

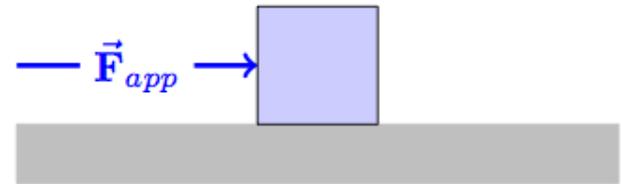
**Encore plus
dangereux que
le silence des
pantoufles,**



**Le frottement des
chaussettes**

Réveillez vous, Indignez-vous !

A la découverte
d'une nouvelle force :
le frottement...

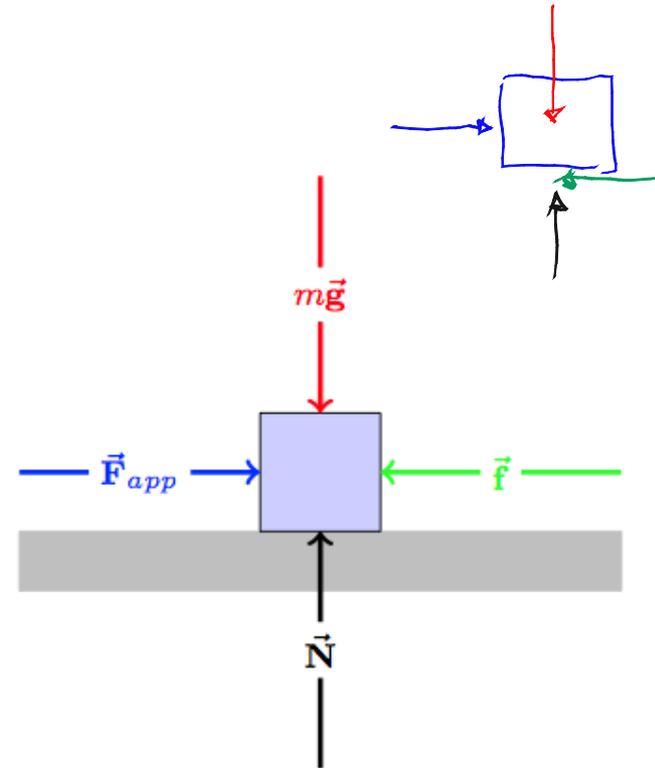


$$m \vec{a}(t) = \sum \vec{F}(t)$$

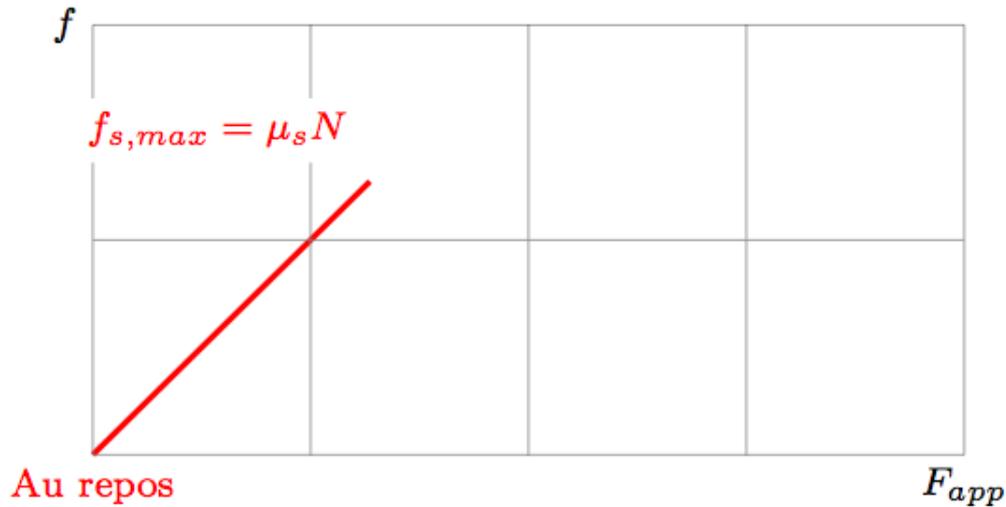
Exerçons
une force horizontale
sur un bloc posé sur le sol...



$$m \vec{a}(t) = \sum \vec{F}(t)$$



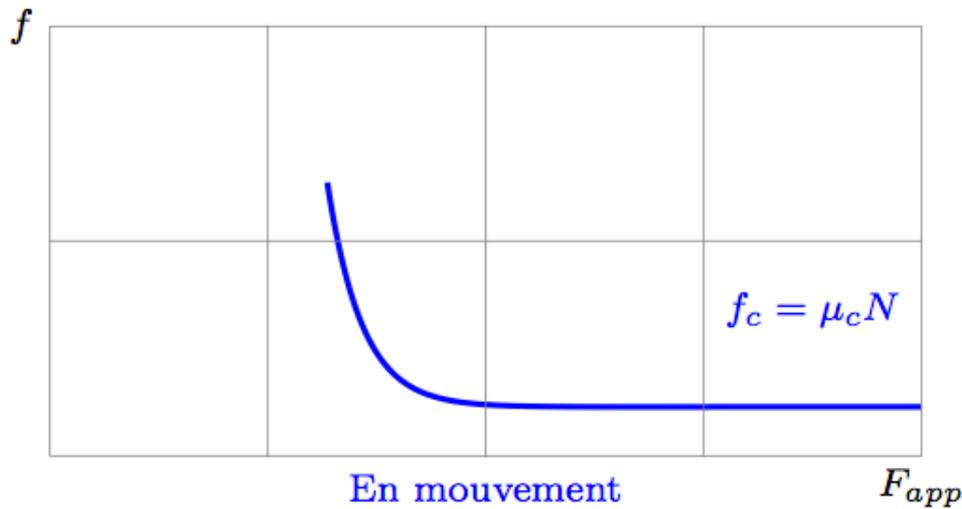
Quels sont toutes les forces
qui agissent sur le bloc ?



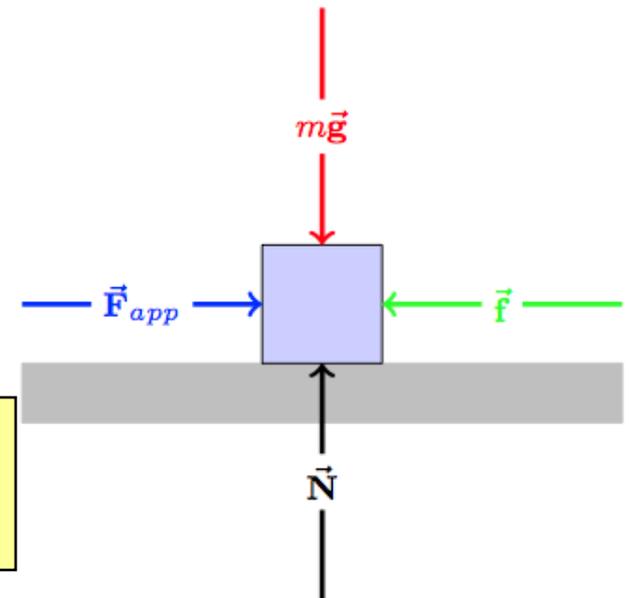
D'abord,
rien ne bouge !

C'est le **frottement statique** !

Une force de frottement statique ajuste automatiquement sa valeur pour compenser la force appliquée, jusqu'à un module de valeur maximale $f_{s,max}$ proportionnel au module de la force normale.

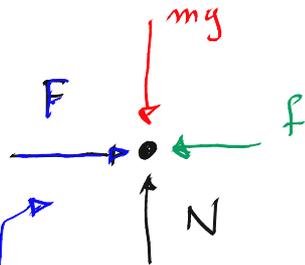
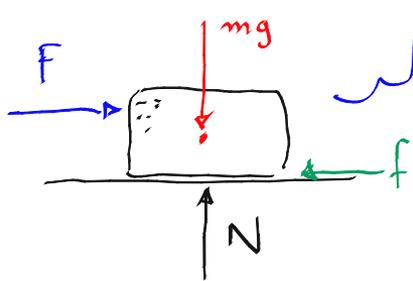


Et puis, le bloc commence à glisser



C'est le **frottement cinétique** !
 Le module de la force cinétique tend vers une valeur f_c proportionnelle au module de la force normale.

