

L'équipe didactique :-)



perso.uclouvain.be/vincent.legat/zouLab/meca1321.php?act...

Wikipedia Informations Divers Php Actions Cours kine Altanta Finite Elements Méthodes numériques

zouLab 1.0.0 : meca1321

Horaires Documents S'identifier

Mécanique des fluides et transferts (LMECA1321)

Vincent Legat
Grégoire Winkelmanns
Louvain School of Engineering
Université catholique de Louvain

Il faut d'abord s'identifier :-)

News Documents Transparents annotés des enseignants Videos & podcasts ! Programmes Python Installer Python

lieu en présentiel le mercredi 21 septembre 2022 à 10h45 dans l'auditoire SUD08. Il y aura une séance d'exercices le lendemain : vous avez deux plages horaires possibles : le mercredi à 16h30 dans le SUD11 et le jeudi à 10h45 dans le SUD08. **Comment choisir une unique plage horaire : il est possible que la séance du jeudi (plus populaire) soit dédoublée ou qu'un troisième créneau horaire soit défini si vous avez une proposition coordonnée à nous faire !**

Bonne rentrée à tous et toutes !

(2022-09-21 09:00:30)

Mini-interrogations : aide à la réussite :-)

Afin d'encourager et de promouvoir la réussite au cours, quelques toutes petites interrogations seront organisées au début de certaines séances d'exercices à partir de S2. La réussite éventuelle des interrogations pourrait intervenir de manière positive pour 2 points de l'évaluation finale. Les détails vous seront expliqués lors des premières séances d'exercices.

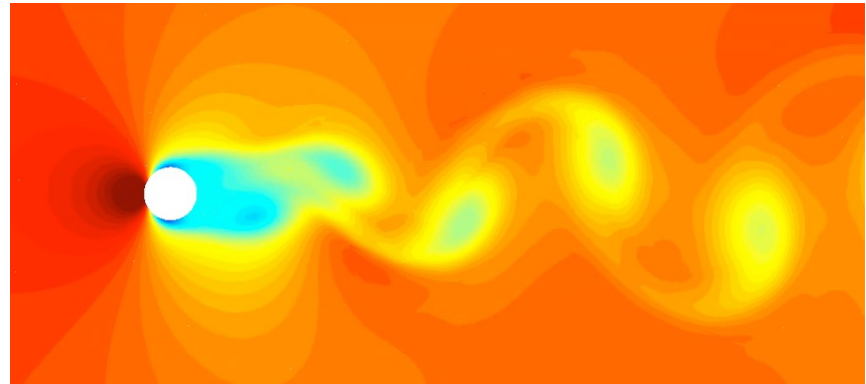
Pour chaque séance d'exercice, vous êtes invités à faire un exercice AVANT la séance... Pour la première séance, il s'agit de l'exercice 1 : la correction sera faite pendant la séance et les interrogations porteront principalement sur l'exercice à préparer pour la séance en cours.

(2022-09-16 17:20:06)

© 2020 Vincent Legat

Contact - Support

Tout ce dont vous avez rêvé à propos des fluides...



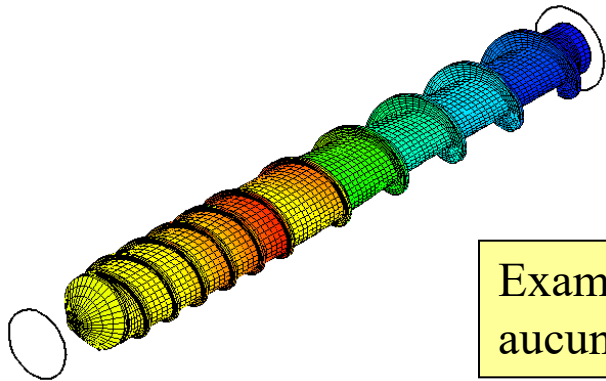
Equations de conservation et de comportement (VL)

Ecoulements et transferts laminaires (VL)

Théorie de la lubrification (VL)

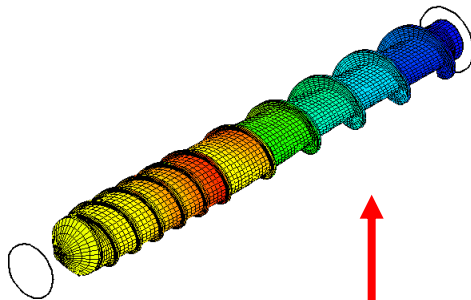
Couches limites - convection forcée et naturelle (VL)

Ecoulements et transferts turbulents (GW)



Examen d'exercices à livre fermé sans
aucun document ou formulaire !

La mécanique des milieux continus...



Construction
d'un **modèle** pour **prédire** l'évolution
d'un milieu **continu**

Equations aux dérivées partielles

Equations de conservation
Equations de comportement

Conditions aux limites

Conditions frontières
Conditions initiales

MASSE
QUANTITE DE MVT
ENERGIE

↓

MOMENT
DE LA
QUANTITE DE
MOUVEMENT

Dynamique moléculaire de l'air

3.5 litres d'air
 10^{23} molécules



Construction
d'un **modèle** pour **prédire** l'évolution
d'un milieu **continu**

La **prédiction** avec la **dynamique
moléculaire** est **tout-à-fait
impossible** pour des **écoulements
complexes**

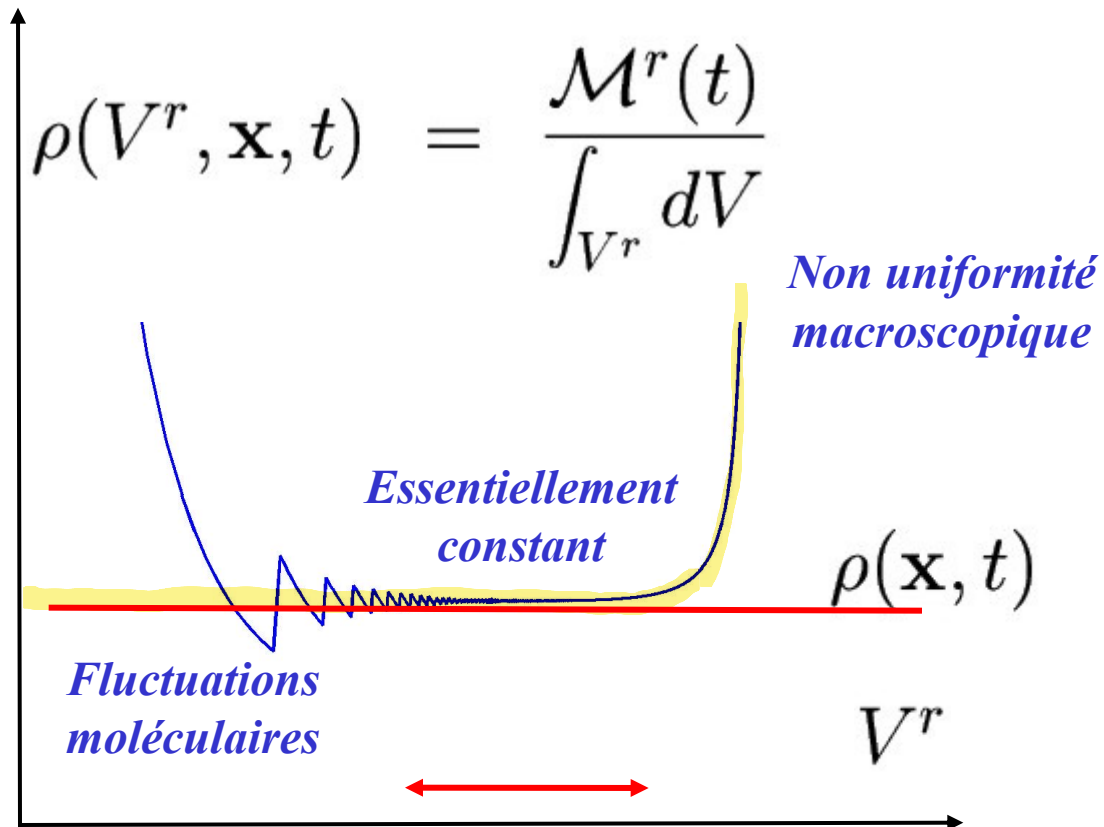
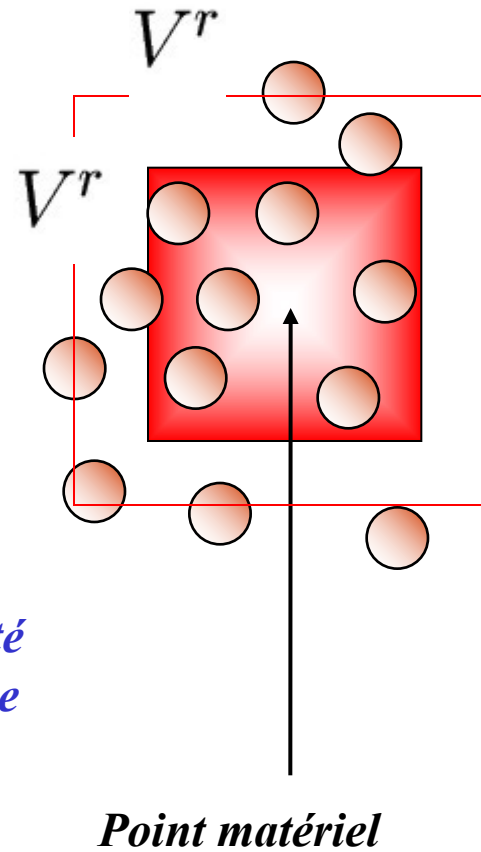
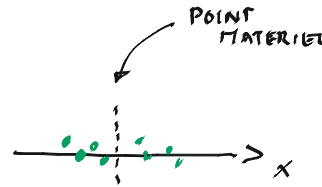
Ordinateur

