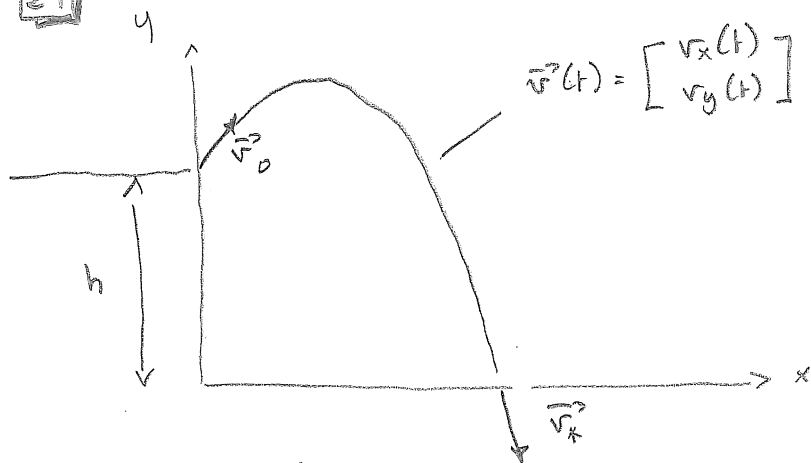


24



QUESTION

A QUELLE VITESSE v_*
LA BALLE
TOUCHE LE SOL ?

CINEMATIQUE

MRUA :-)

$$\frac{d}{dt}(m\vec{v}) = \sum \vec{F}$$

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} m v_x(t) \\ m v_y(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ -mg \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} v_x(t) \\ v_y(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} v_{x0} \\ v_{y0} - gt \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} x(t) \\ y(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} v_{x0}t \\ h + v_{y0}t - \frac{gt^2}{2} \end{bmatrix}$$

VITESSE INITIALE $\vec{v}(0) = \begin{bmatrix} v_{x0} \\ v_{y0} \end{bmatrix}$

POSITION INITIALE $\vec{x}(0) = \begin{bmatrix} 0 \\ h \end{bmatrix}$

QUAND EST-CE
QUE LA BALLE TOUCHE LE SOL ?

$$\underbrace{y(t^*)}_{=0} = h + v_{y0}t^* - g\frac{t^{*2}}{2}$$

ET

$$\underbrace{v_y(t^*)}_{v_{y*}} = v_{y0} - gt^*$$

$$t^* = \frac{v_{y0} - v_{y*}}{g}$$

$$0 = h + \underbrace{v_{y0} \left(\frac{v_{y0} - v_{y*}}{g} \right)}_{t^*} - \frac{g}{2} \underbrace{\left(\frac{v_{y0} - v_{y*}}{g} \right)^2}_{(t^*)^2}$$

$$0 = h + \frac{1}{g} v_{y0} (v_{y0} - v_{y*}) - \frac{g}{2} \frac{1}{g^2} (v_{y0} - v_{y*})^2$$

EN MULTIPLIANT TOUT PAR $2g$!

$$0 = 2hg + 2v_{y0}^2 - 2\cancel{v_{y0}v_{y*}} - v_{y0}^2 - v_{y*}^2 + 2\cancel{v_{y0}v_{y*}}$$

$$v_{y*}^2 = v_{y0}^2 + 2hg$$

ON
CONCLUT
FINALEMENT

$$v_* = \sqrt{\underbrace{v_{x*}^2}_{v_{x0}^2 \text{ MRU :-)}} + \underbrace{v_{y*}^2}_{v_{y0}^2 + 2hg}}$$

$$v_* = \sqrt{v_0^2 + 2gh}$$

BILAN ENERGIE

CONFIGURATION
INITIALE

EN $t=0$

$$\text{ENERGIE CINETIQUE} = \frac{1}{2} m v_0^2$$

CONFIGURATION
FINALE

EN $t=t^*$

$$\text{ENERGIE CINETIQUE} = \frac{1}{2} m v_*^2$$

IL Y A UNE
UNIQUE
FORCE
CONSTANTE $\vec{F} = m\vec{g}$!

$$\Delta \left[\frac{1}{2} m v^2 \right] = \vec{F} \cdot \Delta \vec{x}$$

$$\begin{bmatrix} 0 \\ -mg \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 0 \\ -h \end{bmatrix}$$

L'ALGEBRE
EST
BEAUCOUP
PLUS
SIMPLE !