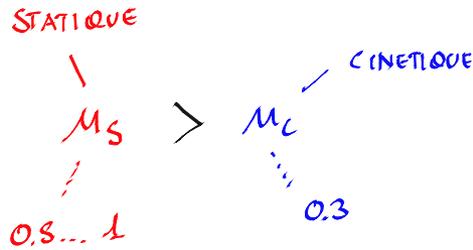
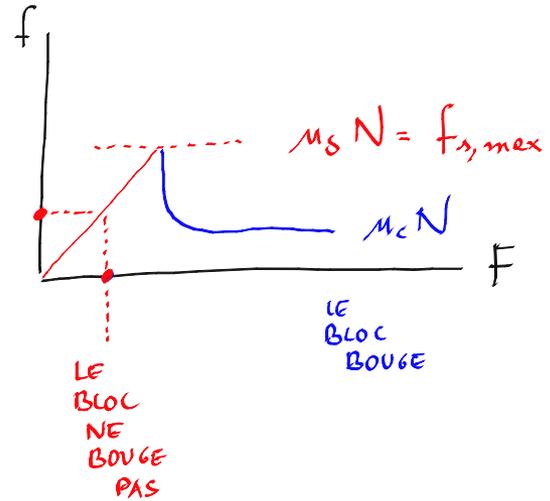
Friction is a tricky stuff!



VERY NON INTUITIVE!



$$\mu_s - \mu_c$$



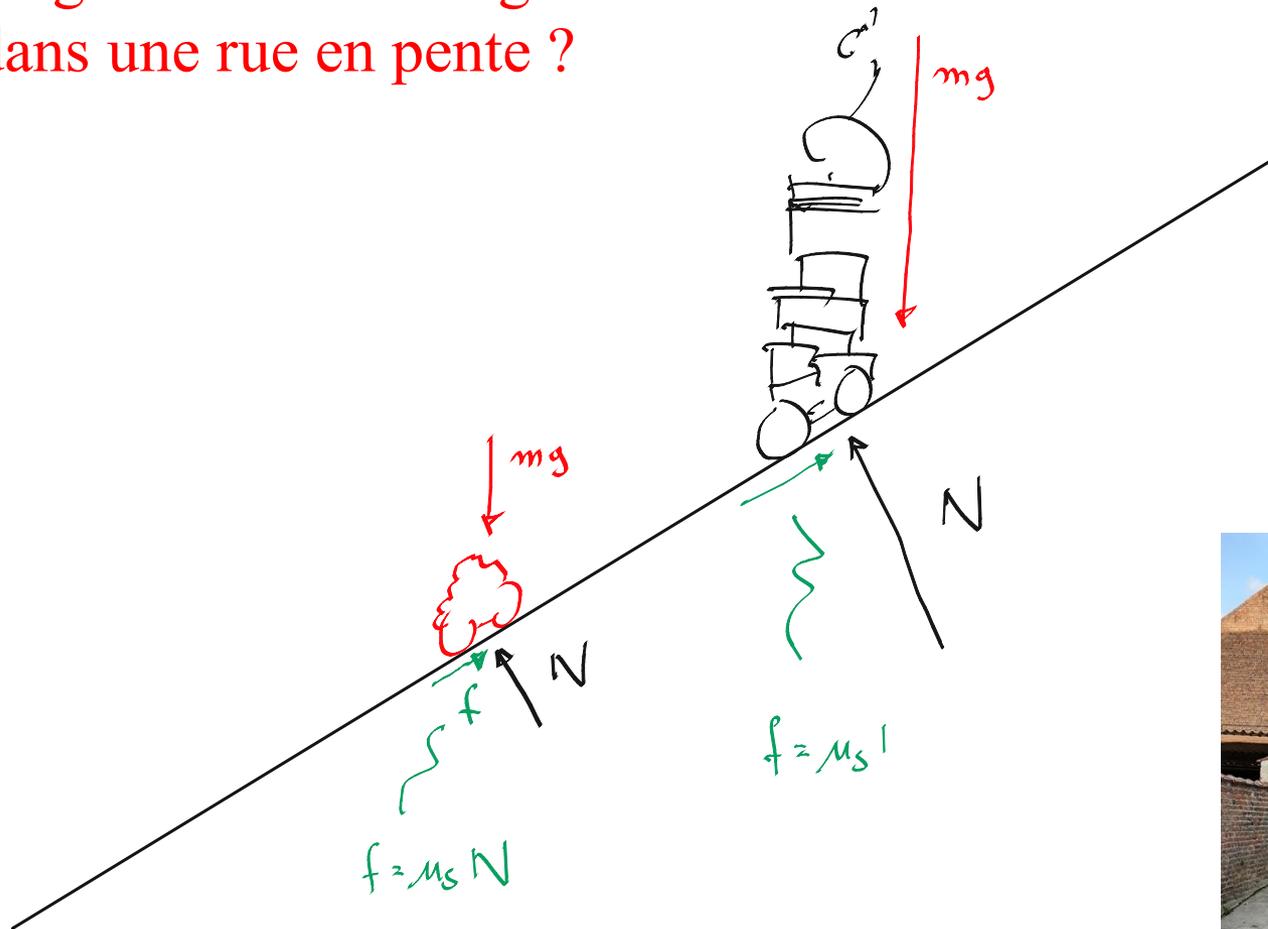
INDEPENDANT DE LA MASSE DU BLOC DE LA SURFACE DE CONTACT

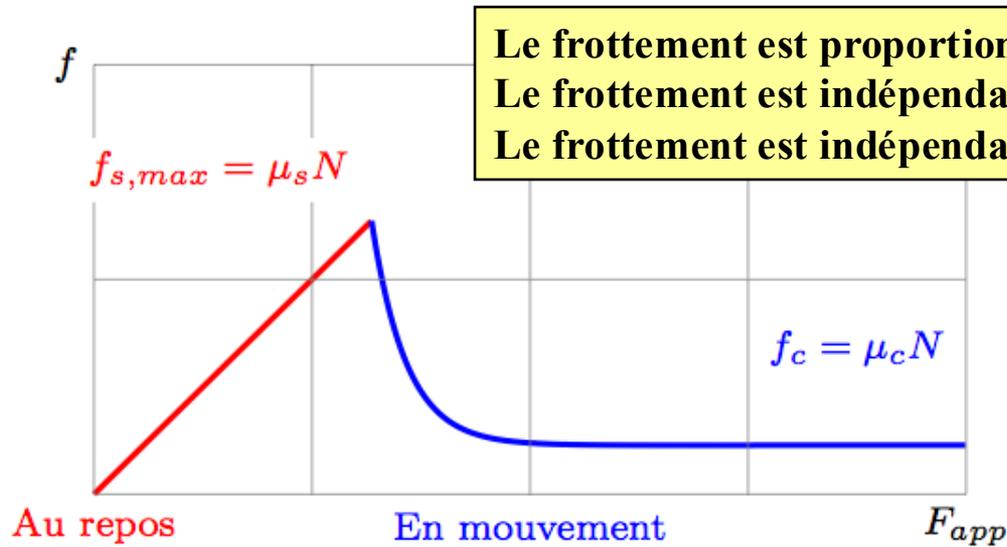
DEPENDANT

MATERIAU/MATERIAU LUBRIFICATION



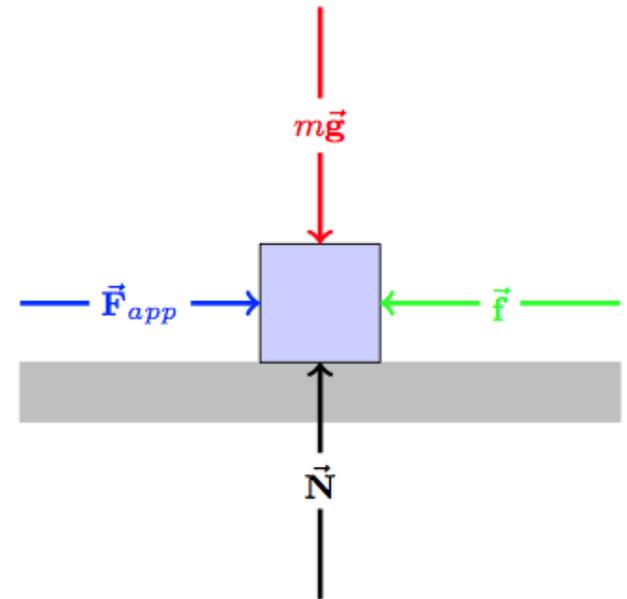
Se garer derrière un gros camion
dans une rue en pente ?