10^{10} opérations par seconde
 10^{13} secondes ou 100.000 années
juste pour référencer une fois chaque molécule



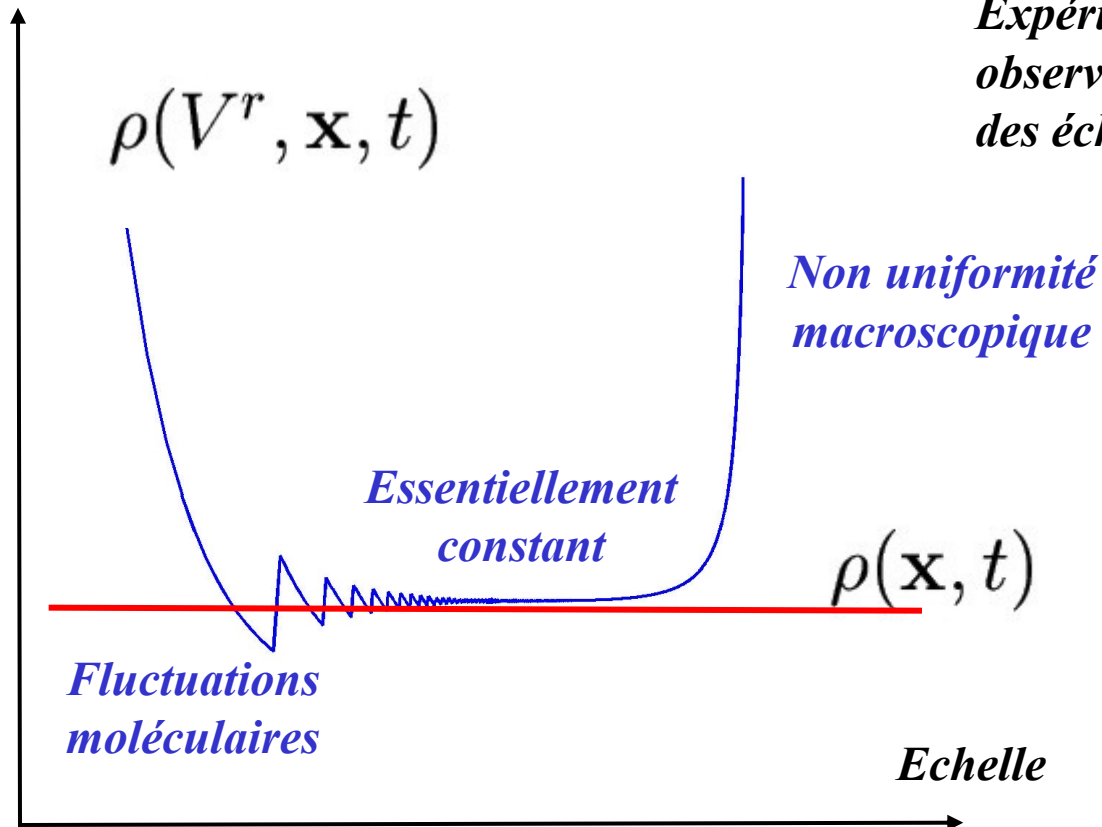
**Hypothèse du
modèle continu**

La densité obtenue comme une moyenne...

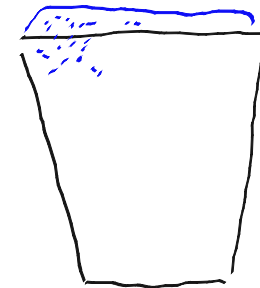


Hypothèse des milieux continus

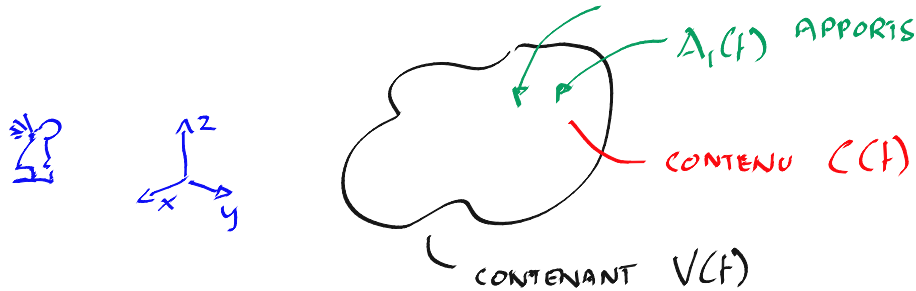
Le comportement de nombreux systèmes est essentiellement le même que si on supposait qu'ils étaient parfaitement continus.



Expérimentalement, on observe bien une séparation des échelles, typiquement 10^{15}



Lois de conservation...



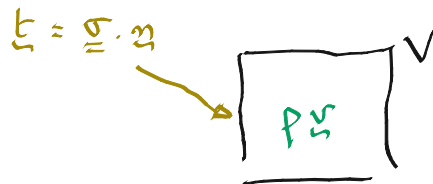
$$\frac{d}{dt} C(t) = A_1(t) + A_2(t)$$

$$\bar{v} = \frac{p \underline{v}}{p}$$

$\left. \begin{matrix} p \\ p \underline{v} \end{matrix} \right\}$ SONT OBTENUES COMME UNE MOYENNE SUR UN VOLUME REPRESENTATIF



$$\frac{\partial p}{\partial t} + \nabla \cdot (p \underline{v}) = 0$$



QUANTITE DE MOUVEMENT

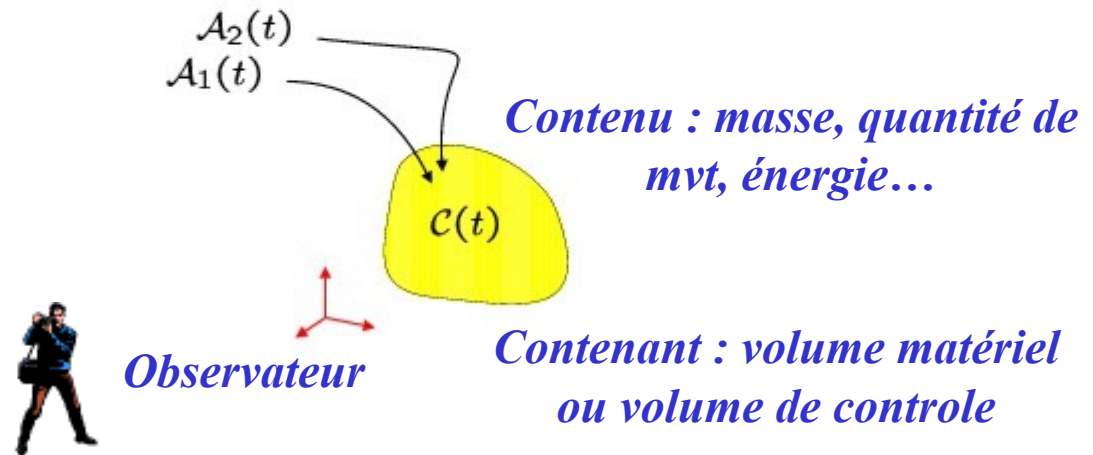
$$\frac{\partial (p \underline{v})}{\partial t} + \nabla \cdot (p \underline{v} \underline{v}) = \nabla \cdot \underline{\underline{\sigma}} + p \underline{g}$$

... bilan comptable !

