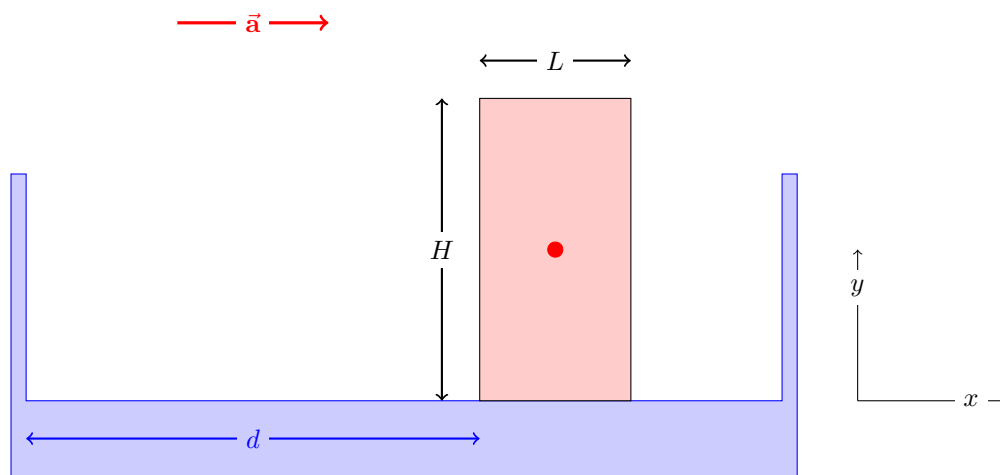


KINE11-EDPH11	
Août 2016	Introduction à la mécanique
IEPR 1011 -Rose-	Vous pouvez conserver cet énoncé !

1 Un gros bloc dans un camion...

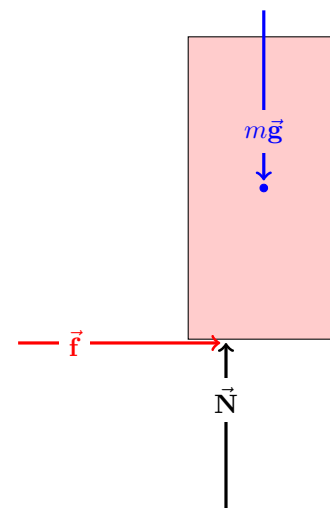
Un bloc de pierre avec une masse $m = 30$ kg est posé sur la benne d'un camion à l'arrêt. Le bloc est situé à une distance $d = 0.60$ m de l'extrémité arrière de la benne. A l'instant $t = 0$, la camion démarre avec une accélération constante $a = 10$ m/s². Ensuite, sous l'effet de l'accélération du camion, le bloc va glisser (sans basculer !) sur la benne. Les coefficients de frottement statique entre le bloc et la benne du camion est $\mu_s = 0.8$, tandis que le coefficient dynamique est $\mu_c = 0.7$. La hauteur H et la base L du bloc sont inconnus.



1. Dessiner l'ensemble des forces qui s'appliquent sur le bloc pendant son déplacement sur la benne. Y indiquer clairement le nom et la notation habituelle pour chacune des forces.

Il faut donc citer :

- Force de gravité : $m\vec{g} = \begin{bmatrix} 0 \\ -mg \end{bmatrix}$
- Force normale du sol : $\vec{N} = \begin{bmatrix} 0 \\ mg \end{bmatrix}$
- Force de frottement dynamique : $\vec{f} = \begin{bmatrix} \mu_c mg \\ 0 \end{bmatrix}$



Attention, il n'y a pas de force horizontale qui pousse le bloc. Le bloc a une accélération dans la direction du camion, mais de norme plus modeste : il y a une uniquement la force de frottement

qui induit le mouvement du bloc pour qu'il reste en contact avec le camion, alors qu'initialement, ce pauvre bloc n'avait aucune envie de bouger. C'est une variante de l'exemple 6.3 du livre de référence : le frottement entre le bloc et la benne induit le mouvement du bloc et a tendance à ralentir le camion. Faire avancer le camion à vide ou avec le bloc n'est pas équivalent : le frottement s'oppose au mouvement du camion :-). Inclure une force motrice additionnelle est donc une erreur assez impardonnable qui a malheureusement été faite par beaucoup d'étudiants. Finalement, toutes les forces sont constantes et donc il s'agit à nouveau d'un simple MRUA : si, si !

