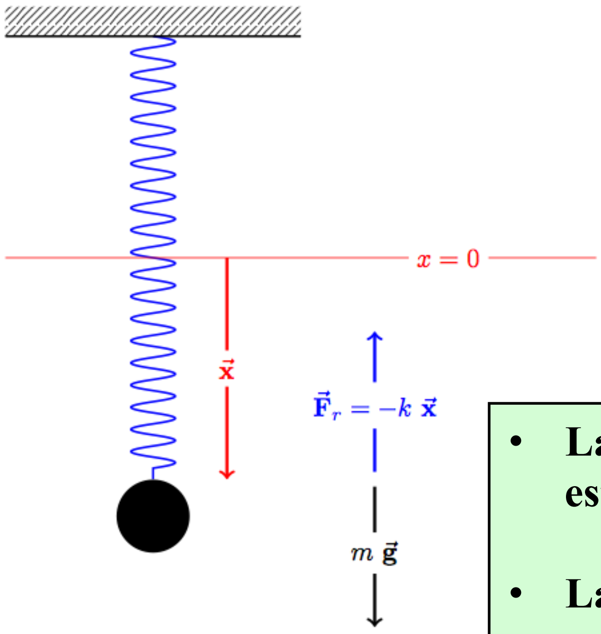
Energie potentielle de gravité

Ici, la trainée diminue l'énergie mécanique

$$0 = \frac{1}{2}\,\rho\, C_D A\, v^2 - mg$$

$$v = \sqrt{\frac{2mg}{\rho\, C_D A}}$$

http://waowen.screaming.net/revision/force&motion/skydiver.htm



- La force de rappel du ressort s'oppose à sa déformation et est proportionnelle à celle-ci : c'est la loi de Hooke.

- La force de gravité et la force du ressort sont des forces conservatives : le travail de ces forces correspondent à un transfert entre énergies potentielle et cinétique.

- Une particule soumise uniquement à des forces conservatives conserve son énergie mécanique
qui est la somme des énergie cinétique et potentielle !