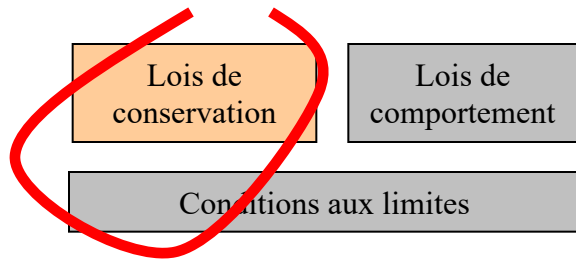
Lois de conservation

$$\frac{dC}{dt}(t) = \mathcal{A}_1(t) + \mathcal{A}_2(t) + \dots$$

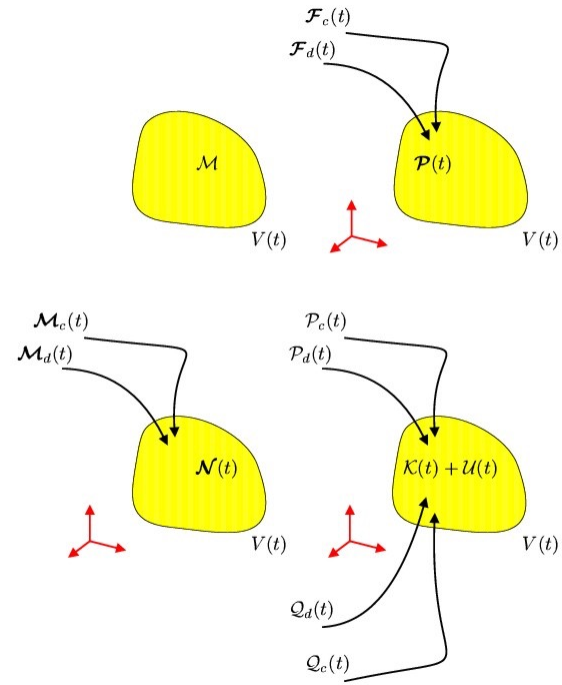
Apports extérieurs



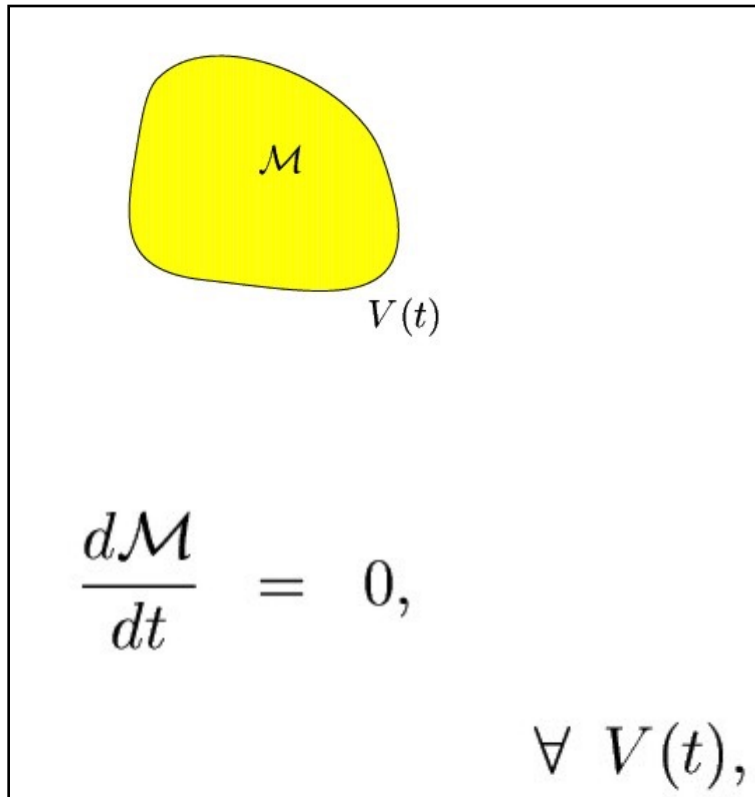
Lois de conservation, lois de comportement, conditions aux limites.



*Conservation de la masse,
de la quantité de mouvement,
du moment de la quantité de mouvement
et de l'énergie.*

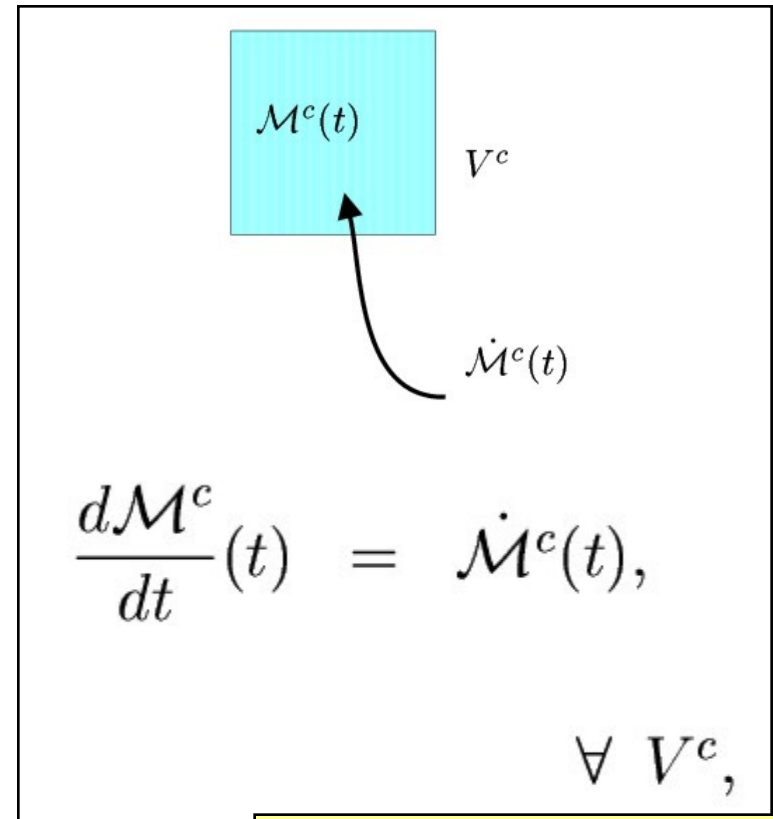


Formes globales de la conservation de la masse



Volume matériel

Ensemble de points matériels en mouvement se déplaçant à une vitesse macroscopique $\mathbf{v}(\mathbf{x}, t)$



Volume de controle

Ensemble de points eulériens

$$\mathbf{v}(\mathbf{x}, t) = v_i(x_j, t)\mathbf{e}_i$$

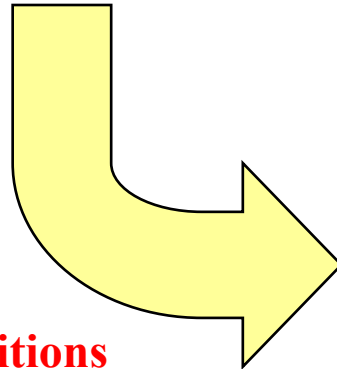
Conservation de la masse

Forme globale

$$\frac{d\mathcal{M}}{dt} = 0, \quad \forall V(t),$$

*satisfaite pour une certaine classe de systèmes,
à tout instant*

$$\mathcal{M} = \int_{V(t)} \rho dV$$



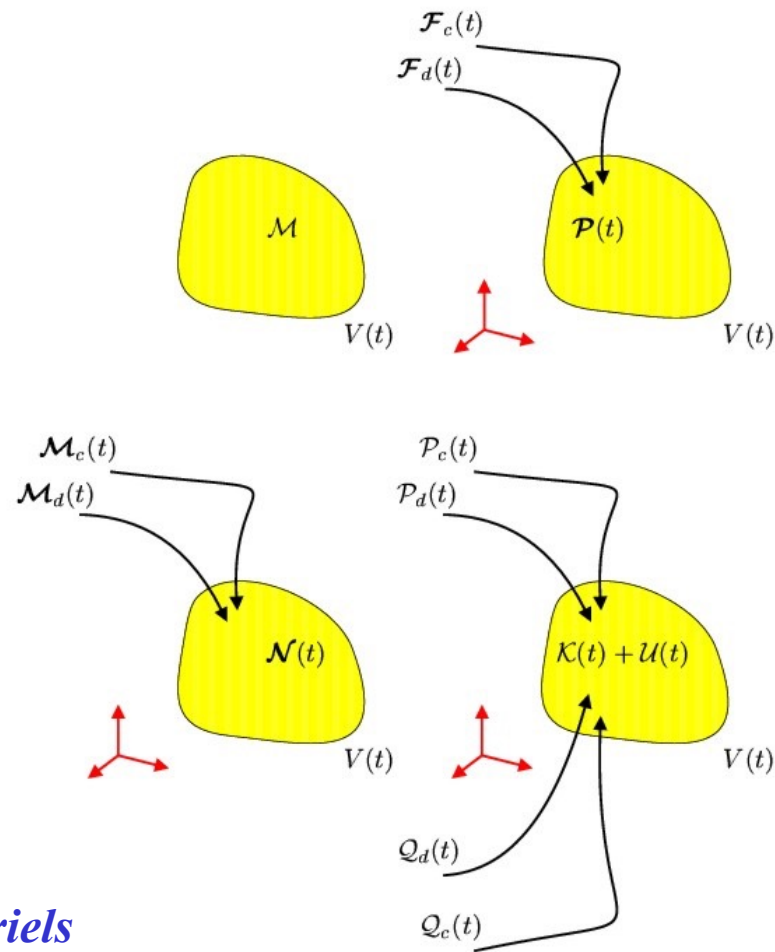
**sous certaines conditions
de continuité..**

Forme locale

$$\frac{D\rho}{Dt} + \rho \nabla \cdot \mathbf{v} = 0,$$

satisfaite en tout point et à tout instant

Toutes les lois de conservation, en un clin d'oeil...

