

Séance 4

Transferts de chaleur

$$\rho c \frac{\partial T}{\partial t} = \nabla \cdot (k \nabla T) + r$$

$$\mathbf{q} = -k \nabla T \quad \text{- Fourier -}$$

$$\mathbf{q} \cdot \mathbf{n} = \pm h \Delta T \quad \text{- Newton -}$$

8

Considérons une plaque plane composée de plusieurs couches dont les faces sont beaucoup plus grandes que son épaisseur L . On recherche le profil de température $T(x)$. Les coefficients de conduction des diverses couches sont donnés par k_i tandis que leur épaisseurs sont données par L_i . Les densités de flux de chaleurs sur les faces extérieures sont données par les expressions :

$$\begin{aligned} q &= h_0 (T_{\infty 0} - T(0)) \\ q &= h_L (T(L) - T_{\infty L}) \end{aligned}$$

où h_0 et h_L sont des coefficients de convection, tandis que $T_{\infty 0} > T_{\infty L}$ sont les températures moyennes de l'air des deux côtés de la plaque.

On vous demande de :

1. Calculer la densité de flux de chaleur q en fonction des données.
2. Déterminer les températures aux interfaces entre les couches.
3. Dessiner le profil de température.

Quelques ordres de grandeur de coefficient de conduction

Matériau	k [W/mK]
cuivre	380
aluminium	260
acier	45
eau (à pression atmosphérique)	0.67
air (à pression atmosphérique)	0.02

9

Considérons un fer à repasser d'une puissance de 1000 W . La semelle est réalisée avec un alliage en aluminium 2024-T6 dont les caractéristiques matérielles sont $\alpha = 73 \times 10^{-6}\text{ m}^2/\text{s}$, $c = 875\text{ J/kgK}$ et $\rho = 2770\text{ kg/m}^3$. L'épaisseur de la semelle est 0.5 cm et sa surface est 0.03 m^2 .

Avant d'allumer le fer, la semelle est en équilibre thermique avec l'air ambiant à $22\text{ }^\circ\text{C}$.

1. Est-il réaliste de supposer que la température de la semelle est approximativement uniforme à tout instant ? Quel nombre adimensionnel serait-il judicieux de calculer ? Justifier.
2. Calculer le temps requis pour que la température de la semelle atteigne $140\text{ }^\circ\text{C}$ si le coefficient de convection à la base de la semelle est $h = 12\text{ W/m}^2\text{K}$ et si 85% de la chaleur générée par la résistance électrique est transférée à la semelle.

Quelques ordres de grandeur de coefficients de convection

Type de transfert	Fluide	$h\text{ [W/m}^2\text{K]}$
Convection forcée	Gaz	10...300
	Liquide aqueux	500...12000
	Huile	50...1700
	Métal liquide	6000...110000
Convection naturelle	Gaz	5...30
	Liquide aqueux	100...1000
Changement de phase	Eau, ébullition	3000...60000
	Eau, condensation	5000...110000

10

La température T_∞ d'un gaz en mouvement est mesuré par un thermocouple dont la jonction peut être approximée comme une sphère avec un diamètre $D = 1.2\text{ mm}$. Les propriétés de cette jonction sont $k = 35\text{ W/mK}$, $c = 320\text{ J/kgK}$ et $\rho = 8500\text{ kg/m}^3$. Le coefficient de convection entre la jonction et le gaz est $h = 65\text{ W/m}^2\text{K}$.

Le thermocouple dont la température initiale est T_0 est plongé en $t = 0$ dans le gaz et il faudra un certain temps pour que la température moyenne de la jonction $T_m(t)$ se rapproche de la température du gaz. C'est à cet instant uniquement que le thermocouple permet d'obtenir une mesure acceptable de la température du gaz.

1. Obtenir l'équation différentielle ordinaire que doit satisfaire $T_m(t)$.
2. Calculer le temps t_c afin tel que l'écart $T_m(t_c) - T_\infty$ soit inférieur à 1% de l'écart $T_0 - T_\infty$.
3. Est-il possible de ré-obtenir l'équation différentielle ordinaire que doit satisfaire $T_m(t)$ en partant de l'équation aux dérivées partielles que satisfait $T(\mathbf{x}, t)$?
4. A tout instant, à quoi ressemble le profil de température $T(r, t)$ à l'intérieur de la sphère ? La valeur du nombre de Biot doit vous permettre de répondre à cette question (si, si, si !).