Dans la réponse, on peut supposer que le bloc ne glisse pas et indiquer une force de frottement statique. Ou bien on peut aussi supposer que le bloc glisse et indiquer une force de frottement dynamique : ce qui est bien le cas ici comme cela était indiqué dans l'énoncé. En conséquence, indiquer les deux forces simultanément est aussi une erreur impardonnable : en particulier si on les indique en sens opposé !

Beaucoup d'étudiants se trompent dans le sens du frottement en pensant qu'il doit automatiquement s'opposer au mouvement : ce qui est presque toujours le cas, mais pas ici ! Toutefois, le correcteur a souvent fait preuve d'une indulgence (coupable ?) à l'égard de ces étudiants... surtout si la suite des calculs était cohérente :-)

- Calculer la valeur maximale possible pour la force de frottement statique entre le bloc et la benne. En déduire que le bloc doit glisser dans la benne du camion.

D'une part, la force de frottement statique maximale est donnée par :

$$\begin{array}{l} f_{s,max} = \mu_s mg \\ \downarrow \\ f_{s,max} = 240 \text{ N} \end{array}$$

D'autre part, si le bloc ne glisse pas dans le camion, l'accélération du bloc doit être égale à celle du camion. La loi de Newton impose que :

$$\begin{array}{l} ma = f_s \\ \downarrow \\ 300 \text{ N} = f_s \end{array}$$

On observe que f_s devrait être supérieure à $f_{s,max}$: ce qui est impossible. Le bloc doit glisser et la force de frottement doit être calculée avec le coefficient dynamique.

On conclut donc :

$$f = \mu_c mg = 210 \text{ N}$$

- Calculer l'accélération (par rapport à un repère fixe) du bloc pendant son déplacement.

En utilisant les axes définis sur la figure, on obtient immédiatement l'accélération demandée en écrivant la loi de Newton : $ma = \mu_c mg$.

L'accélération du bloc par rapport à la route est : $a = 7 \text{ m/s}^2$

Cette accélération du bloc va dans la même direction que celle du camion, mais la norme de cette accélération est inférieure à celle du camion. Bien que cela ne soit pas demandé, on pourrait ensuite déduire l'accélération relative du bloc par rapport au camion vaut : $7 - 10 = -3 \text{ m/s}^2$: c'est bien ce qu'on observe le bloc est projeté sur l'arrière du camion et va donc reculer dans la benne :-)

4. A quel instant t_c , la malle va-t-elle entrer en contact avec l'extrémité arrière de la benne ?

On calcule tout d'abord le temps nécessaire *en utilisant l'accélération relative* :

$$(a_{\text{bloc}} - a_{\text{camion}}) \frac{t_c^2}{2} = -d$$
$$\downarrow$$
$$t_c = \sqrt{\frac{2d}{3}}$$

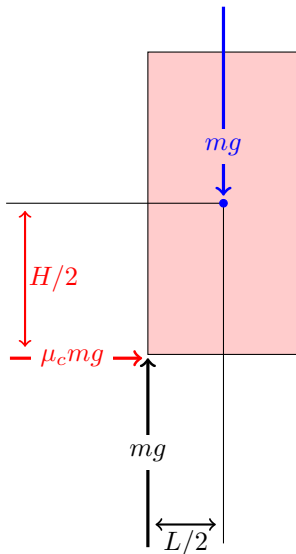
On conclut : $t_c = \sqrt{\frac{12}{30}} = \sqrt{\frac{2}{5}} = 0.63 \text{ s}$

Quasiment tous les étudiants ont bêtement et mécaniquement utilisé l'accélération absolue calculée plus haut et n'ont donc pas obtenu le bon résultat !

Evidemment, les quelques étudiants qui avaient fourni l'accélération relative à la question précédente, fournissent -ici- la bonne réponse... Mais ces étudiants qui semblent avoir mieux compris ce qui se passait, semblent refuser de me fournir l'accélération absolue dans la question précédente. En conclusion, les très rares étudiants qui ont bien répondu aux deux questions provoquaient une grande joie chez le correcteur dans un désespoir persistant qui l'habitait pendant la lecture des nombreuses copies assez surréalistes...