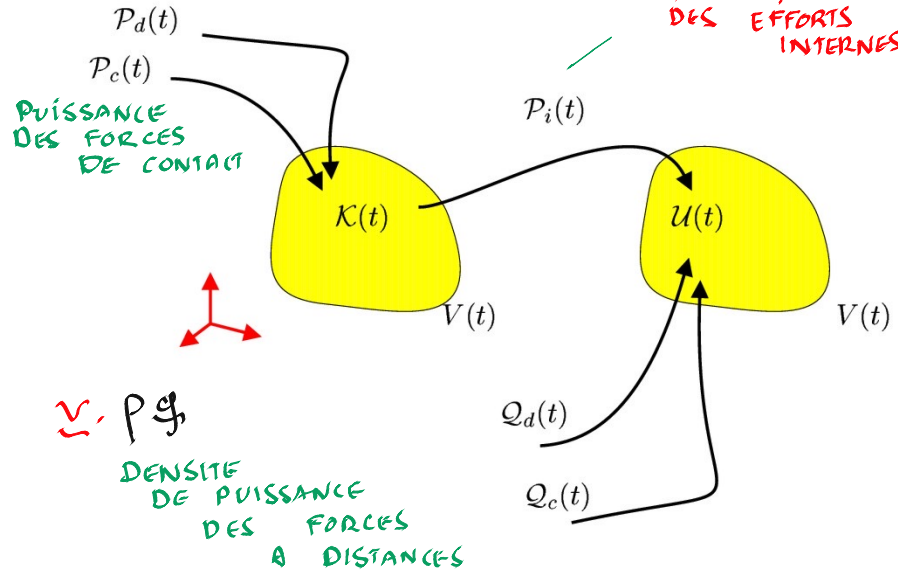


*Forme globale
pour des volumes matériels*

Théorème de l'énergie mécanique

POISSANCE DES FORCES A DISTANCE

POISSANCES DES EFFORTS INTERNES



$$\underline{v} \cdot p \frac{D\underline{v}}{Dt} = \underline{v} \cdot \nabla \cdot \underline{\underline{\sigma}} + \underline{v} \cdot p \underline{g}$$

DENSITE DE PUISSANCE DES FORCES A DISTANCES

$$p \frac{D}{Dt} \left(\frac{\underline{v} \cdot \underline{v}}{2} \right)$$

VARIATION TEMPORELLE DE LA DENSITE D'ENERGIE CINETIQUE

$$= \nabla \cdot (\underline{v} \cdot \underline{\underline{\sigma}}) - (\nabla \cdot \underline{v}) \cdot p = \underline{\underline{\sigma}}$$

DENSITE DE PUISSANCE DES FORCES DE CONTACT

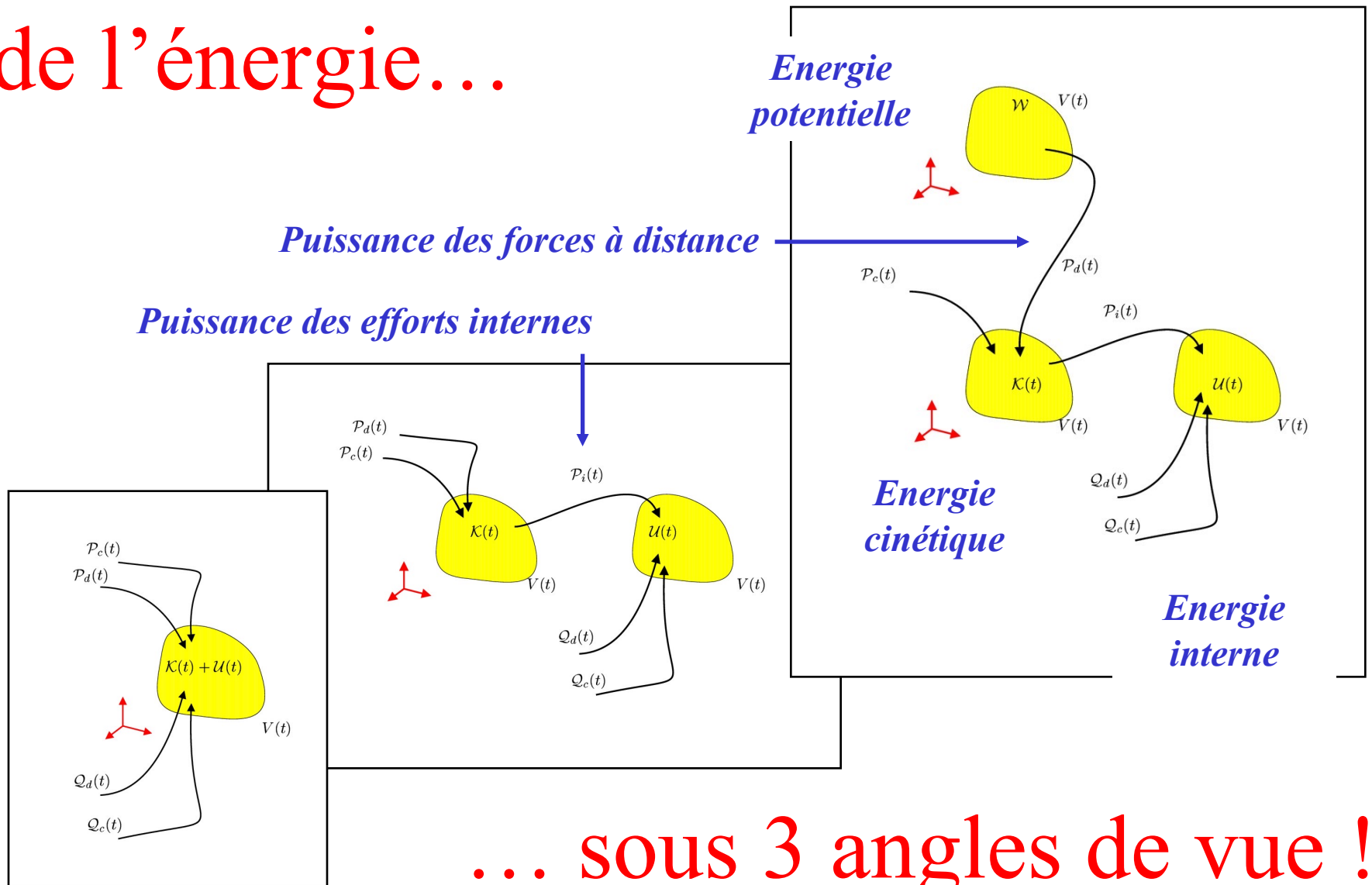
$$- \left(\frac{\nabla \cdot \underline{\underline{\sigma}} + \nabla \cdot \underline{\underline{\sigma}}^T}{2} \right) : \underline{\underline{\sigma}} - \left(\frac{\nabla \cdot \underline{\underline{\sigma}} - \nabla \cdot \underline{\underline{\sigma}}^T}{2} \right) : \underline{\underline{\sigma}}$$

||| SYM
||| ANTI SYM

$$P_c = \int_{V(t)} \underline{\underline{\sigma}} : \underline{\underline{\sigma}} \, d\Omega$$

DISSIPATION VISQUEUSE

Conservation de l'énergie...



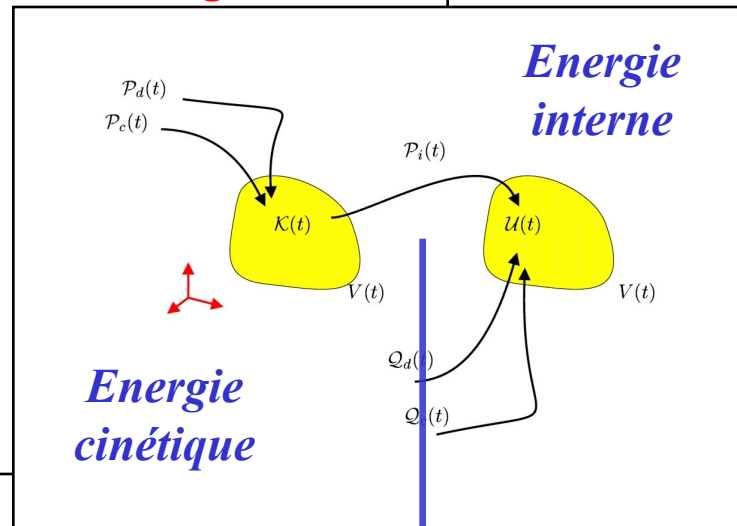
... sous 3 angles de vue !

