

## Séance 11

# Moments d'inertie

$$\frac{d}{dt}(m \vec{v}) = \sum \vec{F}_i$$

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{1}{2}m v^2 + \frac{1}{2}I \omega^2\right) = \sum \vec{F}_i \cdot \vec{v}_i$$

$$\frac{d}{dt}(I \omega) = \sum M_i$$

**Moment d'inertie**

$$I = \sum m_i r_i^2$$

**Rayon de giration**

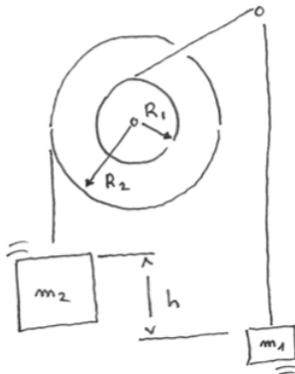
$$m k^2 = \sum m_i r_i^2$$

**Moments d'inertie de corps rigides homogènes**

Cylindre creux tournant autour de l'axe de révolution  $I = m R^2$

Cylindre plein tournant autour de l'axe de révolution  $I = m \frac{R^2}{2}$

Barre tournant autour d'un axe perpendiculaire central  $I = m \frac{L^2}{12}$



**Théorème des axes parallèles**

$$I_h = Mh^2 + I$$

**51**

Une poulie est constituée de deux cylindres fixés au même arbre. Le moment d'inertie de la poulie est  $I = 0.2 \text{ kg m}^2$  et les deux rayons des cylindres de la poulie sont  $R_1 = 5 \text{ cm}$  et  $R_2 = 10 \text{ cm}$ . Une corde (sans masse) attachée au bloc de masse  $m_1 = 1 \text{ kg}$  passe sur un clou lisse alors qu'un second bloc de masse  $m_2 = 3 \text{ kg}$  est suspendu verticalement à partir d'un des disques. A l'instant initial, le second bloc se trouve à une hauteur  $h = 2 \text{ m}$  par rapport au premier bloc.

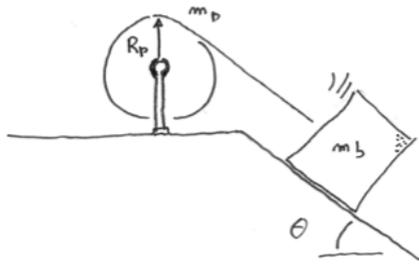
Quelles sont les tensions dans les deux cordes et les accélérations des deux blocs ?

A quel instant les deux blocs seront-ils à la même hauteur ?

**52**

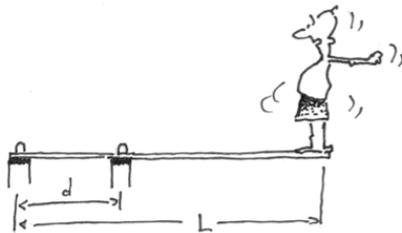
Un patineur lève la jambe selon un angle  $\alpha$  par rapport à la verticale. On considère la jambe comme une barre rectiligne homogène de masse  $m$  et de longueur  $L$ .

Calculer le moment d'inertie par rapport à l'axe vertical passant par la hanche.



53

Un bloc de masse  $m_b = 2$  kg peut glisser sans frottement sur un plan incliné avec un angle  $\theta = 53^\circ$ . Il est relié à une poulie de masse  $m_p = 4$  kg et de rayon  $R = 0.5$  m : on assimile la poulie à un cylindre plein. Initialement, le bloc est au repos. En  $t = 0$ , on libère le bloc qui se met donc à descendre. On considère ensuite l'instant  $t = t^*$  où le bloc a glissé d'une distance  $L = 1$  m. Calculer l'accélération angulaire de la poulie. Obtenir ensuite la vitesse du bloc à l'instant  $t = t^*$ .

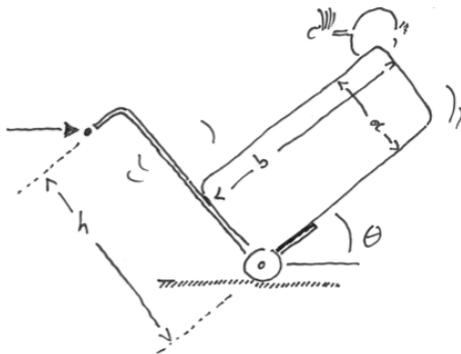


54

Un plongeur de 60 kg se tient debout à l'extrémité d'un plongeur rigide de  $L = 3$  m de masse négligeable qui est fixé à deux supports distants de  $d = 50$  cm. Quelles sont les forces exercées par chaque support sur le plongeur ? (Examen juin 2013)

55

Le moyeu central d'une roue est assimilé à un cylindre plein de rayon  $R_1 = 2$  m et de masse  $m_1 = 2$  kg. Les quatre rayons ont une longueur  $L = 4$  m et de masse  $m_2 = 1$  kg. La jante de la roue est assimilée à un mince anneau circulaire de rayon  $R_3 = 6$  m et de masse  $m_3 = 2$  kg. Calculer le moment d'inertie et le rayon de giration de la roue par rapport au centre.



56

Une caisse remplie de façon homogène de dimensions  $a = 0.4$  m et  $b = 1.0$  m est placée sur un diable. La masse vaut 20 kg. Quelle force horizontale  $F$  doit-on appliquer à la poignée afin de maintenir le système en équilibre de rotation ? On néglige le frottement, la masse du diable. La longueur  $h = 1.1$  m et  $\theta = 30^\circ$ .