5. Calculer le rapport entre H et L afin que le bloc ne bascule pas sur la benne. Justifier votre réponse.

Pour éviter que le bloc ne bascule, il faut que l'équilibre de rotation soit satisfait et donc calculer le point d'application de la force de réaction du sol (composante frottement et composante normale) afin d'obtenir cet équilibre. Le cas le plus critique avant le basculement se produit lorsque la réaction s'effectue sous le coin gauche du bloc : le frottement a tendance à faire pivoter le bloc autour du centre de masse dans le sens horlogique, tandis que la réaction normale a un effet inverse.



Pour obtenir le résultat en exigeant l'équilibre des moments des deux composantes de la réaction du sol par rapport au centre de gravité du bloc.

$$\mu_c mg \frac{H}{2} = mg \frac{L}{2}$$

$$\mu_c H = L$$

On conclut :

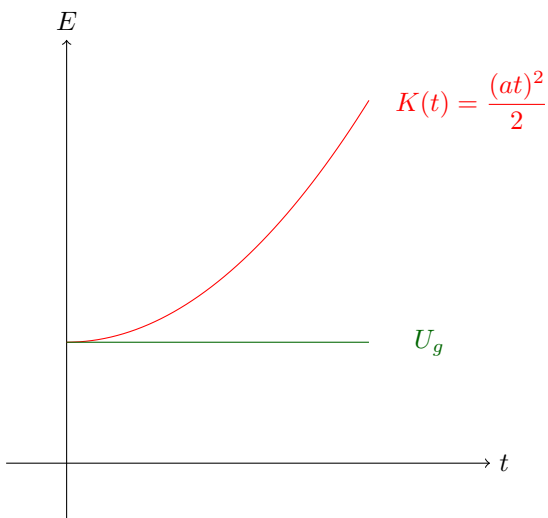
$$\frac{H}{L} \leq \frac{1}{0.70} = 1.43$$

Cela correspond bien à l'intuition : le bloc ne doit pas être trop haut et il vaut mieux le coucher sur le flanc dans le camion :-)

On pourrait aussi considérer la rotation du bloc autour du coin inférieur gauche et considérer un repère mobile : cette approche plus rigoureuse nécessiterait d'introduire une pseudo-force correspondant à l'accélération du camion et le poids du bloc : l'application de l'équilibre de rotation autour du coin inférieur gauche fournit la même condition.

6. Dessiner l'évolution de l'énergie cinétique et potentielle du bloc en fonction du temps entre les instants $t = 0$ et $t = t_c$.

L'évolution de l'énergie potentielle et cinétique *en fonction du temps* est donnée par :



L'énergie potentielle reste constante puisque le bloc reste à la même hauteur puisque la route est horizontale. L'énergie cinétique est une parabole puisqu'elle s'écrit comme un polynôme du second degré par rapport au temps.

*Un nombre vraiment très élevé d'étudiants dessinent vraiment n'importe quoi pour cette question...
Finalement, observons qu'après le choc avec l'arrière du camion, le bloc aura exactement la même
vitesse que le camion : en d'autres mots, il ira plus vite et donc son énergie cinétique fera un bon
pour rejoindre un parabole qui grandit plus vite. Et pourtant, beaucoup d'étudiants disent qu'à ce
moment, l'énergie cinétique s'annule car la vitesse relative entre le camion et le bloc s'annule : et
beh non :-)*

Répondez à chaque sous-question et uniquement à ce qui est demandé.

Soyez précis dans les graphes.

Chaque sous-question peut être résolue de manière symbolique, si les résultats précédents font défaut !

Détaillez vos calculs afin de clairement montrer votre démarche.

Pensez à encadrer les résultats principaux pour les mettre en évidence.

On utilisera $g = 10\text{m/s}^2$ dans les calculs.

2 Questions à choix multiples

Attention !

Il y a toujours une et une seule bonne réponse !

Une réponse correcte rapporte 4 points, une réponse erronée en fait perdre 1 point.

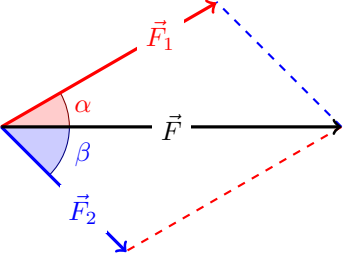
Ne rien cocher ne fait rien gagner et ne fait rien perdre.

Les données des questions sans valeurs numériques sont supposées être dans des unités cohérentes :-)

Remplir la feuille pour lecture optique avec un crayon noir bien taillé !

Gommer pour les corrections !

N'utiliser en aucun cas un correcteur liquide (Typex) pour corriger !