Puissance des efforts internes

Forme locale non-conservative de la conservation de l'énergie interne

$$\rho \frac{DU}{Dt} = \sigma : \mathbf{d} + r - \nabla \cdot \mathbf{q}$$

Formes globales



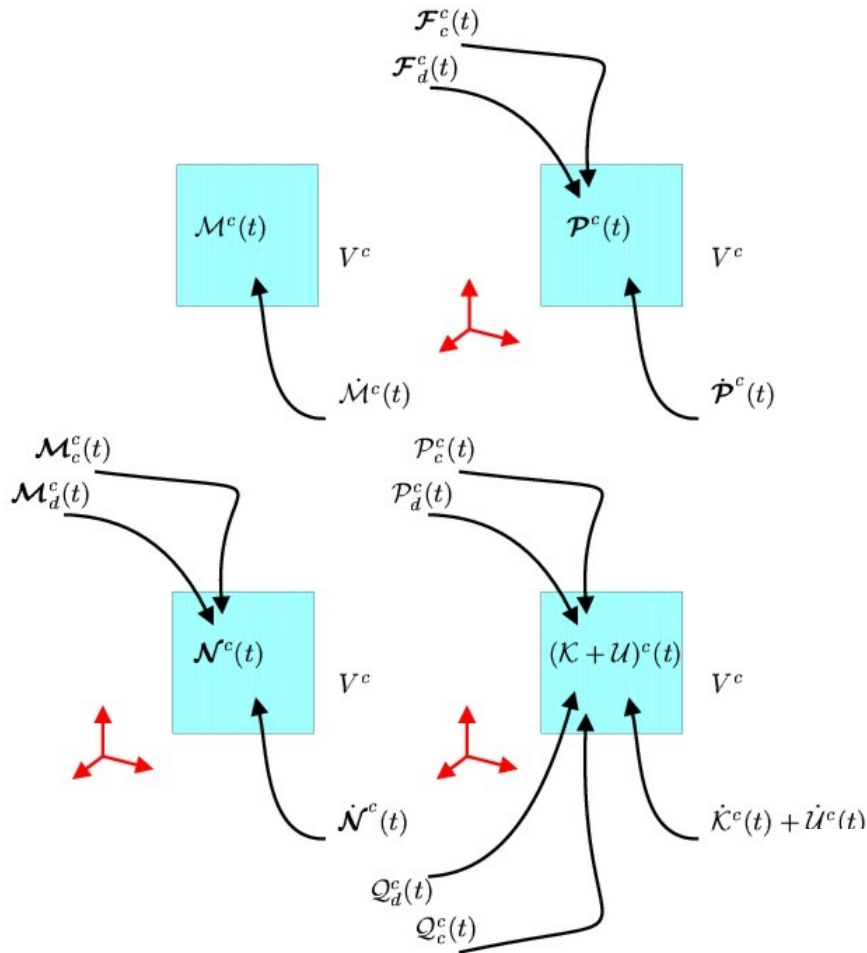
$$\rho \frac{D}{Dt} \left(\frac{\mathbf{v} \cdot \mathbf{v}}{2} \right) = \nabla \cdot (\boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{v}) + \rho \mathbf{g} \cdot \mathbf{v} - \boldsymbol{\sigma} : \mathbf{d}$$

Forme locale non-conservative de la conservation de l'énergie cinétique

Puissance des efforts internes

$$\mathcal{P}_i(t) = \int_{V(t)} \boldsymbol{\sigma} : \mathbf{d} dV$$

Comment retrouver les équations locales ?



$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{v}) = 0,$$

$$\frac{\partial (\rho \mathbf{v})}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{v} \mathbf{v}) = \nabla \cdot \boldsymbol{\sigma} + \rho \mathbf{g},$$

$$\frac{\partial (\rho U)}{\partial T} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{v} U) = \boldsymbol{\sigma} : \mathbf{d} + r - \nabla \cdot \mathbf{q}.$$

...dont on peut déduire des formes locales

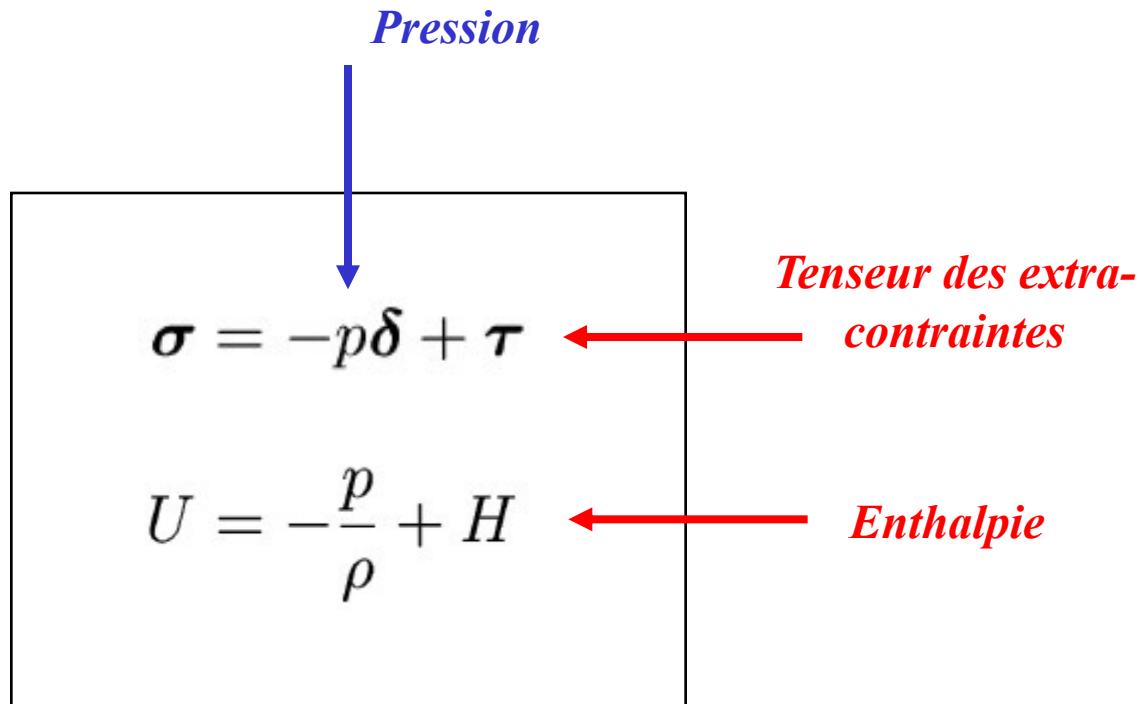
$\mathbf{t}(\mathbf{n}) = \boldsymbol{\sigma}^T \cdot \mathbf{n}$ $\boldsymbol{\sigma} = \boldsymbol{\sigma}^T$ $\mathbf{q}(\mathbf{n}) = -\mathbf{q} \cdot \mathbf{n}$	$\frac{D\rho}{Dt} + \rho \nabla \cdot \mathbf{v} = 0,$ $\rho \frac{D\mathbf{v}}{Dt} = \nabla \cdot \boldsymbol{\sigma} + \rho \mathbf{g}$ $\rho \frac{DU}{Dt} = \boldsymbol{\sigma} : \mathbf{d} + r - \nabla \cdot \mathbf{q}$
---	---

*Forme locale
dite non-conservative*

*Forme locale
dite conservative*

$\mathbf{t}(\mathbf{n}) = \boldsymbol{\sigma}^T \cdot \mathbf{n}$ $\boldsymbol{\sigma} = \boldsymbol{\sigma}^T$ $\mathbf{q}(\mathbf{n}) = -\mathbf{q} \cdot \mathbf{n}$	$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{v}) = 0$ $\frac{\partial (\rho \mathbf{v})}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{v} \mathbf{v}) = \nabla \cdot \boldsymbol{\sigma} + \rho \mathbf{g}$ $\frac{\partial (\rho U)}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{v} U) = \boldsymbol{\sigma} : \mathbf{d} + r - \nabla \cdot \mathbf{q}$
---	---

Trois nouveaux acteurs dans notre modèle !