Le frottement est proportionnel au module de la force normale.
 Le frottement est indépendant de l'aire de contact.
 Le frottement est indépendant de la vitesse.

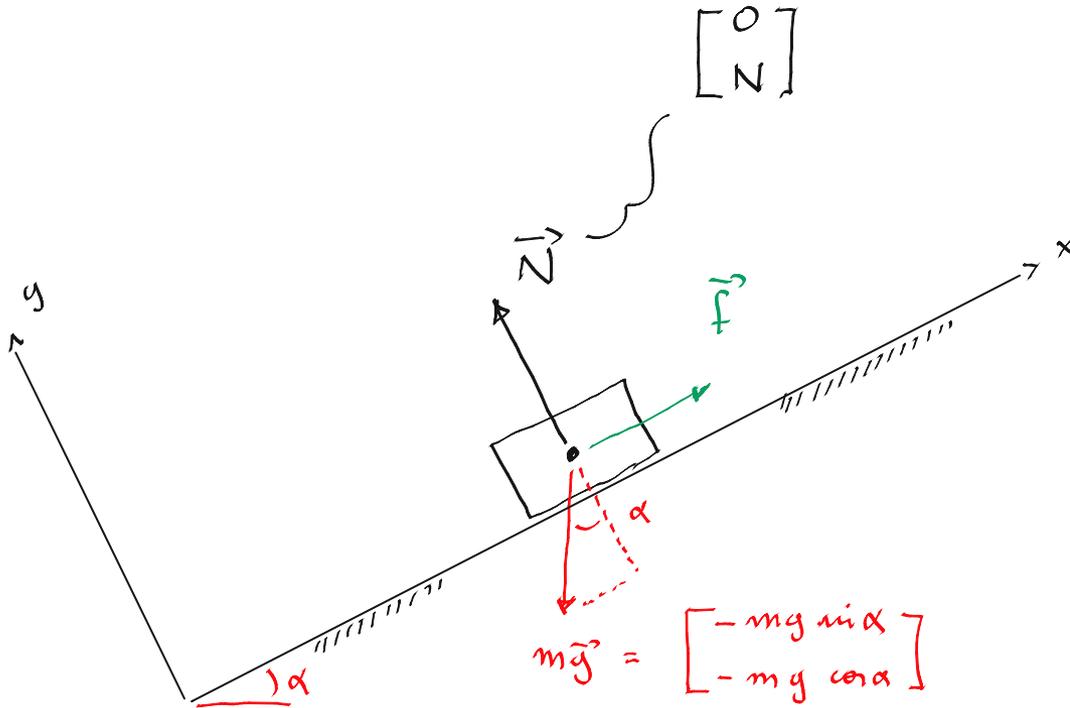
Nous avons
 un modèle
 pour le frottement
 entre deux surfaces !



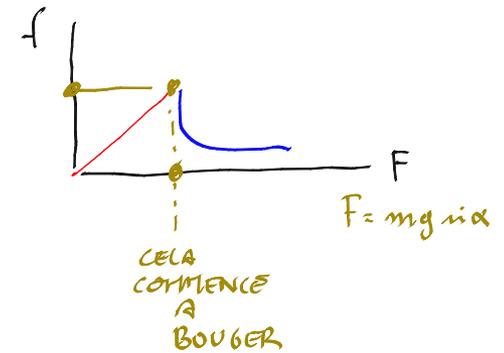
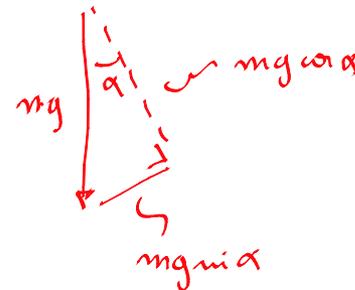
Un skieur glisse
sur une pente...



Comment mesurer le coefficient de frottement statique ?



$$\vec{N} + \vec{f} + m\vec{g} = 0$$



Bilan des forces
tout juste avant le mouvement !

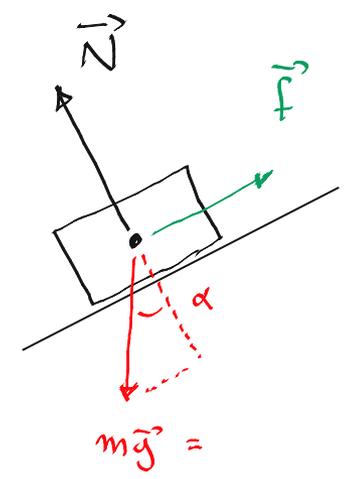
$$\vec{N} + \vec{f} + m\vec{g} = 0$$

$$\begin{bmatrix} 0 \\ N \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mu_s N \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -mg \sin \alpha \\ -mg \cos \alpha \end{bmatrix} = 0$$

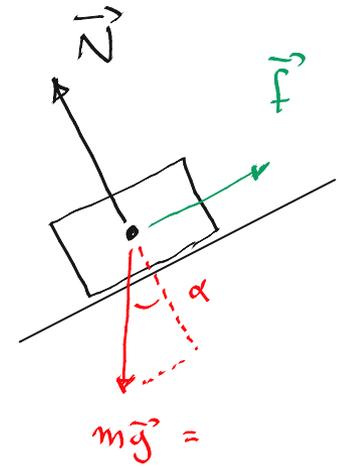
$$\begin{cases} \mu_s mg \cos \alpha = mg \sin \alpha \\ mg \cos \alpha = mg \cos \alpha \end{cases}$$

$$N = \sqrt{N_x^2 + N_y^2} \\ = N_y = mg \cos \alpha$$

$$\vec{f} = \begin{bmatrix} f_x \\ f_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mu_s N \\ 0 \end{bmatrix} \\ = \begin{bmatrix} \mu_s mg \cos \alpha \\ 0 \end{bmatrix}$$



$$\begin{cases} \mu_s m g \cos \alpha = m g \sin \alpha \\ m g \cos \alpha = m g \sin \alpha \end{cases}$$

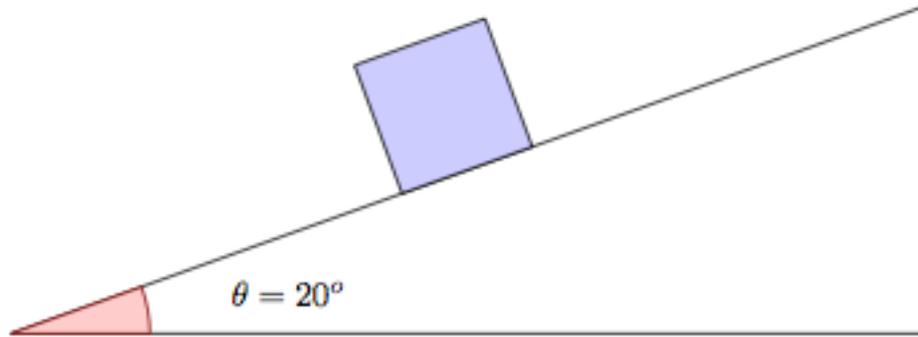


$$\cancel{\mu_s} \cancel{m g} \cos \alpha = \cancel{m g} \sin \alpha$$

$$\mu_s = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = \tan \alpha$$

$$\mu_s = \tan \alpha$$

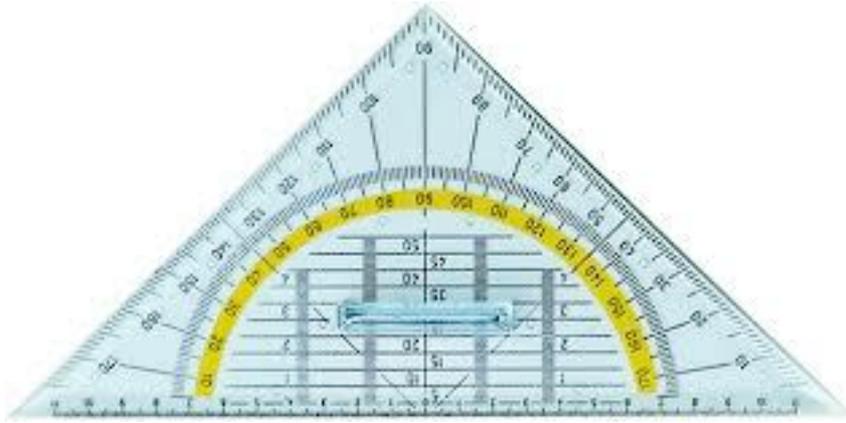
Il suffit de prendre
la tangente de l'angle critique :-)



Comment choisir
les axes...

