Transferts de chaleur

7 Ce qui est essentiel à observer dans cet exercice est qu'il est nettement (mais vraiment nettement !) plus simple de d'abord calculer le flux de chaleur et d'ensuite déduire le profil de température le long de la section de la plaque composée de plusieurs couches. En effet, le flux de chaleur constant est identique en tout point x. Sans perte de généralité, nous allons nous limiter à une plaque avec deux couches dont les conductibilités thermiques sont respectivement k_1 et k_2. Les notations pour les diverses températures aux interfaces sont définies sur la Figure 3.

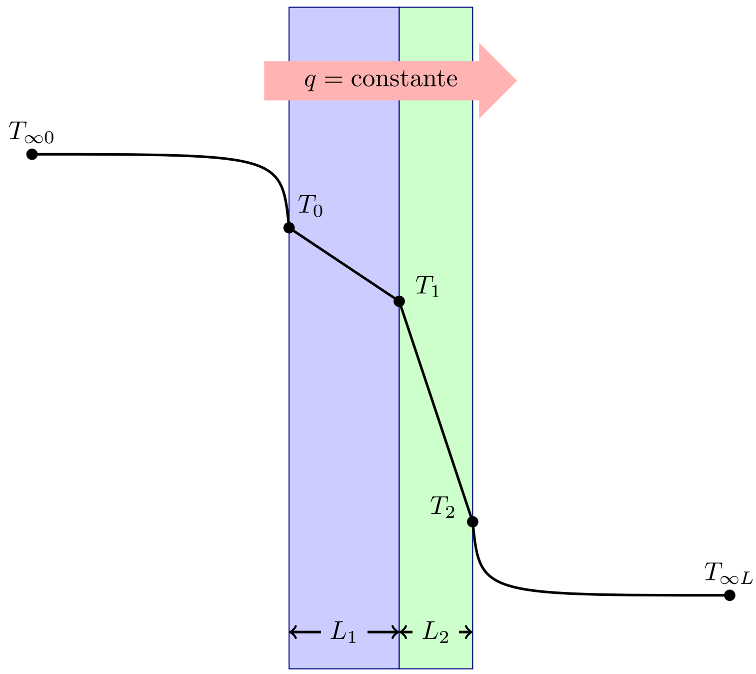

Figure 3: Profil de température dans une plaque avec deux couches distinctes.

1. Ecrivons l'expression du flux de chaleur, en utilisant la loi de Fourier ou de Newton dans chaque partie du domaine.

$$
\begin{array}{ccccccc}
q = h_0(T_{\infty 0} - T_0) & & q = k_1 \dfrac{T_0 - T_1}{L_1} & & q = k_2 \dfrac{T_1 - T_2}{L_2} & & q = h_L(T_2 - T_{\infty L}) \\
\downarrow & & \downarrow & & \downarrow & & \downarrow \\
\dfrac{q}{h_0} = T_{\infty 0} - T_0 & & \dfrac{qL_1}{k_1} = T_0 - T_1 & & \dfrac{qL_2}{k_2} = T_1 - T_2 & & \dfrac{q}{h_L} = T_2 - T_{\infty L}
\end{array}
$$

En additionnant ensuite ces quatre équations, on obtient une expression du flux de chaleur qui ne fait plus intervenir les températures inconnues aux trois interfaces !

$$q\left(\frac{1}{h_0}+\frac{L_1}{k_1}+\frac{L_2}{k_2}+\frac{1}{h_L}\right) = T_{\infty 0}-T_0+T_0-T_1+T_1-T_2+T_2-T_{\infty L}$$

$$q\left(\frac{1}{h_0}+\frac{L_1}{k_1}+\frac{L_2}{k_2}+\frac{1}{h_L}\right) = T_{\infty 0}-T_{\infty L}$$

L'expression du flux de chaleur est donc : $\boxed{q = \dfrac{T_{\infty 0}-T_{\infty L}}{\left(\dfrac{1}{h_0}+\dfrac{L_1}{k_1}+\dfrac{L_2}{k_2}+\dfrac{1}{h_L}\right)}}$

Les différents coefficients du dénominateur sont souvent appelés résistance thermiques conductives et convectives respectivement, en observant l'analogie qui existe entre le flux de chaleur et le courant électrique. Bref, tout est électricité (ou transfert de chaleur :-)

2. A partir de cette expression du flux, les trois températures inconnues aux interfaces sont obtenues en tirant profit des quatre équations locales !

$$\boxed{\begin{aligned} T_0 &= T_{\infty 0} - q\left(\frac{1}{h_0}\right) \\ T_1 &= T_{\infty 0} - q\left(\frac{1}{h_0}+\frac{L_1}{k_1}\right) \\ T_2 &= T_{\infty 0} - q\left(\frac{1}{h_0}+\frac{L_1}{k_1}+\frac{L_2}{k_2}\right) \end{aligned}}$$