Un peu d'algèbre

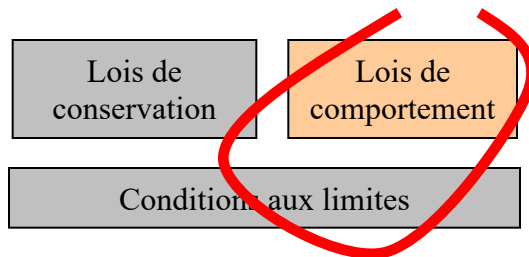
$$H = U + \frac{p}{\rho}$$

$$\begin{aligned}\rho \frac{DH}{Dt} &= \rho \left(\frac{DU}{Dt} + \frac{1}{\rho} \frac{Dp}{Dt} - \frac{p}{\rho^2} \frac{D\rho}{Dt} \right) \\ &= \rho \frac{DU}{Dt} + \frac{Dp}{Dt} - \frac{p}{\rho} \frac{D\rho}{Dt}.\end{aligned}$$

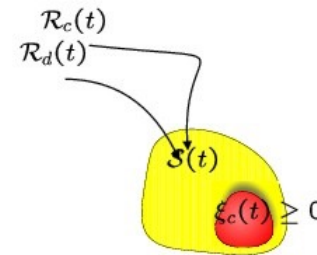


$$\begin{aligned}\rho \frac{DH}{Dt} &= \boldsymbol{\sigma} : \mathbf{d} + r - \nabla \cdot \mathbf{q} + \frac{Dp}{Dt} - \frac{p}{\rho} \frac{D\rho}{Dt}, \\ &= -p \nabla \cdot \mathbf{v} + \boldsymbol{\tau} : \mathbf{d} + r - \nabla \cdot \mathbf{q} + \frac{Dp}{Dt} - \frac{p}{\rho} \frac{D\rho}{Dt}, \\ &= \boldsymbol{\tau} : \mathbf{d} + r - \nabla \cdot \mathbf{q} + \frac{Dp}{Dt} - \frac{p}{\rho} \underbrace{\left(\frac{D\rho}{Dt} + \rho \nabla \cdot \mathbf{v} \right)}_{=0}.\end{aligned}$$

Lois de conservation, lois de comportement, conditions aux limites.



*Second principe de la thermodynamique,
Modèle du fluide visqueux newtonien*



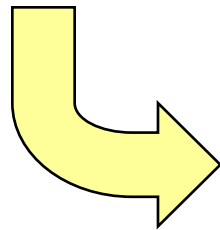
Les équations de comportement ne peuvent pas être écrites n'importe comment !
Il faut respecter certaines règles !

En particulier, il faut les écrire afin que le **second principe de la thermodynamique soit toujours satisfait.**

Quelques jolis tenseurs pour construire notre modèle...

$$\nabla \mathbf{v} = \underbrace{\left(\frac{1}{2} (\nabla \mathbf{v} + \nabla \mathbf{v}^T) \right)}_{\mathbf{d}} + \left(\frac{1}{2} (\nabla \mathbf{v} - \nabla \mathbf{v}^T) \right)$$

Tenseur des taux de déformation



$$\mathbf{d} = \underbrace{(\boldsymbol{\delta} : \mathbf{d}) \frac{\boldsymbol{\delta}}{3}}_{\mathbf{d}^s} + \underbrace{\left(\mathbf{d} - (\boldsymbol{\delta} : \mathbf{d}) \frac{\boldsymbol{\delta}}{3} \right)}_{\mathbf{d}^d}$$

Partie sphérique du tenseur des taux de déformation

Partie déviatoire du tenseur des taux de déformation

*Viscosité de
volume*

*Viscosité de
cisaillement*

$$\boldsymbol{\sigma} = -p\boldsymbol{\delta} + 3\hat{\kappa}(p, T)\mathbf{d}^s + 2\hat{\mu}(p, T)\mathbf{d}^d,$$

$$\mathbf{q} = -\hat{k}(p, T)\nabla T, \quad \text{Conductivité
thermique}$$

$$\begin{aligned}\rho &= \hat{\rho}(p, T), \\ H &= \hat{H}(p, T), \\ S &= \hat{S}(p, T).\end{aligned}$$

L'équation de comportement pour
l'entropie n'est utile que pour vérifier que
le second principe est bien satisfait !

$$TdS = dH - \frac{dp}{\rho} = dU - \frac{pd\rho}{\rho^2},$$

$$\begin{aligned}k &\geq 0, \\ \kappa &\geq 0, \\ \mu &\geq 0.\end{aligned}$$

**Contraintes à
respecter
pour satisfaire
Clausius-Duhem**

**Modèle du fluide
visqueux newtonien**

Quelques ordres de grandeur

TABLE 2.3.1 / The Viscosity of Some Familiar Materials at Room Temperature

<i>Liquid</i>	<i>Approximate Viscosity (Pa·s)</i>
Glass	10^{40}
Molten glass (500°C)	10^{12}
Asphalt	10^8
Molten polymers	10^3
Heavy syrup	10^2
Honey	10^1
Glycerin	10^0
Olive oil	10^{-1}
Light oil	10^{-2}
Water	10^{-3}
Air	10^{-5}

Adapted from Barnes et al. (1989).

$$\boldsymbol{\sigma} = -p\boldsymbol{\delta} + 3\hat{\kappa}(p, T)\mathbf{d}^s + 2\hat{\mu}(p, T)\mathbf{d}^d,$$

$$\mathbf{q} = -\hat{k}(p, T)\nabla T,$$

$$\rho = \hat{\rho}(p, T),$$

$$H = \hat{H}(p, T),$$

$$S = \hat{S}(p, T).$$

Le compte
est bon !

conservation locale de la masse	ρ	1
conservation locale de la quantité de mouvement	\mathbf{v}	3
conservation locale de l'énergie	T	1
constitution pour les contraintes	$\boldsymbol{\sigma}$	6
constitution pour le flux calorifique	\mathbf{q}	3
constitution pour la masse volumique	p	1
constitution pour l'enthalpie	H	1
constitution pour l'entropie	S	1

Remarque : si une équation de comportement pour l'enthalpie est donnée... on en déduit automatique l'énergie interne et vice-versa.

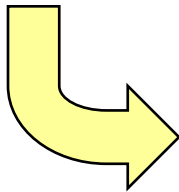
$$U = -\frac{p}{\rho} + H$$

Modèle de gaz idéal

$$\hat{\rho}(p, T) = \frac{p}{R_* T}$$

Constante du gaz

Un exemple
d'équation d'état pour
la masse volumique



Ecoulements compressibles

Propagation des sons au sein de l'air : c'est un effet de la compressibilité de l'écoulement.

Caractérisation par le nombre de Mach

Presque comme en thermo...

*Concentration molaire
[mole/m³]*

$$\rho = c M$$

*Masse volumique
[kg/m³]*

*Masse molaire
[kg/mole]*

$$pV = nRT$$

$$c = \frac{n}{V}$$

$$c = \frac{p}{RT}$$

Constante des gaz

$$R = 8.314 [J/moleK]$$

$$\rho = \frac{p}{R_* T}$$

Constante du gaz

$$R_{*,air} = \frac{R}{M_{air}} = 287 [m^2/s^2K]$$

$$\hat{H}(p, T)$$

Et la relation
d'état pour
l'enthalpie (1) ?

$$\hat{H}(p, T) = \left[\frac{\partial H}{\partial T} \right] T + \frac{\partial H}{\partial p} p = U(p, T) + \frac{p}{\rho(p, T)}$$

*Chaleur massique à
pression constante*

$$= \left(\left[\frac{\partial U}{\partial T} \right] - \frac{p}{\rho^2} \frac{\partial \rho}{\partial T} \right) T + \left(\frac{\partial U}{\partial p} - \frac{p}{\rho^2} \frac{\partial \rho}{\partial p} + \frac{1}{\rho} \right) p$$

*Chaleur massique à
volume constant*

$$\beta \triangleq - \frac{1}{\rho} \frac{\partial \rho}{\partial T} = \frac{1}{T}$$

*Coefficient de
dilatation
thermique*

$$\gamma \triangleq \frac{1}{\rho} \frac{\partial \rho}{\partial p} = \frac{1}{p}$$

*Coefficient de
compressibilité*

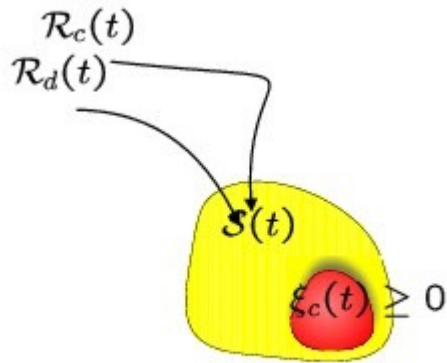
(1) ou l'énergie interne

Il s'agit
donc de définir
une équation d'état pour la
chaleur massique à pression
constante et ...

*Chaleur massique à
pression constante*

$$c_p(p, T) \triangleq \frac{\partial \hat{H}}{\partial T}$$

$$f(p, T) \triangleq \frac{\partial \hat{H}}{\partial p}$$



On ne peut pas écrire
n'importe comment
ces relations d'état !

