cours 17/11/21

Modèle avec "viscosité de turbulence"

$$(-\overline{u'v'}) \triangleq \nu_t \frac{d\bar{U}}{dy} \iff \nu_t \triangleq \frac{(-\overline{u'v'})}{\frac{d\bar{U}}{dy}}$$

↳ voir figure pour canal à $Re_\tau = 5200$ (DNS Lee & Moser 2015)

↳ $$\nu \frac{d\bar{U}}{dy} + \nu_t \frac{d\bar{U}}{dy} = \bar{U}_\tau^2 \left(1 - \frac{y}{h}\right)$$

- Région proche de la paroi ($0 \le \frac{y}{h} \le 0.15$): $\boxed{\bar{U}^+ = f(y^+)}$

- Sous-couche laminaire tout près de la paroi (zone I)

$$\nu \frac{d\bar{U}}{dy} = \bar{U}_\tau^2 \Rightarrow \frac{\bar{U}}{\bar{U}_\tau} = \frac{y \bar{U}_\tau}{\nu}$$

$$\boxed{\bar{U}^+ = y^+}$$

↳ $0 \le y^+ \le 5$

- zone dominée par la turbulence (zone III-a) → $y^+ \ge O(100)$

$$\nu_t \frac{d\bar{U}}{dy} = \bar{U}_\tau^2 \left(1 - \frac{y}{h}\right) \quad \text{et} \quad \nu_t = K y \bar{U}_\tau \left(1 - \frac{y}{h}\right)$$

$$\Rightarrow K y \frac{d\bar{U}}{dy} = \bar{U}_\tau \Rightarrow K y^+ \frac{d\bar{U}^+}{dy^+} = 1$$

$$\Rightarrow \boxed{\bar{U}^+ = \frac{1}{K} \log y^+ + C}$$

= profil logarithmique !

Profil valable pour toute la partie de l'écoulement qui est dominé par la turbulence $\left(\begin{array}{l}\text{zone III-a} \\ + \text{zone III-b}\end{array}\right) \triangleq$ zone III

$$\bar{U}^+ = \left(\frac{1}{\kappa} \log y^+ + C\right) + G(\eta) \quad \text{avec } \eta \triangleq \frac{y}{h}$$

$\equiv$

fonction complément

↳ voir figure pour canal à $Re_\tau = 5200$

$$\hookrightarrow \bar{U}_c^+ = \left(\frac{1}{\kappa} \log h^+ + C\right) + G(1)$$

$$\hookrightarrow \bar{U}_c^+ - \bar{U}^+ = -\frac{1}{\kappa} \log\left(\frac{y^+}{h^+}\right) + \left(G(1) - G(\eta)\right)$$

Aussi $$\frac{y^+}{h^+} = \frac{\frac{y\, \bar{U}_\tau}{\nu}}{\frac{h\, \bar{U}_\tau}{\nu}} = \frac{y}{h} = \eta$$

$$\hookrightarrow \bar{U}_c^+ - \bar{U}^+ = -\frac{1}{\kappa} \log \eta + \left(G(1) - G(\eta)\right) \triangleq F(\eta)$$

$\equiv$ loi du déficit de vitesse

($\equiv$ "velocity defect law")

Modèle pour la fonction complément ($\equiv$ modèle de Coles)

$$G(\eta) = A \sin^2\left(\frac{\pi}{2} \alpha \eta\right) \quad \Rightarrow \text{max en } \eta = \eta_{max} = \frac{1}{\alpha} < 1$$

- Cas d'une conduite :

$$\nu \frac{d\bar{U}}{dy} + \left(-\overline{u'v'}\right) = \bar{U}_\tau^2 \left(1 - \frac{y}{R}\right) \qquad \text{et } \eta \triangleq \frac{y}{R}$$

$$\equiv \nu_t \frac{d\bar{U}}{dy}$$

$\hookrightarrow$ ... idem !

$$\begin{cases} Re_\tau \triangleq R^+ = \dfrac{R\,\bar{U}_\tau}{\nu} \\ Re_D \triangleq \dfrac{D\,\bar{U}_m}{\nu} \end{cases}$$

Valeurs calibrées sur base des anciens résultats expérimentaux de Nikuradse en conduite :

valeurs "anciennes" $\equiv \begin{cases} K \simeq 0.40 \\ C \simeq 5.5 \end{cases}$ $\equiv$ constante de von Karman $\quad \dfrac{1}{K} \simeq 2.5$

Aussi $\begin{cases} A \simeq 1.0 \\ \alpha \simeq 1.35 \iff \eta_{max} \simeq 0.74 \end{cases}$

Valeurs calibrées sur base des résultats de simulation numérique directe (DNS) de Lee & Moser en canal (2015) :

$$\begin{cases} \dfrac{1}{K} \simeq 2.61 \iff K \simeq 0.383 \\ C \simeq 4.25 \end{cases} \equiv \text{valeurs "modernes"}$$

Aussi $\begin{cases} A \simeq 0.30 \\ \eta_{max} \simeq 0.74 \iff \alpha \simeq 1.35 \end{cases}$

$\hookrightarrow$ voir figures