Q1	<p>On décompose une force \vec{F} en deux composantes \vec{F}_1 et \vec{F}_2.</p>  <p>Si on a $F = 10 \text{ N}$, $\alpha = 30^\circ$ et $\beta = 45^\circ$, on peut déduire que :</p> <p>A $F_1 = F_2 = 5 \text{ N}$</p> <p>B $F_1 = 8.3 \text{ N}$ et $F_2 = 6.2 \text{ N}$</p> <p>C $F_1 = 7.3 \text{ N}$ et $F_2 = 5.2 \text{ N}$</p> <p>D $F_1 = 7.3 \text{ N}$ et $F_2 = 8.3 \text{ N}$</p> <p>E $F_1 = 8.3 \text{ N}$ et $F_2 = 5.2 \text{ N}$</p>	<p>A <input type="checkbox"/></p> <p>B <input type="checkbox"/></p> <p>C <input checked="" type="checkbox"/></p> <p>D <input type="checkbox"/></p> <p>E <input type="checkbox"/></p>
Q2	<p>Quelles sont les unités de la constante de raideur k d'un ressort ?</p> <p>A kg/s^2</p> <p>B Nm</p> <p>C W</p> <p>D N/s</p> <p>E Aucune de quatre réponses précédentes.</p>	<p>A <input checked="" type="checkbox"/></p> <p>B <input type="checkbox"/></p> <p>C <input type="checkbox"/></p> <p>D <input type="checkbox"/></p> <p>E <input type="checkbox"/></p>
Q3	<p>Un automobiliste parcourt 400 m en 16.8 s avec un départ à l'arrêt. Son accélération constante est donnée par :</p> <p>A $a = 2.8 \text{ m/s}^2$</p> <p>B $a = 1.4 \text{ m/s}^2$</p> <p>C $a = 23.8 \text{ m/s}^2$</p> <p>D $a = 25 \text{ m/s}^2$</p> <p>E $a = 12 \text{ m/s}^2$</p>	<p>A <input checked="" type="checkbox"/></p> <p>B <input type="checkbox"/></p> <p>C <input type="checkbox"/></p> <p>D <input type="checkbox"/></p> <p>E <input type="checkbox"/></p>

Un ascenseur de masse $m = 900$ kg descend avec une accélération de $a = 5\text{m/s}^2$.
 On considère que l'accélération de la gravité est $g = 10\text{m/s}^2$
 Quelle est la force de traction T qu'exerce le câble sur l'ascenseur ?

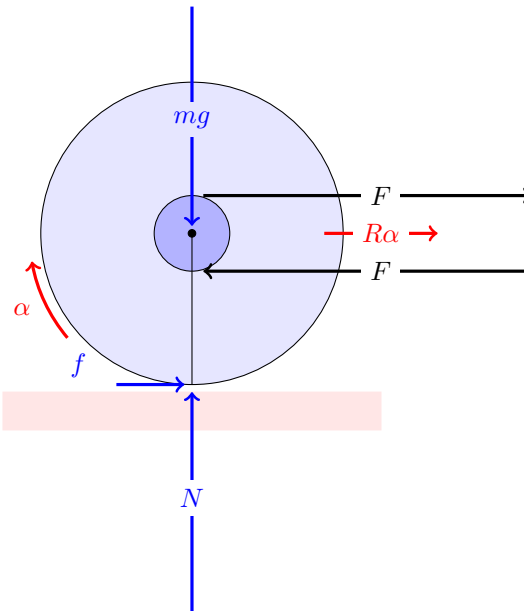
Q4

- A $T = 4500$ N
- B $T = 0$ N
- C $T = 13500$ N
- D $T = 9500$ N
- E $T = 500$ N

- A
- B
- C
- D
- E

Considérons une roue de vélo de rayon R entraînée par le mouvement de la chaîne avec un pignon de rayon r . Par convention, une valeur positive des accélérations et forces représentées correspond à la donnée telle qu'elle est représentée sur le dessin.