$$\frac{1}{2} m v_*^2 - \frac{1}{2} m v_0^2 = mgh$$

$$v_*^2 = v_0^2 + 2gh \quad :-)$$

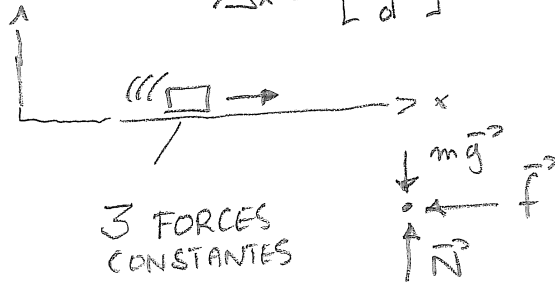
BILAN
D'ENERGIECONFIGURATION
INITIALEEN $t=0$

$$\text{ENERGIE CINETIQUE} = \frac{1}{2} m v^2$$

CONFIGURATION
FINALE

$$\text{ENERGIE CINETIQUE} = 0$$

$$\Delta \vec{x} = \begin{bmatrix} 0 \\ d \end{bmatrix}$$

3 FORCES
CONSTANTESIL N'Y A DU TRAVAIL
QUE POUR LE FROTTEMENT !

$$W = -d \mu m g$$

$$\underbrace{\begin{bmatrix} -\mu m g \\ 0 \end{bmatrix}}_{\text{FORCE}} \cdot \underbrace{\begin{bmatrix} d \\ 0 \end{bmatrix}}_{\text{DEPLACEMENT}}$$

LE
TRAVAIL
A UN
SIGNE !LE TRAVAIL
DE LA FORCE
DE GRAVITE EST NUL !

$$\underbrace{\begin{bmatrix} 0 \\ -m g \end{bmatrix}} \cdot \underbrace{\begin{bmatrix} d \\ 0 \end{bmatrix}} = 0 !$$

IDEM
POUR LA
REACTION !

$$\Delta \left(\frac{1}{2} m v^2 \right) = \int \vec{F} \cdot d\vec{x}$$

$$0 - \frac{1}{2} m v^2$$

$$-d \mu m g$$

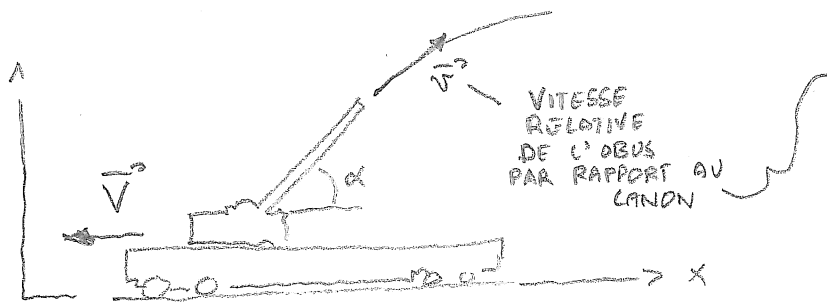
$$\frac{1}{2} m v^2 = d \mu m g$$

$$d = \frac{v^2}{2 \mu g}$$

 $[m^2/s^2]$ $[m/s^2]$ CHECK
DIMENSIONS !VALEURS
NUMERIQUES

$$d = \frac{4}{2 \times 0,6 \times 9,81}$$

$$1,36 \text{ m}$$



LA VITESSE ABSOLUE REELLE EST DONC $\vec{v} + \vec{V}$!!
POUR UN REPERE INERTIEL

CONFIGURATION AVANT

QUANTITE DE MOUVEMENT HORIZONTALE = 0

CONFIGURATION APRES LE TIR

QUANTITE DE MOUVEMENT HORIZONTALE = $m(v \cos \alpha - V) - MV$

PAS DE FORCES HORIZONTALES

ON SUPPOSE QUE LE WAGON ROULE SANS AUCUN FROTTEMENT SUR LES RAILS

$$\Delta(m v_x) = 0 !$$

$$m(v \cos \alpha - V) - MV = 0$$

$$V = \frac{m v \cos \alpha}{(M + m)}$$

$$\tan \Theta = \frac{v_y}{v_x}$$

$$= \frac{v \sin \alpha}{v \cos \alpha - V}$$

$$= \frac{v \sin \alpha}{v \cos \alpha} \left(1 - \frac{m}{M + m} \right)$$

$$\tan \Theta = \frac{(M + m)}{M} \tan \alpha$$

ON OBSERVE BIEN QUE $\Theta \neq \alpha$!

JUSTE
APRÈS LE CHOC

ENERGIE
CINETIQUE

$$\frac{1}{2} (m_1 + m_2) v_c^2$$

À
L'ARRÊT

ENERGIE
CINETIQUE

0 !