Skieur de 60 kg qui glisse parfaitement

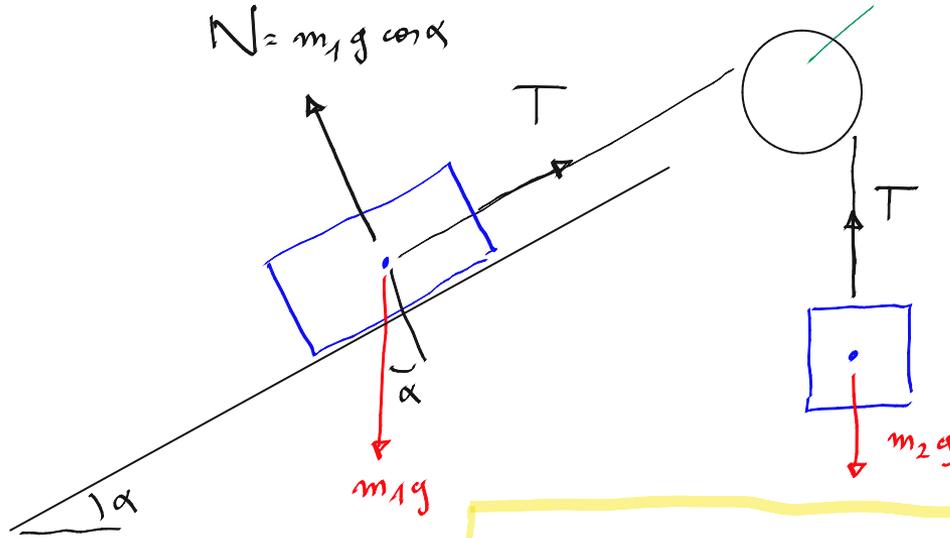
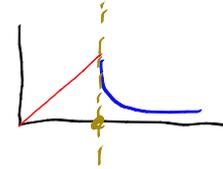
Comment calculer son accélération et la force exercée par le sol sur le skieur ?



Matériel
réellement
indispensable
pour l'examen !

Un petit exercice de poulie pour s'entraîner !

POULIE SANS AUCUN FROTTEMENT AUCUNE INERTIE



CAS 1

$m_1 g \sin \alpha + \mu_s m_1 g \cos \alpha$

$T = m_2 g$

$m_1 g \sin \alpha$

$\mu_s m_1 g \cos \alpha$

IT MOVES !

$m_2 g$

IT DOES NOT MOVE !

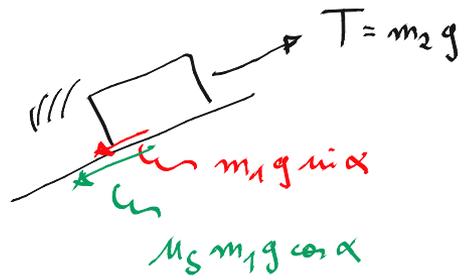
Le bloc monte...

$$m_1 g \sin \alpha + f < m_2 g < m_1 g \sin \alpha - f$$



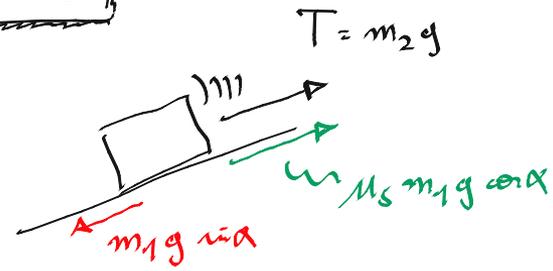
CAS 1

$$m_1 g \sin \alpha + \mu_s m_1 g \cos \alpha$$



IT MOVES!
 $m_2 g$
 IT DOES NOT MOVE!

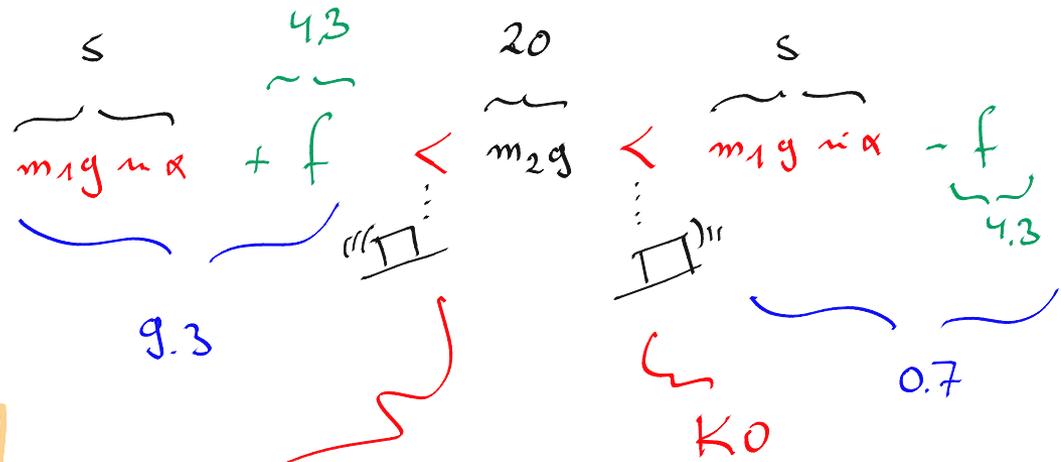
CAS 2



$m_1 g \sin \alpha$
 $m_2 g + \mu_s m_1 g \cos \alpha$
 IT DOES NOT MOVE!
 IT MOVES

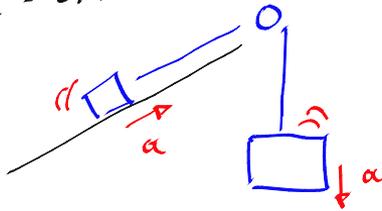
... le bloc descend

Oui : il bouge !



EXEMPLE NUMERIQUE

- $m_1 = 1 \text{ kg}$
- $m_2 = 2 \text{ kg}$
- $\alpha = 30^\circ$
- $\mu_s = 0.5$
- $\mu_c = 0.4$



YES
IT
MOVES
 $9.3 < 20!$

$m_1 g = 10 \text{ N}$
 $m_1 g \sin \alpha = 5 \text{ N}$
 $\frac{1}{2}$

$f = \mu_s m_1 g \sin \alpha$
 $0.5 \cdot 10 \cdot \sqrt{3}/2 = 0.86$
 4.3

Non : il ne bouge pas !

EXEMPLE
NUMERIQUE

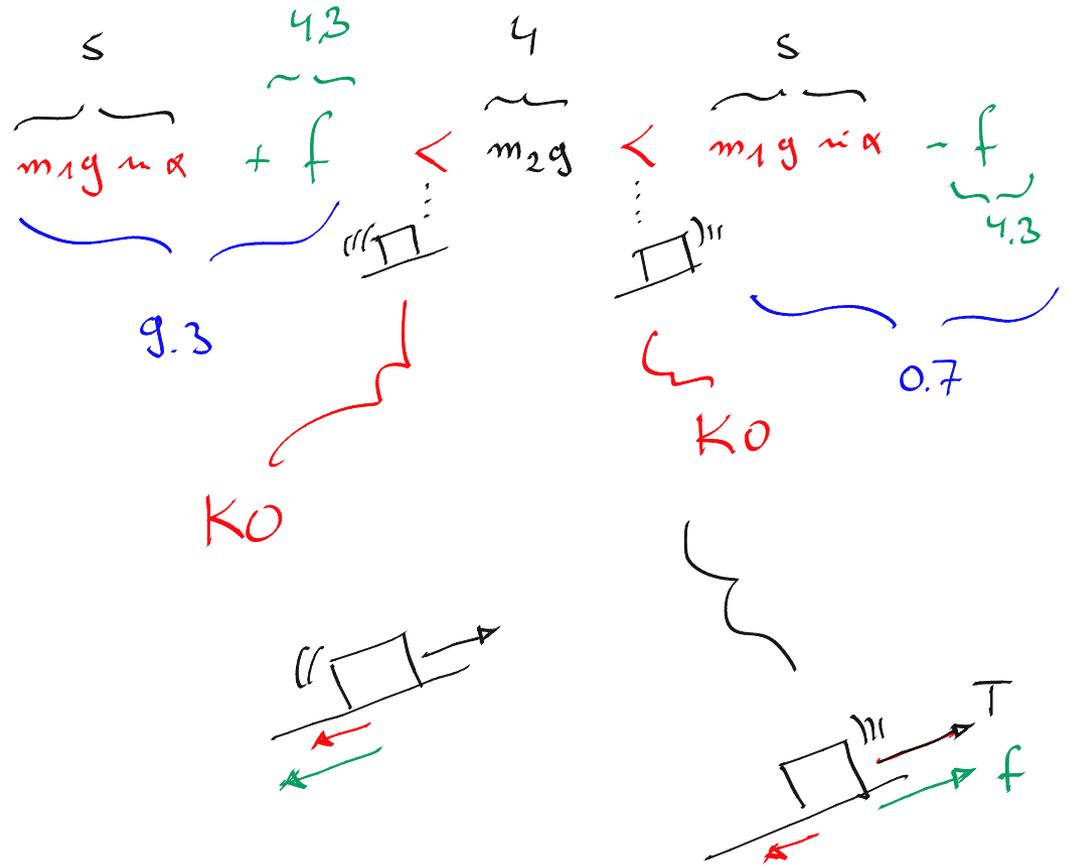
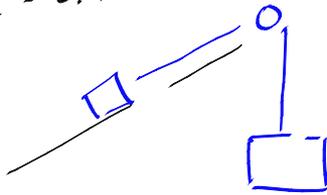
$$m_1 = 1 \text{ kg}$$