Second principe de la thermodynamique

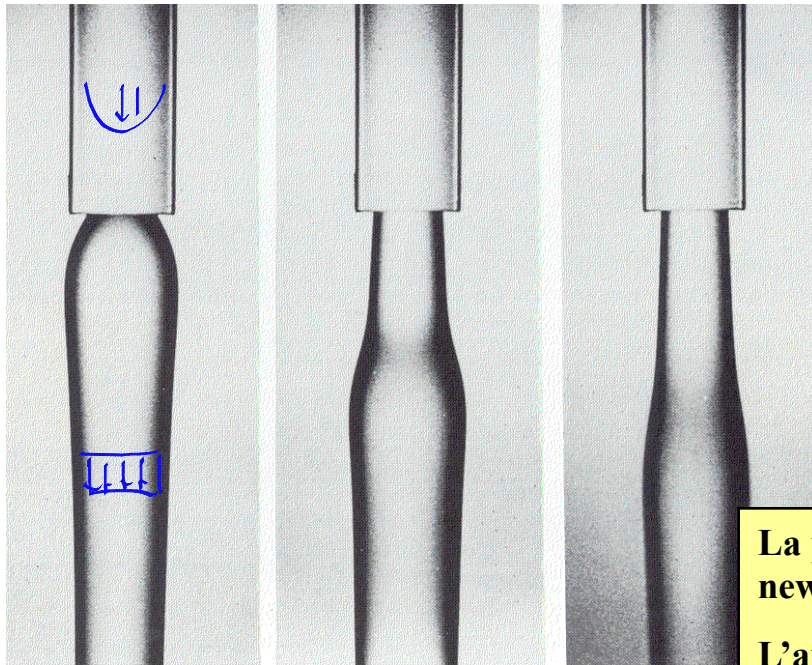
$$\rho \frac{DS}{Dt} \geq \frac{r}{T} - \frac{1}{T} \nabla \cdot \mathbf{q} + \frac{\mathbf{q}}{T^2} \cdot \nabla T,$$

Inégalité de Clausius-Duhem : $\rho T \frac{DS}{Dt} - \rho \frac{DU}{Dt} \geq -\boldsymbol{\sigma} : \mathbf{d} + \frac{\mathbf{q}}{T} \cdot \nabla T$

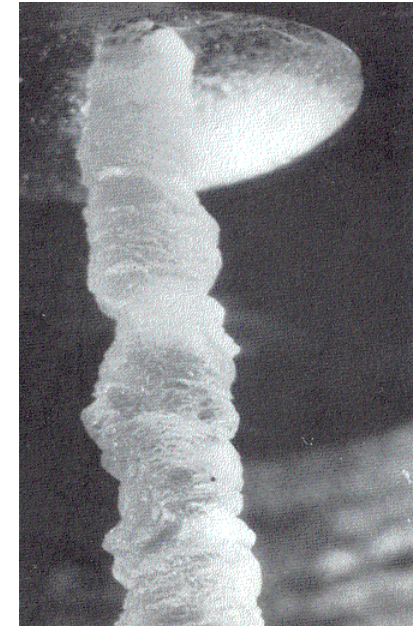
Il faut respecter certaines règles !

En particulier, il faut les écrire afin que le **second principe de la thermodynamique soit toujours satisfait.**

De tels gonflement de jets
sont imprévisibles avec ce
modèle newtonien



(Giesekus, Rheologica Acta, 68)

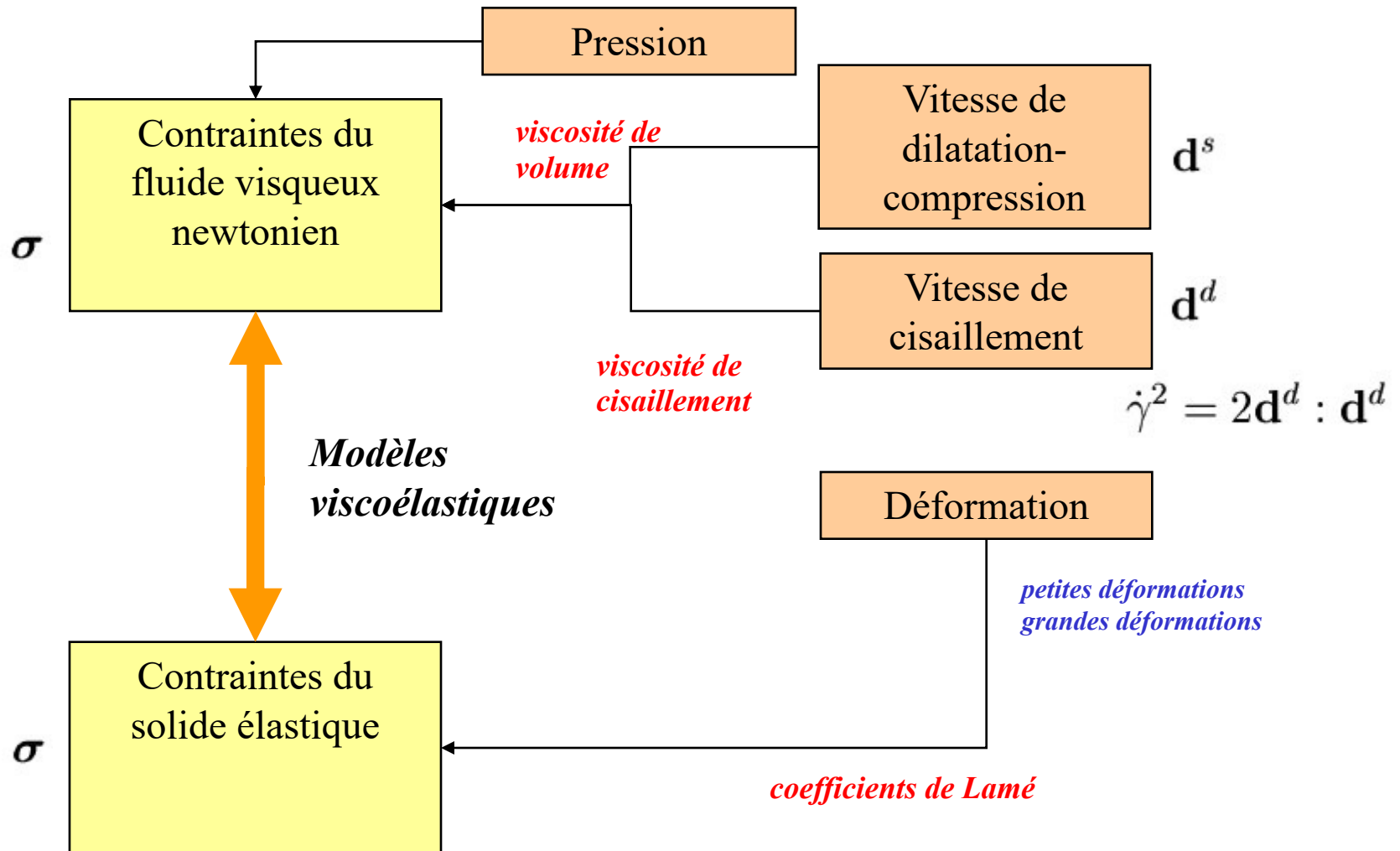


(Piau, JNNFM, 90)

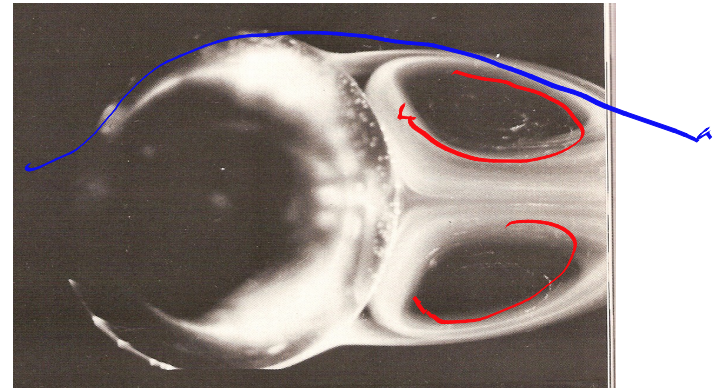
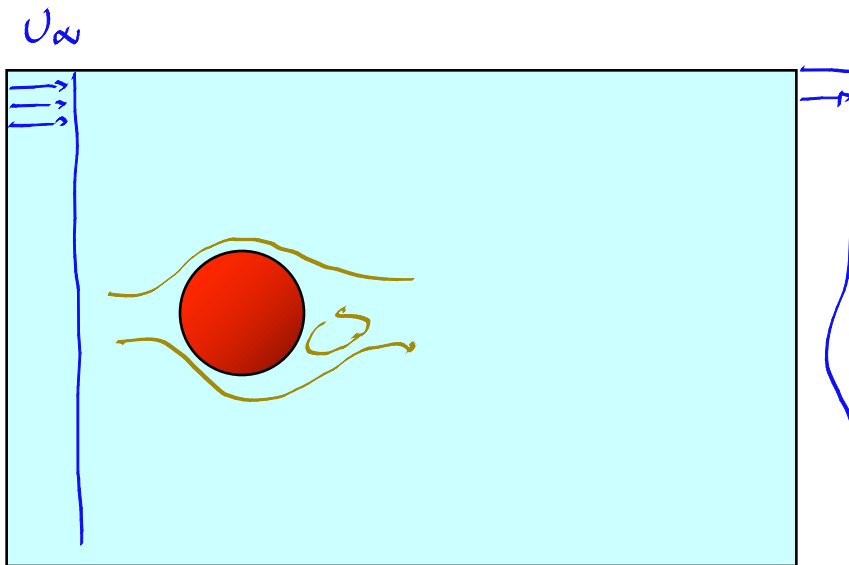
La plupart de fluides réels NE SONT PAS des fluides newtoniens...