Q5



Avec la convention choisie, l'équilibre de rotation s'écrit :

- A $I\alpha = 2rF + Rf$
- B $I\alpha = 2rF - Rf$
- C $I\alpha = rF - Rf$
- D $I\alpha = rF + 2Rf$
- E $I\alpha = 2RF - rf$

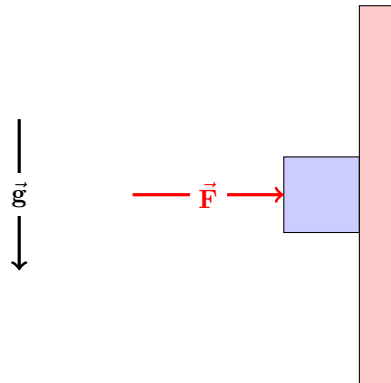
- A
- B
- C
- D
- E

Q6	<p>On considère les oscillations d'une bille attachée à un ressort ou à un pendule. k est la constante de raideur d'un ressort, L la longueur d'un pendule, m la masse de la bille, T la période et ω la fréquence angulaire. Quelle expression n'est pas correcte ?</p>	
	<p>A $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$</p>	<p>A <input type="checkbox"/></p>
	<p>B $T = \frac{2\pi}{\omega}$</p>	<p>B <input type="checkbox"/></p>
	<p>C $\omega = \sqrt{\frac{g}{L}}$</p>	<p>C <input type="checkbox"/></p>
	<p>D $\omega = \sqrt{\frac{m}{k}}$</p>	<p>D <input checked="" type="checkbox"/></p>
	<p>E $T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$</p>	<p>E <input type="checkbox"/></p>

Q7	<p>Un point matériel subit deux forces de 150 N. La norme de la résultante des deux forces est inconnue et notée F. Sélectionner l'unique affirmation qui est certainement incorrecte.</p>	
	<p>A $F = 0$ N</p>	<p>A <input type="checkbox"/></p>
	<p>B $F = \sqrt{2} \times 200$ N</p>	<p>B <input type="checkbox"/></p>
	<p>C $F = 300$ N</p>	<p>C <input type="checkbox"/></p>
	<p>D $F = \sqrt{3} \times 200$ N</p>	<p>D <input checked="" type="checkbox"/></p>
	<p>E $F = 9.81$ N</p>	<p>E <input type="checkbox"/></p>

On applique une force horizontale $F = 12 \text{ N}$ sur un bloc contre un mur vertical. La masse du bloc est 0.5 kg et le coefficient de frottement statique est $\mu_s = 0.6$. Que peut-on déduire ?

Q8

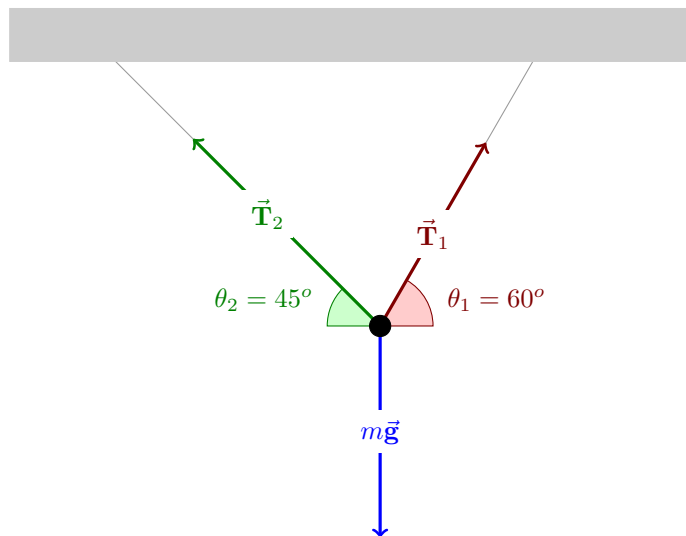


Une seule affirmation est correcte !

- A Le bloc glisse le long du mur sous l'action de la gravité. A
 B La force de frottement et la force de gravité sont des forces conservatives. B
 C La force de frottement est supérieure à la force de gravité. C
 D La force de frottement est inférieure à la force de gravité. D
 E La force de frottement est exactement égale à la force de gravité. E

Une sphère de masse m est suspendue par deux cordes de masse négligeable.

Q9



Quelle est l'unique équation correcte parmi les cinq relations ?

- A $T_2 = \sqrt{2} T_1$ A
 B $mg = T_1(1/2 + \sqrt{3})$ B
 C $2T_1 = mg(1 + \sqrt{3})$ C
 D $T_1 = 2mg(\sqrt{2} + \sqrt{3})$ D
 E $2mg = T_1(1 + \sqrt{3})$ E

Un bloc avec une masse m inconnue est immobile sur la glace. Lorsqu'on le soumet à une force constante horizontale, il parcourt une distance de 4 m en une durée de 17.5 s. Si on place un autre bloc avec une masse $M = 25$ kg dans les mêmes conditions, on observe une distance parcourue de 3 m en une durée de 27.6 s.