$$m_2 = 0.4 \text{ kg}$$

$$\alpha = 30^\circ$$

$$\mu_s = 0.5$$

$$\mu_c = 0.4$$

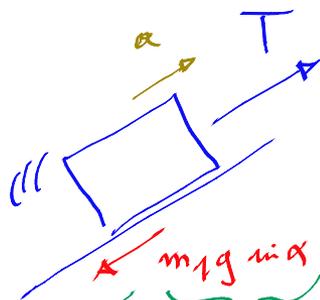


$$m_1 = 1 \text{ kg}$$

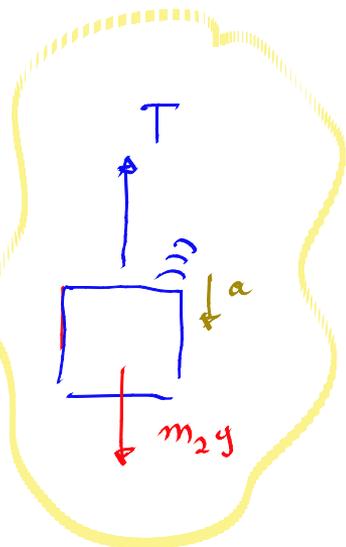
$$m_2 = 2 \text{ kg}$$

Et l'accélération ?

2 INCONNUES T, a
2 EQUATIONS



$$\underbrace{\mu_c m_1 g \cos \alpha}_{0.4 \cdot 10 \cdot \sqrt{3}/2 = 0.86} + \underbrace{m_1 g \sin \alpha}_{3.46}$$



$$m_2 a = m_2 g - T$$

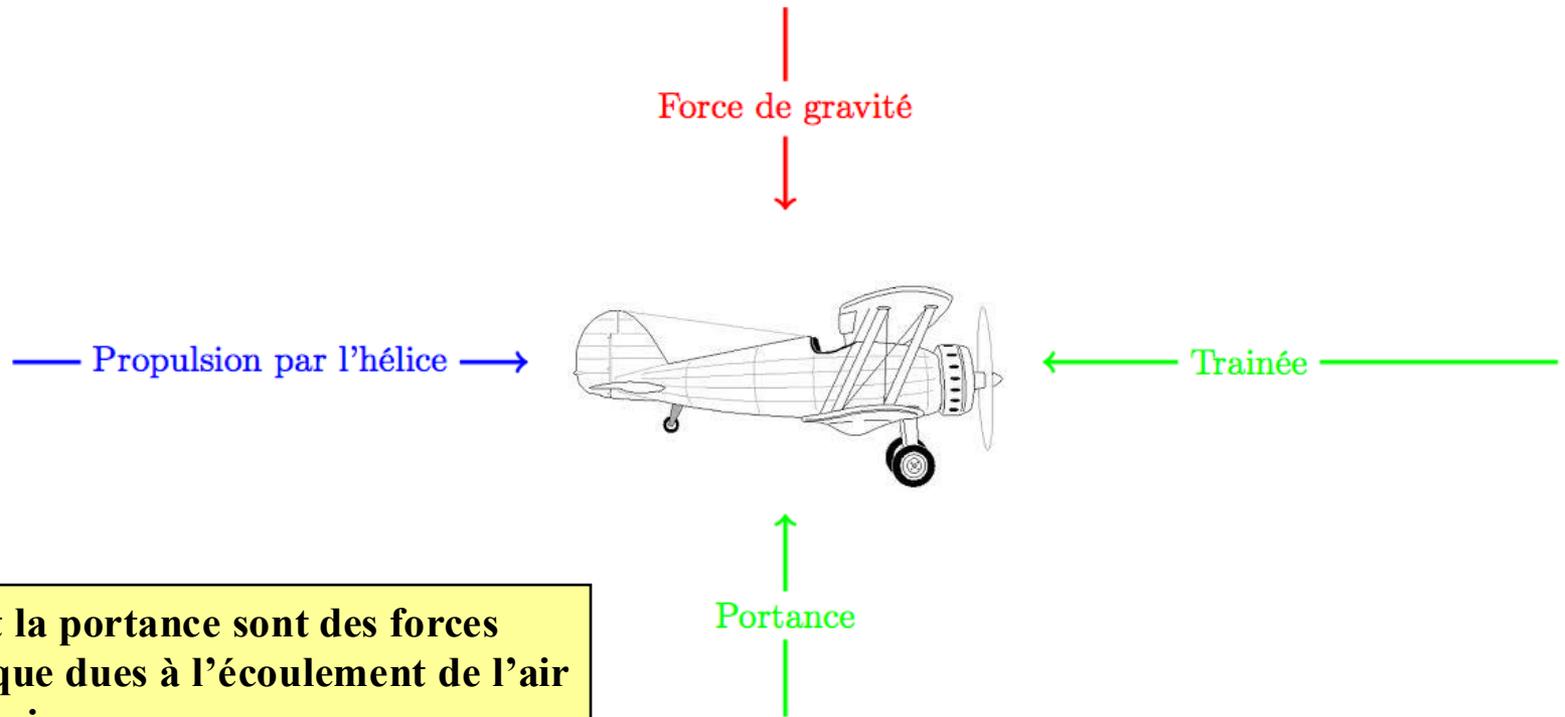
$$T = m_2 g - m_2 a$$

$$m_1 a = T - m_1 g \sin \alpha - \mu_c m_1 g \cos \alpha$$

$$= m_2 g - m_2 a - m_1 g \sin \alpha - \mu_c m_1 g \cos \alpha$$

$$\underbrace{(m_1 + m_2)}_3 a = \underbrace{m_2 g}_{20} - \underbrace{m_1 g \sin \alpha}_5 - \underbrace{\mu_c m_1 g \cos \alpha}_{3.46}$$

Et quid du frottement de l'air sur un avion ?



La trainée et la portance sont des forces aérodynamique dues à l'écoulement de l'air autour de l'avion.

Ces forces grandissent avec la vitesse de l'avion et sont nulles à vitesse nulle !