BILAN
D'ENERGIE

TRAVAIL
DU FROTTEMENT

$$W = -\mu_c (m_1 + m_2) g d$$

$$\frac{1}{2} v_c^2 = \mu_c g d$$

$$v_c = \sqrt{2 \mu_c g d}$$

0,6 9,81

$$= 6,86 \text{ m/s}$$

DIMENSION
CHECK

$$\sqrt{\left[\frac{\text{m}}{\text{s}^2}\right] [\text{m}]} \text{ OK :-)}$$

BILAN
DE QUANTITE
DE MOUVEMENT
HORIZONTAL

AVANT
LE CHOC

QUANTITE
DE MVT $m_1 v_1$

APRÈS
LE CHOC

QUANTITE
DE MVT $(m_1 + m_2) v_c$

$$v_1 = \frac{(m_1 + m_2) v_c}{m_1}$$

VALEURS
NUMERIQUE

$$v_c = \frac{2400}{1400} \quad 6,86$$

$$11,76 \text{ m/s}$$

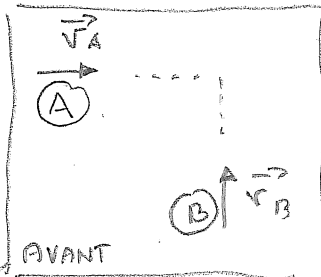
AVANT
LE CHOC

QUANTITE
DE MVT

$$m_A \begin{bmatrix} v_A \\ 0 \end{bmatrix} + m_B \begin{bmatrix} 0 \\ v_B \end{bmatrix}$$

APRES
LE CHOC

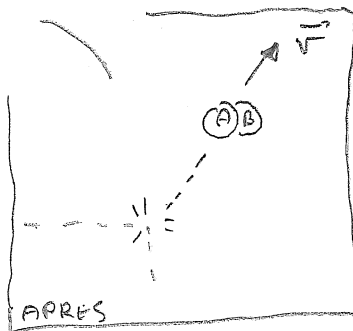
$$m_A + m_B \begin{bmatrix} v_x \\ v_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} v_x \\ v_y \end{bmatrix} = \vec{v}$$



$$\begin{cases} m_A v_A = (m_A + m_B) v_x \\ m_B v_B = (m_A + m_B) v_y \end{cases}$$

$$\vec{v} = \begin{bmatrix} \frac{90}{200} & 8 \\ \frac{110}{200} & 7,5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3,6 \\ 4,13 \end{bmatrix}$$

BOUM



PERTE
ENERGIE
CINETIQUE

$$= \left[\frac{1}{2} m_A v_A^2 + \frac{1}{2} m_B v_B^2 \right] - \left[\frac{1}{2} (m_A + m_B) (v_x^2 + v_y^2) \right]$$

5974 J 3003 J

2971 J

29

$$220 \text{ [Km/h]}$$

$$220 \frac{1000}{3600} \text{ [m/s]} = 61,1 \text{ [m/s]}$$

A SAVOIR FAIRE !

AVANT

QUANTITE
DE MOUVEMENT = 0

APRES

$$\text{QUANTITE DE MOUVEMENT} = m v$$

0,046 61,1

$$\Delta [m v] = F \Delta t$$

IMPULSION

$$F = \frac{m v}{\Delta t}$$

46 10^{-3} 61,1
5 10^{-4}

$$F = 5620 \text{ N}$$

30

AVANT

$$\text{ENERGIE CINETIQUE} = \frac{1}{2} m v^2$$

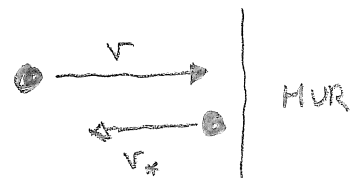
APRES

$$0,81 \frac{1}{2} m v^2 = \text{ENERGIE}$$

$$\frac{1}{2} m v_x^2$$

$$v_x^2 = 0,81 v^2$$

$$v_x = 0,9 v$$



$$\Delta [m v] = F \Delta t$$

IMPULSION

$$\text{IMPULSION} = 1,9 m v$$

60 10^{-3} 30

$$= 3,42 \text{ [kg m/s]}$$

ATTENTION
LA VITESSE
CHANGE D'ORIENTATION

$$m \begin{bmatrix} -0,9 v \\ 0 \end{bmatrix} - m \begin{bmatrix} v \\ 0 \end{bmatrix}$$

APRES! AVANT!