Q10

Calculer la masse du premier bloc !

- A $m = 2.21$ kg
- B $m = 7.54$ kg
- C $m = 1.32$ kg
- D $m = 4.31$ kg
- E $m = 1.52$ kg

- A
- B
- C
- D
- E

N'oubliez pas de reporter vos réponses sur la feuille pour lecture optique.

Formulaire

$$\begin{aligned}\frac{d}{dt}(m \vec{v}) &= \sum \vec{F}_i \\ \frac{d}{dt}\left(\frac{1}{2}m v^2 + \frac{1}{2}I \omega^2\right) &= \sum \vec{F}_i \cdot \vec{v}_i \\ \frac{d}{dt}(I \omega) &= \sum M_i\end{aligned}$$

Lorsque les forces sont **constantes**,

$$\begin{aligned}\Delta(m \vec{v}) &= \sum \vec{F} \Delta t \\ \Delta\left(\frac{1}{2}m v^2\right) &= \sum \vec{F} \cdot \Delta \vec{x}\end{aligned}$$

Mouvement d'un projectile

$$\begin{aligned}\vec{x}(t) &= \begin{bmatrix} u_0 t + x_0 \\ -gt^2/2 + v_0 t + y_0 \end{bmatrix} \\ \vec{v}(t) &= \begin{bmatrix} u_0 \\ -gt + v_0 \end{bmatrix} \\ \vec{a}(t) &= \begin{bmatrix} 0 \\ -g \end{bmatrix}\end{aligned}$$

Mouvement horizontal = MRU (vitesse constante)
Mouvement vertical = MRUA (accélération constante)

Mouvement circulaire uniformément accéléré : $\theta(t) = \theta_0 + \omega_0 t + \frac{\alpha t^2}{2}$

$$\begin{aligned}\vec{v}(t) &= \begin{bmatrix} v_r \\ v_\theta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ r\omega \end{bmatrix} \\ \vec{a}(t) &= \begin{bmatrix} a_r \\ a_\theta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -r\omega^2 \\ r\alpha \end{bmatrix}\end{aligned}$$

Vitesse : $v = r\omega$

Accélération : $a = \sqrt{(r\omega^2)^2 + (r\alpha)^2}$

Vitesse angulaire ω et accélération angulaire α

Bilan d'énergie

$$\begin{aligned} \Delta \left(\overbrace{\frac{1}{2} m v^2}^K \right) &= \sum \overbrace{\vec{\mathbf{F}} \cdot \Delta \vec{\mathbf{x}}}^W \\ &= \underbrace{\sum \vec{\mathbf{F}}_{nc} \cdot \Delta \vec{\mathbf{x}}}_{W_{nc}} - \Delta \left(\underbrace{mg h}_{U_g} + \underbrace{\frac{1}{2} k x^2}_{U_r} \right) \end{aligned}$$

Moment d'une force dans le plan

$$\underbrace{\vec{\mathbf{r}} \times \vec{\mathbf{F}}}_{\vec{\mathbf{M}}} = \begin{bmatrix} r_x \\ r_y \\ 0 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} F_x \\ F_y \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ r_x F_y - r_y F_x \end{bmatrix}$$

$$M = r_x F_y - r_y F_x = F r_{\perp} = F_{\perp} r = F r \sin(\theta)$$

Ensemble de particules : un corps !

$$m = \sum m_i$$

$$m \vec{\mathbf{x}}(t) = \sum (m_i \vec{\mathbf{x}}_i(t))$$

$$m \vec{\mathbf{v}}(t) = \sum (m_i \vec{\mathbf{v}}_i(t))$$

Moment d'inertie

$$I = \sum m_i r_i^2$$

Rayon de giration

$$m k^2 = \sum m_i r_i^2$$

Théorème des axes parallèles

$$I_h = m h^2 + I$$

Moments d'inertie de corps rigides homogènes

Cylindre creux tournant autour de l'axe de révolution $I = m R^2$

Cylindre plein tournant autour de l'axe de révolution $I = m \frac{R^2}{2}$

Barre tournant autour d'un axe perpendiculaire central $I = m \frac{L^2}{12}$