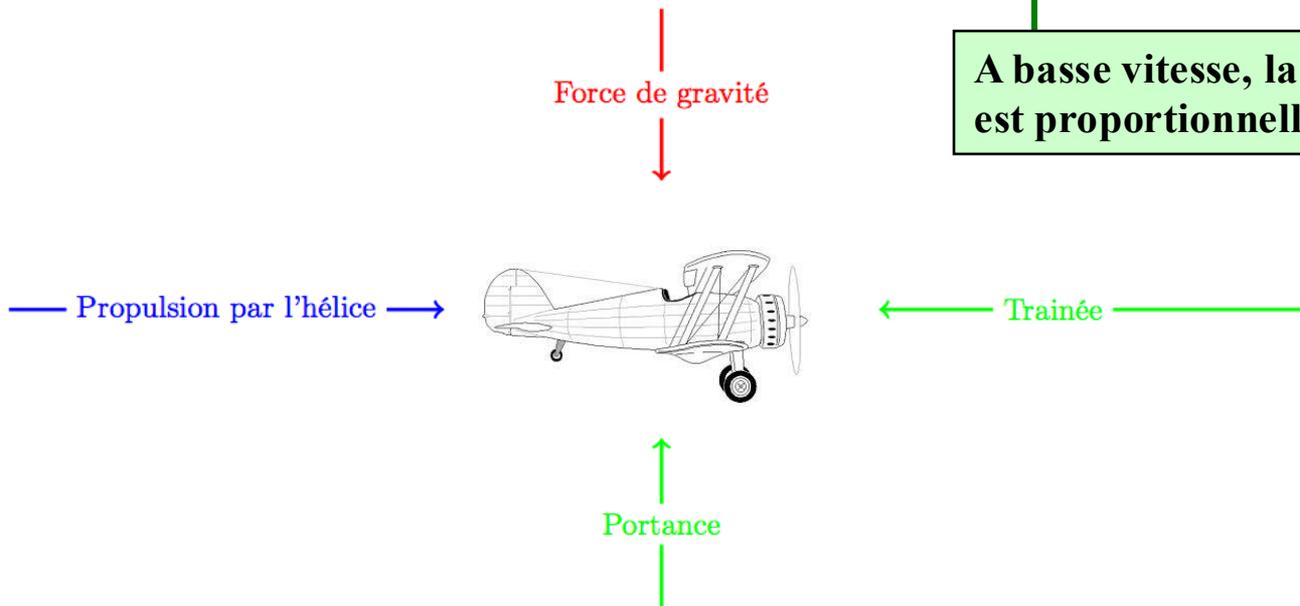
Coefficients de frottements

A haute vitesse, le module de la trainée (et de la portance) est proportionnel au carré de la vitesse !

$$\vec{F}_D = - \underbrace{\frac{1}{2} C_D \rho A v}_{k} \vec{v}$$

$$\vec{F}_D = -\gamma \vec{v}$$

A basse vitesse, la force de résistance est proportionnelle à la vitesse !



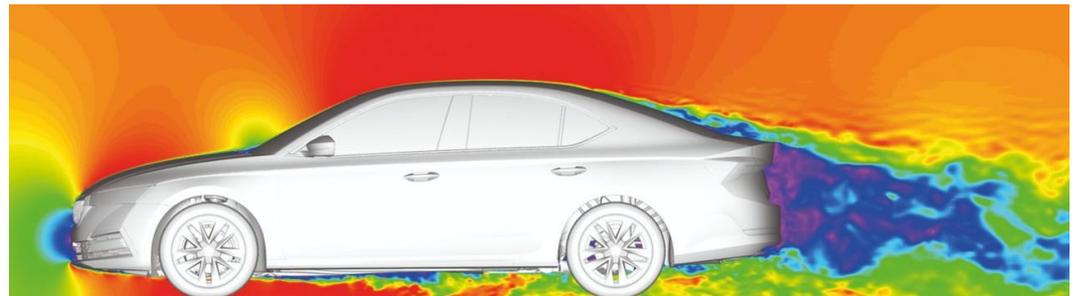
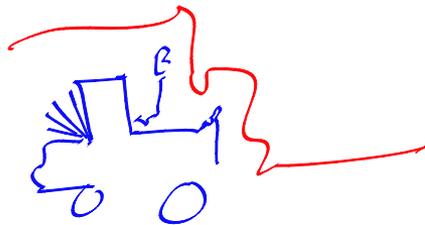
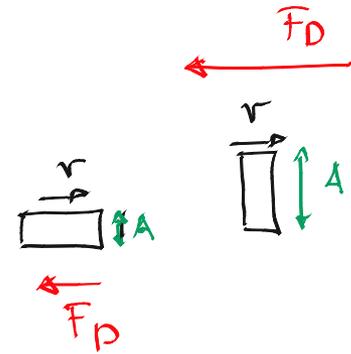
C'est quoi le C_D
et tous ces autres trucs bizarres ?

$$F_D = \frac{1}{2} C_D A \rho v^2$$

FACTEUR
DE
FORTE

MASSE
VOLUMIQUE
DU
FLUIDE

AIRE
PROJETEE
DU CORPS
EN
MOUVEMENT



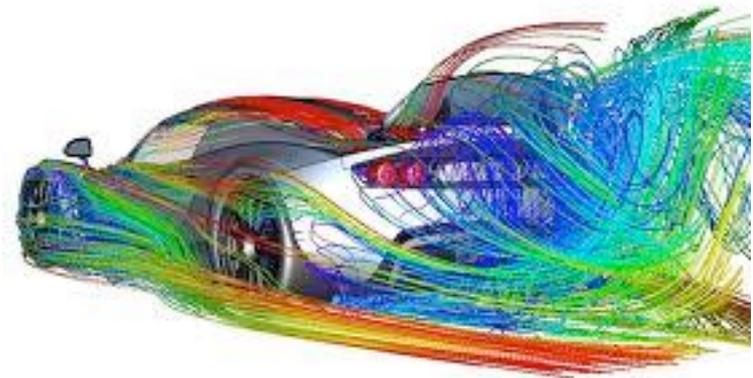
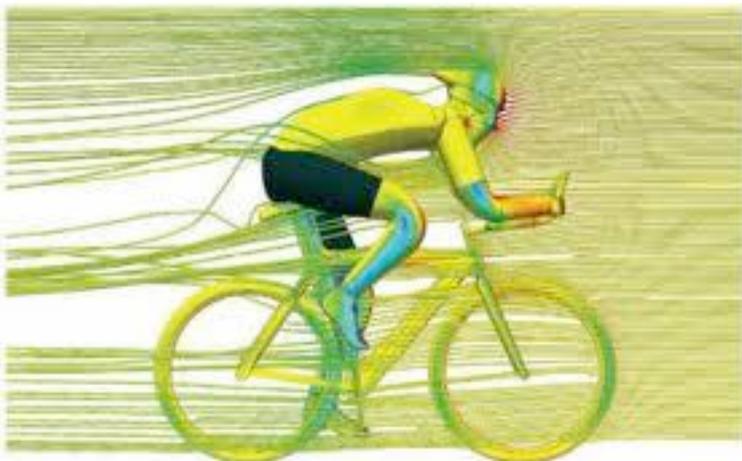
Aujourd'hui,
on peut calculer
l'écoulement et
prédire exactement
ces forces !

A haute vitesse, le module de la trainée
(et de la portance) est proportionnel au
carré de la vitesse !

$$\vec{F}_D = - \underbrace{\frac{1}{2} C_D \rho A}_{k} v \vec{v}$$

$$\vec{F}_D = -\gamma \vec{v}$$

A basse vitesse, la force de résistance
est proportionnelle à la vitesse !



Pourquoi mettre des ailerons aux voitures de formule 1 ?

Voitures légères et profilées !

Peu d'inertie !

Peu de trainée !

