

## Séance 13

# Écoulement turbulent en conduite

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = -2 \log_{10} \left( \frac{2.51}{Re_D} \frac{1}{\sqrt{\lambda}} + \frac{1}{3.71} \frac{\epsilon}{2R} \right)$$
$$St = \frac{\lambda}{8} \left( 1 + 13 \left( Pr^{2/3} - 1 \right) \sqrt{\frac{\lambda}{8}} \right)^{-1}$$
$$Re_D = \frac{2R\bar{u}_m}{\nu}$$

24

On souhaite calculer la perte de charge et le transfert de chaleur dans un écoulement turbulent d'air avec une vitesse moyenne  $\bar{u}_m = 50$  m/s dans une conduite de diamètre  $2R = 5$  cm. Dans la conduite, la température moyenne de l'air est de  $20^\circ$  Celsius : on prendra les propriétés matérielles de l'air à la pression atmosphérique. La température à la paroi du tuyau est de  $10^\circ$  Celsius. La conduite a une longueur de 10 mètres.

1. Calculer la masse volumique de l'air.
2. Calculer le nombre de Reynold  $Re$  de l'écoulement.  
Est-ce que l'écoulement est turbulent ?
3. Calculer le nombre de Prandtl du problème.
4. Est-ce que la dissipation visqueuse peut être négligée dans ce problème ?
5. Est-il légitime de considérer que l'écoulement est incompressible ?
6. Démontrer que  $Nu = Re Pr St = Pe St$ .
7. Démontrer que  $\lambda = 4C_f$  en conduite.
8. Calculer les pertes de charges et le transfert de chaleur dans le cas *hydrauliquement lisse*.
9. Calculer les pertes de charges et le transfert de chaleur avec une rugosité  $\epsilon = 0.5$  mm.
10. Comparer les valeurs obtenues avec celles fournies pour un écoulement laminaire (virtuel :-).
11. Est-il légitime de négliger les variations des propriétés matérielles de l'air ?
12. Dans la zone dite proche paroi, obtenir le profil universel de température  $\bar{T}^+$  dans les cas *hydrauliquement lisse* et *rugueux* en considérant un nombre de Prandtl turbulent égal à l'unité<sup>1</sup>.

$$Pr_t = \frac{\nu_t}{\alpha_t} \approx 1$$

<sup>1</sup>Le modèle le plus simple pour le nombre de Prandtl turbulent est l'analogie de Reynolds qui donne une valeur unitaire. Expérimentalement, on observe des valeurs 0.07 à 0.9 en fonction du nombre moléculaire de Prandtl du fluide en question [https://en.wikipedia.org/wiki/Turbulent\\_Prandtl\\_number](https://en.wikipedia.org/wiki/Turbulent_Prandtl_number)

13. Avec `python`, tracer les approximations des profils de vitesse  $\bar{u}^+$  et de température  $\bar{T}^+$  en fonction de  $y^+$  dans les cas *hydrauliquement lisse* et *rugueux*.
14. Finalement, calculer le coefficient de transfert thermique dans le cas *hydrauliquement lisse*

$$h = \frac{\bar{q}_w}{\bar{T}_m - \bar{T}_w}$$

On parle aussi de conductance thermique par analogie avec l'électricité alors que la valeur inverse  $1/h$  sera une résistance thermique qui caractérisera globalement les transferts thermiques dus à la diffusion moléculaire et à la convection turbulence modélisée par le coefficient de conductibilité turbulente.

### Profils composites de vitesse en conduites

Conduites lisses	Conduites rugueuses
$\bar{u}^+ = \underbrace{\left[ \frac{1}{\kappa} \log \left( \frac{y \bar{u}_\tau}{\nu} \right) + C \right]}_{f(y^+)} + D \underbrace{\left[ \sin^2 \left( \frac{\pi}{2} \frac{\alpha y}{R} \right) \right]}_{G(\eta)}$	$\bar{u}^+ = \underbrace{\left[ \frac{1}{\kappa} \log \left( \frac{y}{\epsilon} \right) + B \right]}_{f(y, \epsilon)} + D \underbrace{\left[ \sin^2 \left( \frac{\pi}{2} \frac{\alpha y}{R} \right) \right]}_{G(\eta)}$

$$\kappa = 0.40, B = 8.5, C = 5.5, D = 1.0, \alpha = 1.35$$

### Corrélations entre transfert de chaleur et de quantité de mouvement sans dissipation visqueuse et $0.5 < Pr$

Laminaire Analogie de Reynold	Turbulent Paroi lisse Formule de Petukhov	Turbulent Paroi rugueuse
$C_f = 2 St Pr^{2/3}$	$C_f = 2 St \left( 1 + 13 (Pr^{2/3} - 1) \sqrt{\frac{C_f}{2}} \right)$	$C_f = 2 St$

...avec dissipation visqueuse et  $Pr = 1$

**Propriétés matérielles de l'air  
à pression atmosphérique  
et à une température de 20° Celsius**

$$C_f = \frac{2 St}{(1 - Ec/2)}$$

$\mu$	$1.81 \cdot 10^{-5}$	$N s m^{-2}$
$k$	$2.57 \cdot 10^{-2}$	$W m^{-1} K^{-1}$
$c_p$	$1.00 \cdot 10^3$	$J kg^{-1} K^{-1}$
$M$	$2.90 \cdot 10^{-2}$	$kg mole^{-1}$
$R$	$8.314$	$J mole^{-1} K^{-1}$