Séance 3

Transferts de chaleur

$$\rho c \frac{\partial T}{\partial t} = \boldsymbol{\nabla} \cdot (k \boldsymbol{\nabla} T) \; + \; r$$

$$\mathbf{q} = -k \; \boldsymbol{\nabla} T \qquad \text{- Fourier -}$$

$$\mathbf{q} \cdot \mathbf{n} = \pm h \; \Delta T \qquad \text{- Newton -}$$

7 Considérons une plaque plane composée de plusieurs couches dont les faces sont beaucoup plus grandes que son épaisseur L. On recherche le profil de température $T(x)$. Les coefficients de conduction des diverses couches sont donnés par k_i tandis que leur épaisseurs sont données par L_i. Les densités de flux de chaleurs sur les faces extérieures sont données par les expressions :

$$\begin{aligned} q &= h_0 \; (T_{\infty 0} - T(0)) \\ q &= h_L \; (T(L) - T_{\infty L}) \end{aligned}$$

où h_0 et h_L sont des coefficients de convection, tandis que $T_{\infty 0} > T_{\infty L}$ sont les températures moyennes de l'air des deux côtés de la plaque.

On vous demande de :

1. Calculer la densité de flux de chaleur q en fonction des données.
2. Déterminer les températures aux interfaces entre les couches.
3. Dessiner le profil de température.

Quelques ordres de grandeur de coefficient de conduction

Matériau	k $[W/mK]$
cuivre	380
aluminium	260
acier	45
eau (à pression atmosphérique)	0.67
air (à pression atmosphérique)	0.02

8 Consdérons un fer à repasser d'une puissance de 1000 W. La semelle est réalisée avec un alliage en alumnium $2024-T6$ dont les caractéristiques matérielles sont $\alpha = 73 \times 10^{-6}\ m^2/s$, $c = 875\ J/kgK$ et $\rho = 2770\ kg/m^3$. L'épaisseur de la semelle est 0.5 cm et sa surface est 0.03 m^2.

Avant d'allumer le fer, la semelle est en équilibre thermique avec l'air ambiant à 22 ^0C.

1. Est-il réaliste de supposer que la température de la semelle est approximativement uniforme à tout instant ?
   Quel nombre adimensionnel serait-il judicieux de calculer ? Justifier.
2. Calculer le temps requis pour que la température de la semelle atteigne 140 ^0C si le coefficient de convection à la base de la semelle est $h = 12\ W/m^2K$ et si 85% de la chaleur générée par la résistance électrique est transférée à la semelle.

Quelques ordres de grandeur de coefficients de convection

Type de transfert	Fluide	h $[W/m^2K]$
Convection forcée	Gaz	10...300
	Liquide aqueux	500...12000
	Huile	50...1700
	Métal liquide	6000...110000
Convection naturelle	Gaz	5...30
	Liquide aqueux	100...1000
Changement de phase	Eau, ébullition	3000...60000
	Eau, condensation	5000...110000

9 La température T_∞ d'un gaz en mouvement est mesuré par un thermocouple dont la jonction peut être approximée comme une sphère avec un diamètre $D = 1.2\ mm$. Les propriétés de cette jonction sont $k = 35\ W/mK$, $c = 320\ J/kgK$ et $\rho = 8500\ kg/m^3$. Le coefficient de convection entre la jonction et le gaz est $h = 65\ W/m^2K$.

Le thermocouple dont la température initiale est T_0 est plongé en $t = 0$ dans le gaz et il faudra un certain temps pour que la température moyenne de la jonction $T_m(t)$ se rapproche de la température du gaz. C'est à cet instant uniquement que le thermocouple permet d'obtenir une mesure acceptable de la température du gaz.

1. Obtenir l'équation différentielle ordinaire que doit satisfaire $T_m(t)$.
2. Calculer le temps t_c afin tel que l'écart $T_m(t_c) - T_\infty$ soit inférieur à 1% de l'écart $T_0 - T_\infty$.
3. Est-il possible de ré-obtenir l'équation différentielle ordinaire que doit satisfaire $T_m(t)$ en partant de l'équation aux dérivées partielles que satisfait $T(\mathbf{x}, t)$?
4. A tout instant, à quoi ressemble le profil de température $T(r, t)$ à l'intérieur de la sphère ?
   La valeur du nombre de Biot doit vous permettre de répondre à cette question (si, si, si !).