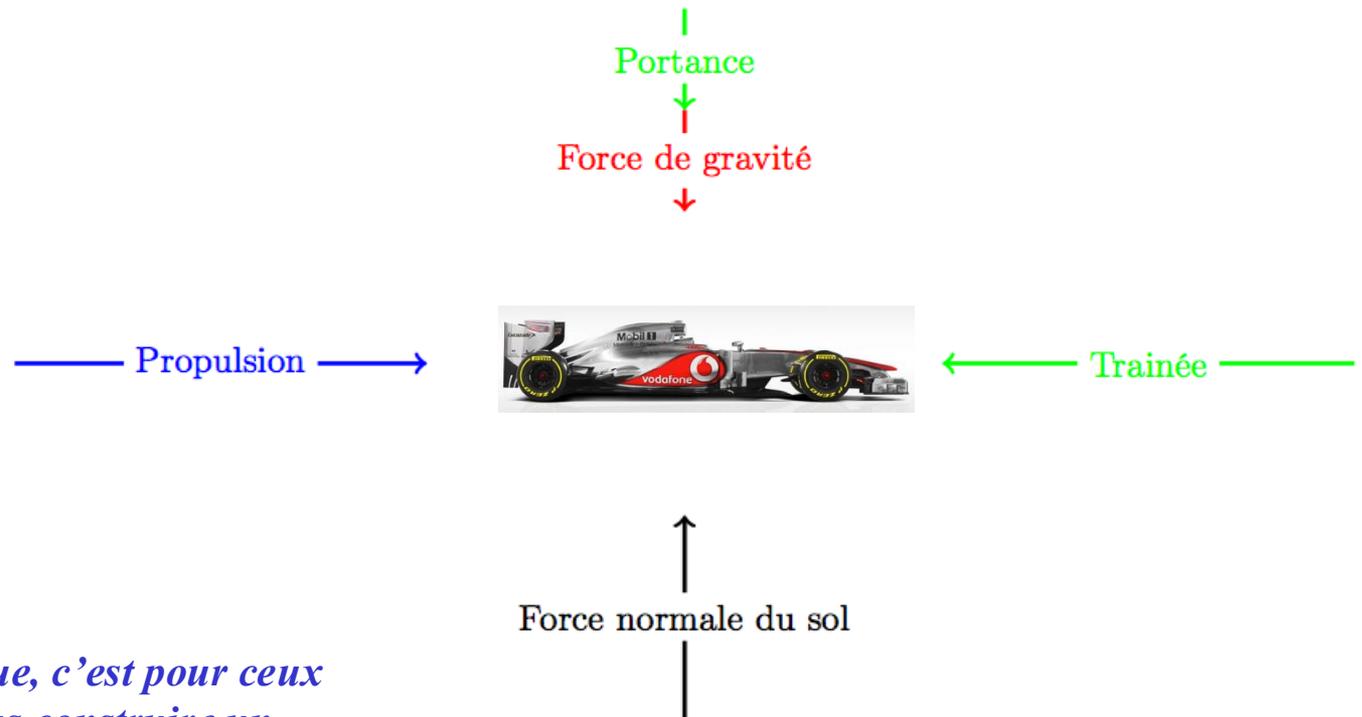
Mais pas de tenue de route (car petite force normale)

Les ailerons créent une portance dirigée vers le bas.

Meilleure tenue de route (car plus grande force normale)

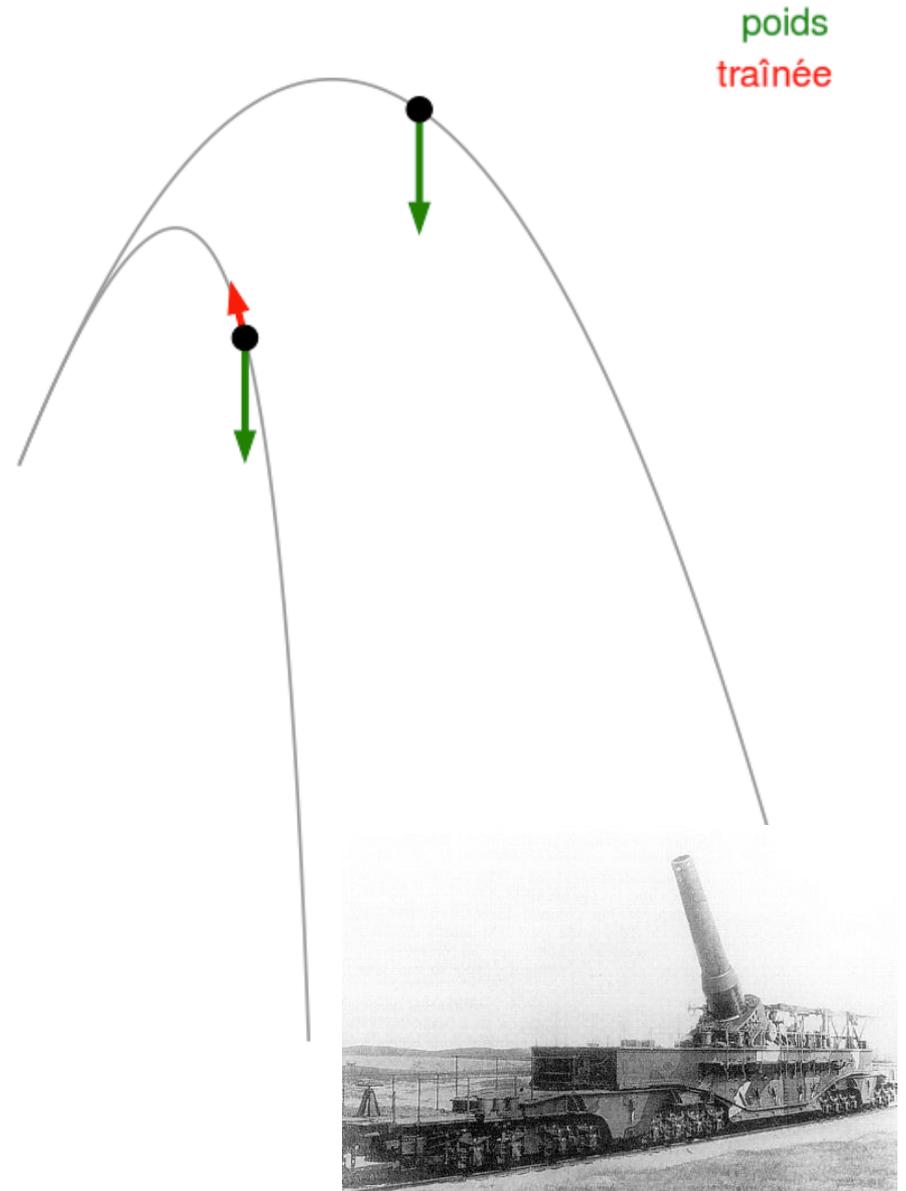


Pourquoi mettre des ailerons aux voitures de formule 1 ?



L'aérodynamique, c'est pour ceux qui ne savent pas construire un moteur (attribué à Enzo Ferrari)

Effet
de la friction
de l'air
sur la trajectoire
d'un obus...



