

## Séance 5

# Écoulement de pétrole en Arctique

$$0 = -\frac{dp}{dx} + \mu_m \frac{1}{r} \frac{d}{dr} \left( r \frac{du}{dr} \right)$$
$$0 = \mu_m \left( \frac{du}{dr} \right)^2 + k \frac{1}{r} \frac{d}{dr} \left( r \frac{dT}{dr} \right)$$

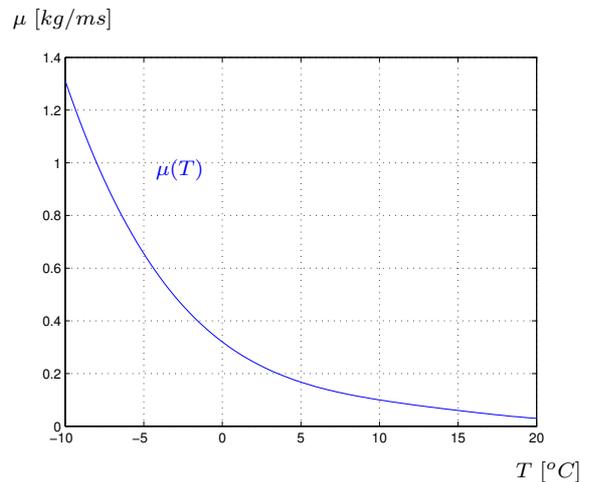
11

Nous allons analyser l'écoulement de pétrole dans un pipeline en Arctique. Aux basses températures, la viscosité du pétrole augmente fortement, comme on peut l'observer sur la figure. Heureusement, la chaleur générée par dissipation visqueuse au sein de l'écoulement entraîne une diminution de la viscosité et donc les pertes de charge vont rester raisonnables. La température à la paroi intérieure du pipeline est supposée constante et vaut  $-30^\circ\text{C}$ .

L'écoulement est laminaire et établi.  
C'est un écoulement de Poiseuille !

La conductivité thermique et la masse volumique du pétrole peuvent être considérées comme constantes. En outre, on négligera la dépendance de la viscosité en  $r$  en l'approchant par une viscosité moyenne correspondant à la température moyenne :

$$\mu(r) \approx \mu_m = \mu(T_m)$$



1. Définir le concept de transfert de chaleur établi.  
Comment faudrait-il écrire le bilan d'énergie si le transfert de chaleur n'était pas établi ?
2. Donner l'expression de  $u(r)$  en fonction de la vitesse moyenne  $u_m$ .
3. Donner l'expression de  $T(r) - T_w$ .
4. Définir la température moyenne  $T_m$  et calculer ensuite  $T_m - T_w$ .

5. En tirer une relation linéaire liant  $T_m$  et  $\mu_m$  en fonction des données fournies !  
Dessiner cette relation sur le graphe fourni  
et en déduire des valeurs approchées de  $T_m$  et de  $\mu_m$ .
6. Définir le nombre de Nusselt et en calculer ensuite la valeur numérique.  
L'écart de température représentatif sera évidemment  $T_m - T_w$ .  
La longueur caractéristique sera le diamètre du pipeline.
7. Calculer la puissance dissipée par unité de longueur.  
Elle provient de la dissipation visqueuse et est transmise à l'extérieur via le flux de chaleur  $q_w$ .
8. Calculer le nombre de Reynolds.  
Est-il légitime de considérer que cet écoulement est laminaire ?
9. Calculer le gradient de pression en  $[bar/km]$ .

### Valeurs numériques des paramètres

$\rho$	900	$kg/m^3$
$k$	0.1	$W/mK$
$R$	0.5	$m$
$T_w$	-30	$^{\circ}C$
$u_m$	2.5	$m/s$