

## Séance 7

# Comment améliorer l'adhérence d'une couche limite ?

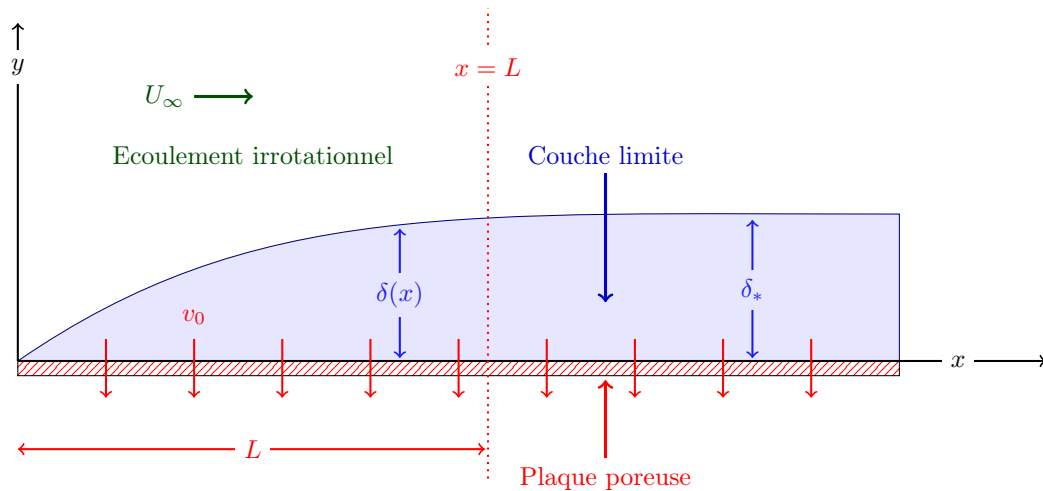
$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0$$
$$u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{1}{\rho} \frac{dp_e}{dx} + \nu \frac{\partial^2 u}{\partial y^2}$$

14

Considérons une surface plane poreuse sur laquelle se développe une couche limite laminaire. L'écoulement externe est caractérisé par une vitesse constante  $U_\infty$  et une pression constante  $p_0$ . La viscosité dynamique et la masse volumique de fluide sont  $\mu$  et  $\rho$  respectivement. Nous supposons que la vitesse sur la paroi a une composante horizontale nulle  $u(x, 0) = 0$  et une composante verticale constante  $v(x, 0) = -v_0$  telle que

$$\frac{v_0}{U_\infty} \ll 1$$

Dans ce un tel cas, l'épaisseur de la couche limite et le profil de vitesse au sein de celle-ci tendent à devenir constantes à une distance  $L$  du bord d'attaque.



Nous allons nous restreindre à l'analyse de l'écoulement pour les valeurs de  $x \gg L$ . Dans ce cas, on peut obtenir  $u(y)$  en résolvant le problème aux conditions aux limites :

$$\left\{ \begin{array}{l} -\rho v_0 \frac{du}{dy} = \mu \frac{d^2u}{dy^2} \\ u(0) = 0 \\ u(y \rightarrow \infty) = U_\infty \end{array} \right.$$

1. Ecrire les équations de la couche limite laminaire, déduire ensuite ce problème aux conditions aux limites en utilisant les hypothèses de l'énoncé.
2. Obtenir l'expression du profil de vitesse  $u(y)$ .
3. Calculer l'épaisseur constante de déplacement  $\delta_*$  :

$$\delta_* = \int_0^\infty \left( 1 - \frac{u(y)}{U_\infty} \right) dy$$

4. Quel est le sens physique ou géométrique du concept d'épaisseur de déplacement ?
5. Calculer la contrainte de cisaillement  $\tau_w$  exercée par le fluide sur la plaque.
6. Définir le coefficient de frottement  $C_f$  et obtenir la valeur numérique pour ce problème.
7. Obtenir l'évolution de l'ordre de grandeur de la couche limite  $\delta(x)$  en fonction de  $\rho$ ,  $\mu$ ,  $U_\infty$  et  $x$ , lorsque  $0 < x < L$ .  
Il s'agit du même développement que celui fait pour obtenir les équations de la couche limite !
8. Estimer ensuite la valeur de  $L$  en termes de  $\rho$ ,  $\mu$ ,  $v_0$  et  $U_\infty$ .
9. Démontrer l'équation de Bernoulli pour un écoulement bidimensionnel stationnaire irrotationnel<sup>1</sup> :

$$p(x, y) + \frac{\rho u^2(x, y)}{2} + \frac{\rho v^2(x, y)}{2} + \rho g y = \text{constante}$$

L'idée est d'aspirer le fluide sur la plaque avec une vitesse de succion constante  $v_0$  pour améliorer l'adhérence de la couche limite et cette idée a été étudiée depuis les années 40 par la NASA jusqu'à la mise au point de la version expérimentale du F-16XL.

### Valeurs numériques des paramètres

$\rho$	1.15	$kg/m^3$
$\mu$	$10^{-5}$	$Pa \cdot s$
$p_0$	0	$Pa$
$U_\infty$	400	$m/s$
$v_0$	0.5	$m/s$

<sup>1</sup>Pour rappel, l'unique composante du vecteur tourbillon  $\omega = \frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y}$  est nulle dans un tel écoulement