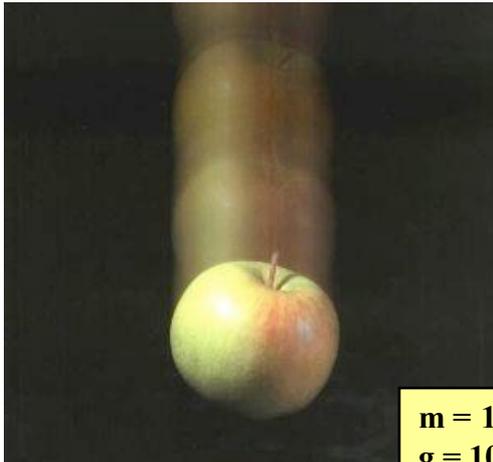
Chute libre sans traînée

$$m \frac{dv}{dt}(t) = -mg$$

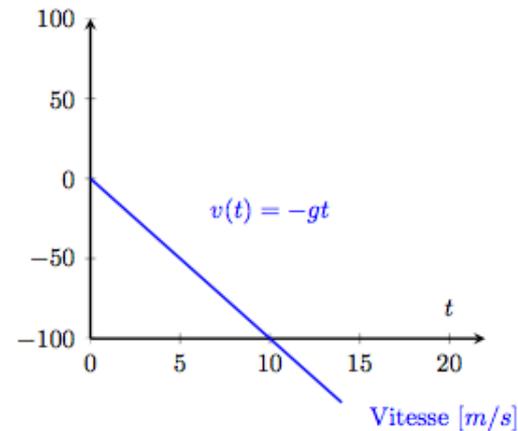


En imposant que $v(0) = 0$

$$v(t) = -g t$$



m = 1 kg
g = 10 m/s²



Chute libre avec traînée



$m = 1 \text{ kg}$
 $g = 10 \text{ m/s}^2$
 $\text{gamma} = 0.2 \text{ kg/s}$

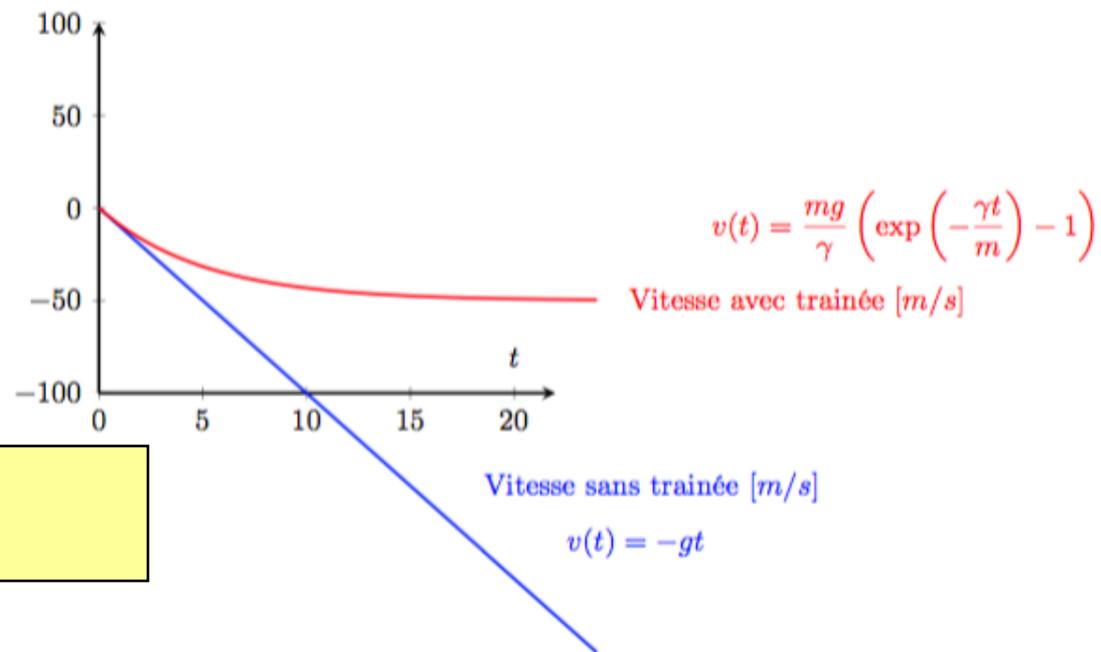
Obtenir cette solution nécessite le calcul différentiel et ne vous sera pas demandé : c'est promis !

Par contre, vous **devez pouvoir vérifier** que cette expression de la vitesse satisfait la loi de Newton !

$$m \frac{dv}{dt}(t) = -mg - \gamma v(t)$$

En imposant que $v(0) = 0$

$$v(t) = \frac{mg}{\gamma} \left(\exp\left(-\frac{\gamma t}{m}\right) - 1 \right)$$



$$v(t) = \frac{mg}{\gamma} \left(\exp\left(-\frac{\gamma t}{m}\right) - 1 \right)$$

$$m \frac{dv}{dt}(t) = -mg - \gamma v(t)$$

$$v(t) = \frac{mg}{\gamma} \left[\exp\left(-\frac{\gamma t}{m}\right) - 1 \right]$$

$$v'(t) = \left(\frac{mg}{\gamma}\right) \left(-\frac{\gamma}{m}\right) \exp\left(-\frac{\gamma t}{m}\right)$$

$$-m \cancel{g} \exp(\dots) = -\cancel{mg} - \gamma \overbrace{\frac{mg}{\gamma} [\exp(\dots) - 1]}^{-\gamma v(t)} - \cancel{mg} \exp(\dots) + \cancel{mg}$$

VITESSE
CRITIQUE

$$a = 0$$

$$0 = -mg - \gamma v$$

$$\left\{ v = -\frac{mg}{\gamma} \right.$$

□ :-)

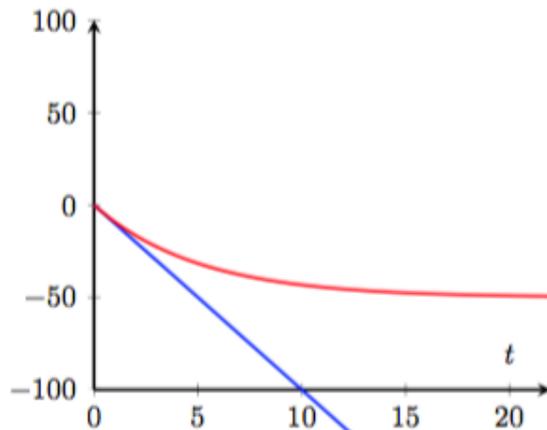
Est-ce que mon expression de la vitesse est correcte ?

Progressivement
on atteint
une vitesse
limite...

$$\cancel{m \frac{dv}{dt}(t)} = -mg - \gamma v(t)$$

$$\downarrow$$

$$v_L = -\frac{mg}{\gamma}$$



Vitesse sans trainée [m/s]

$$v(t) = -gt$$

$$v(t) = \frac{mg}{\gamma} \left(\exp\left(-\frac{\gamma t}{m}\right) - 1 \right)$$

Vitesse avec trainée [m/s]

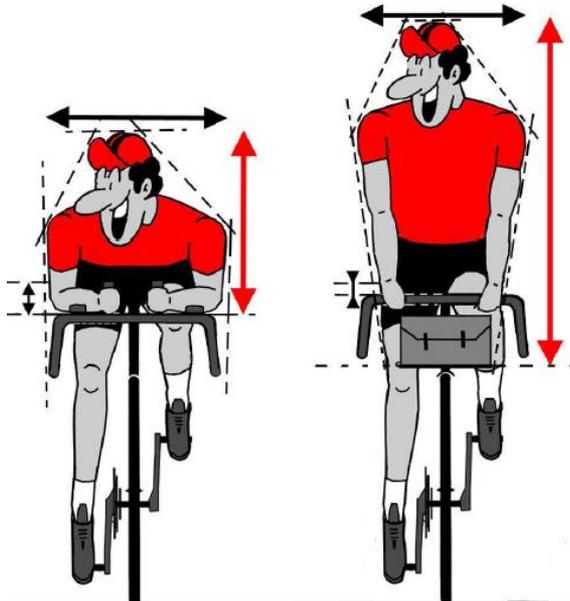
Vitesses limites

Corps	v_L (m/s)
Parachutiste en chute libre	
position verticale	85
position du saut de l'ange	55
Parachutiste	6,5
Balle de tennis de table	7
Balle de base-ball	40
Balle de golf	30
Balle en fer (2 cm de rayon)	80
Pierre (1 cm de rayon)	30
Goutte de pluie	10

Comment diminuer la traînée ?

A haute vitesse, le module de la traînée (et de la portance) est proportionnel au carré de la vitesse !

$$\vec{F}_D = - \underbrace{\frac{1}{2} C_D \rho A}_k v \vec{v}$$

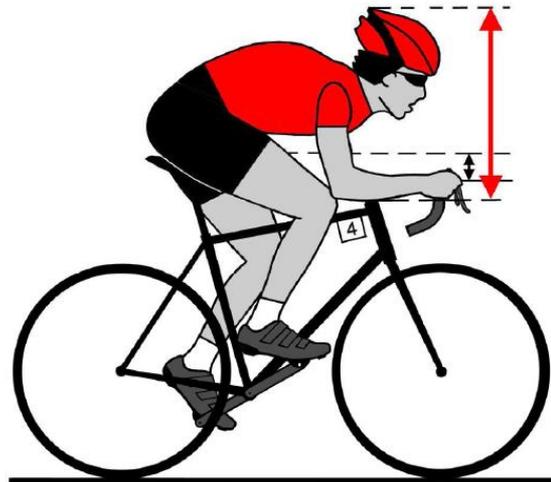


C_D coefficient adimensionnel qui dépend de la forme
 ρ masse volumique du fluide
 A aire du corps projeté sur un plan perpendiculaire au mouvement

Comment diminuer la traînée ?

A haute vitesse, le module de la traînée (et de la portance) est proportionnel au carré de la vitesse !

$$\vec{F}_D = - \underbrace{\frac{1}{2} C_D \rho A}_{k} v \vec{v}$$



C_D coefficient

Cylindre	1.2
Personne	0.9
Sphère	0.5
Auto	0.4
Aile d'avion	0.01

C_D coefficient adimensionnel qui dépend de la forme

ρ masse volumique du fluide

A aire du corps projeté sur un plan perpendiculaire au mouvement

Ne pas
oublier !



- Les forces de frottement tendent à s'opposer au mouvement relatif de deux corps
- Entre deux solides, on distingue le **frottement statique** et le **frottement cinétique**. La norme de la force de frottement est **indépendante de la vitesse** et est proportionnelle à la norme de la force de contact normale.
- La force de traînée due à l'écoulement d'un fluide autour d'un solide **dépend de la vitesse**, de la forme et de l'orientation du corps.
- La chute d'un corps dans un fluide tend toujours vers une situation où la traînée et la force de gravité s'annulent. On atteint alors la vitesse limite de chute.