L'air et l'eau sont toutefois newtoniens et constituent les fluides les plus largement répandus...

Rhéologie : la science du monde magique des équations de comportement...



Evaluer la force de trainée à partir d'une mesure du profil de vitesses en aval...



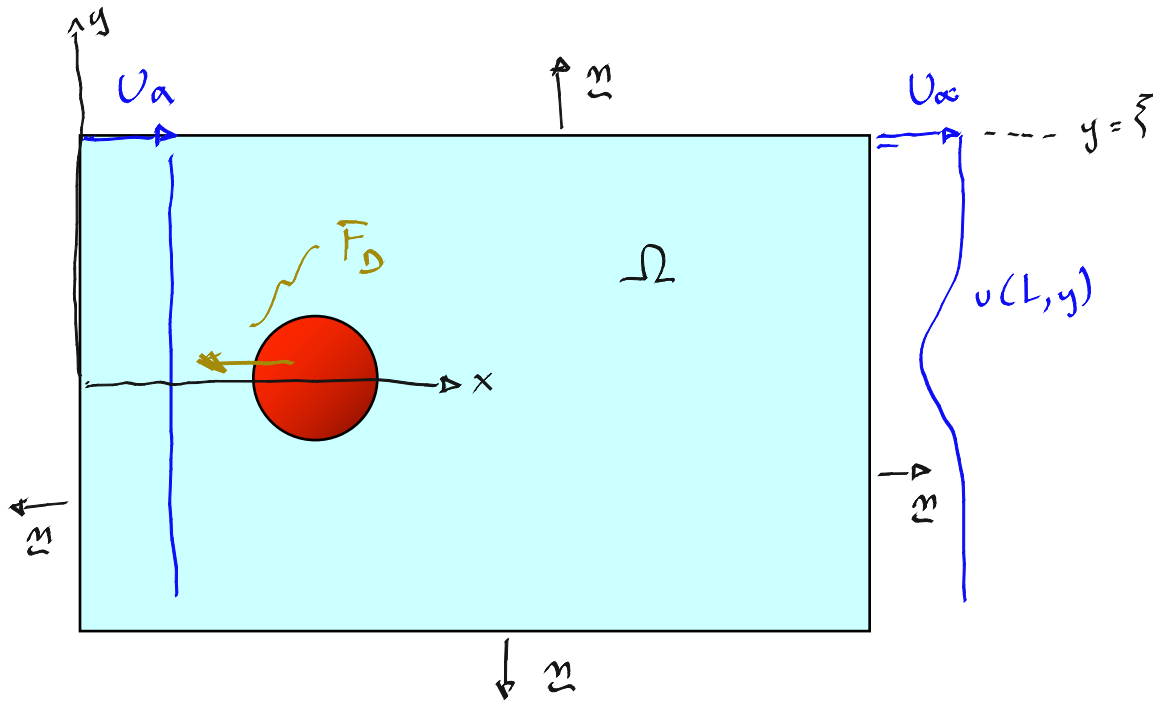
Taneda 1956

(from An Album of Fluid Motion, Van Dyke)

$u(L, y)$

Volume de controle
Ensemble de points eulériens

Volume de contrôle

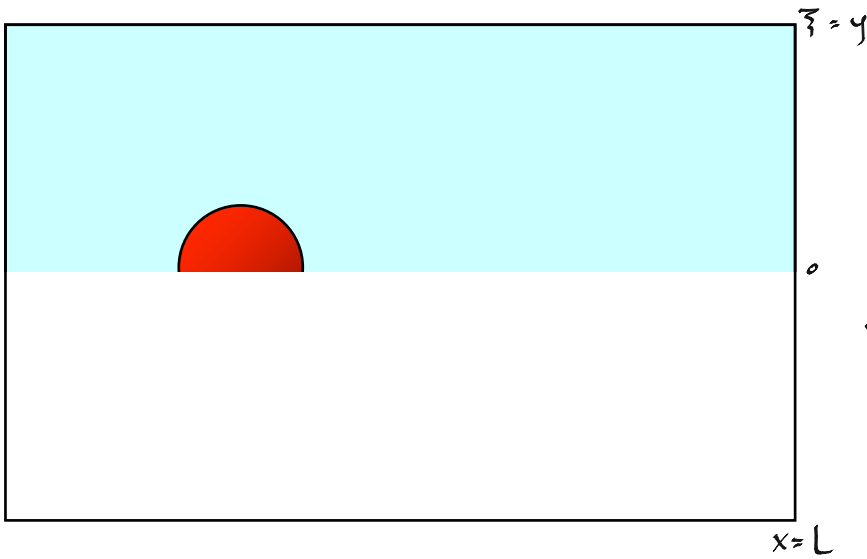


ÉCOULEMENT
2D
STATIONNAIRE
INCOMPRESSIBLE
HORIZONTAL

$$\vec{v} = u \hat{e}_x + v \hat{e}_y$$

FORCE
EXERCÉE
SUR LE FLUIDE
PAR LE CYLINDRE

$$\int_{\partial\Omega} \rho \vec{v} \cdot \vec{n} = -F_D$$



$$-F_D = 2\rho \int_0^{\xi} u^2 - u U_\infty dy$$

$$\int_{\partial\Omega} p u \, \vec{n} \cdot \vec{m} = -F_D$$

$$2 \left[\int_0^{\xi} -\rho U_\infty^2 + \int_0^{\xi} \rho u^2 + \int_0^L \rho U_\infty v \, dx \right]$$

$$\rho U_\infty \int_0^L \int_0^{\xi} \frac{\partial v}{\partial y} dy \, dx$$

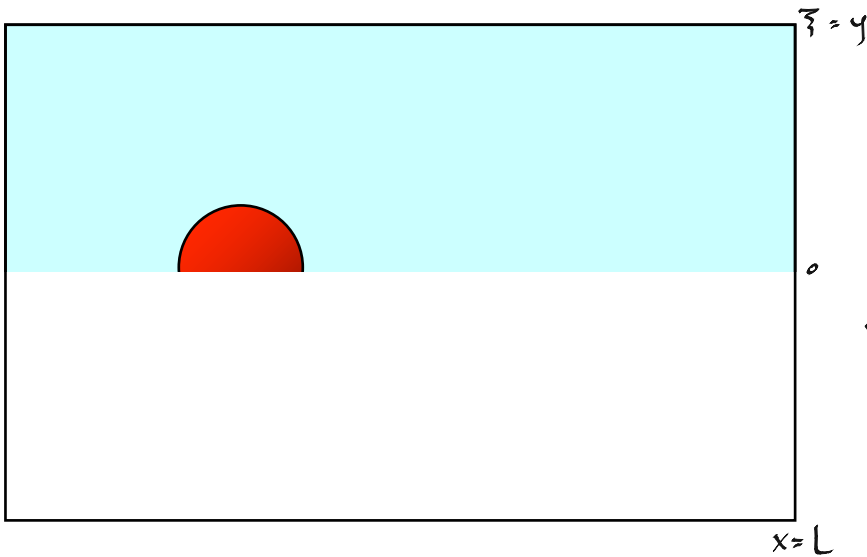
CONSERVATION
LOCALE
DE LA
MASSE

$$\rho U_\infty \int_0^{\xi} \int_0^L -\frac{\partial v}{\partial x} dx \, dy$$

($U_\infty - u$)

OPTION 1

Bilan de la quantité de
mouvement horizontale !



$$\int_{\partial\Omega} p v \cdot n \, d\Omega = -F_D$$

$$2 \left[\int_0^\xi -p U_\infty^2 + \int_0^\xi p u^2 + \int_0^L p U_\infty v \, dx \right]$$

$$-F_D = 2\rho \int_0^\xi u^2 - v U_\infty \, dy$$

OPTION 2

CONSERVATION GLOBALE DE LA MASSE

$$= \rho U_\infty \int_0^L v \, dx$$

$$\int_0^\xi p U_\infty - \int_0^\xi p u$$

Bilan de la quantité de mouvement horizontale !



CE QUI ENTRE = CE QUI SORT !!

$$-F_D = 2\rho \int_0^{\zeta} v^2 - v U_\infty dy$$

$$\frac{F_D}{2\rho U_\infty^2} = \int_0^{\infty} \underbrace{\frac{v}{U_\infty}}_{[m]} \underbrace{\left(1 - \frac{v}{U_\infty}\right)}_{[m]} dy$$

$$\left[\frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \right] \left[\frac{\text{m}^2}{\text{s}^2} \right] = \left[\frac{\text{N}}{\text{m}^2} \right]$$

$$\left[\frac{\text{N}}{\text{m}} \right]$$

Et zou, la force de trainée !