Séance 7

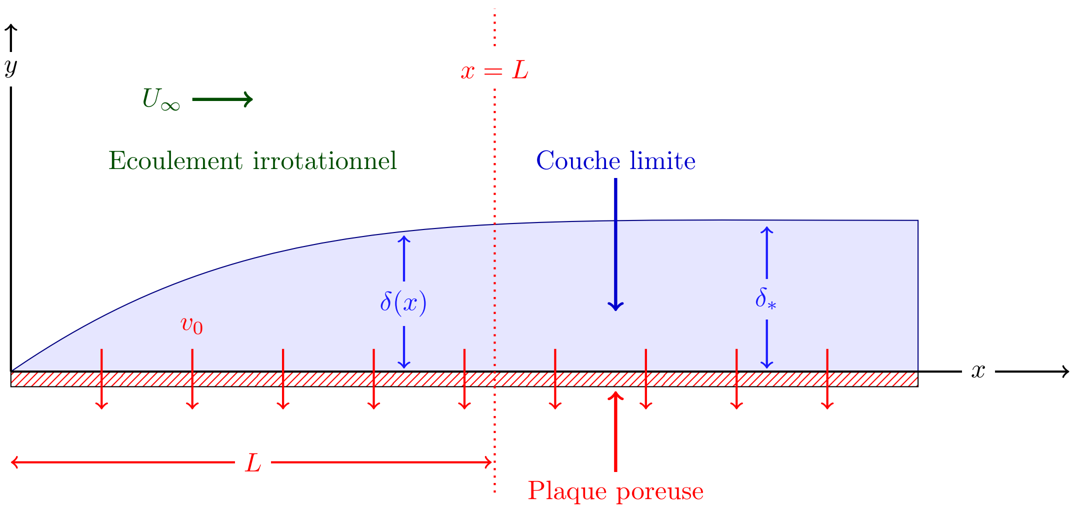
Comment améliorer l'adhérence d'une couche limite ?

$$\begin{aligned} \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} &= 0 \\ u\frac{\partial u}{\partial x} + v\frac{\partial u}{\partial y} &= -\frac{1}{\rho}\frac{dp_e}{dx} + \nu\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \end{aligned}$$

13 Considérons une surface plane poreuse sur laquelle se développe une couche limite laminaire. L'écoulement externe est caractérisé par une vitesse constante U_∞ et une pression constante p_0. La viscosité dynamique et la masse volumique de fluide sont μ et ρ respectivement. Nous supposons que la vitesse sur la paroi a une composante horizontale nulle $u(x,0) = 0$ et une composante verticale constante $v(x,0) = -v_0$ telle que

$$\frac{v_0}{U_\infty} \ll 1$$

Dans ce un tel cas, l'épaisseur de la couche limite et le profil de vitesse au sein de celle-ci tendent à devenir constantes à une distance L du bord d'attaque.



Nous allons nous restreindre à l'analyse de l'écoulement pour les valeurs de $x \gg L$.
Dans ce cas, on peut obtenir $u(y)$ en résolvant le problème aux conditions aux limites :

$$\left\{ \begin{array}{rcl} -\rho v_0 \dfrac{du}{dy} & = & \mu \dfrac{d^2u}{dy^2} \\[2ex] u(0) & = & 0 \\[2ex] u(y \to \infty) & = & U_\infty \end{array} \right.$$

1. Ecrire les équations de la couche limite laminaire, déduire ensuite ce problème aux conditions aux limites en utilisant les hypothèses de l'énoncé.
2. Obtenir l'expression du profil de vitesse $u(y)$.
3. Calculer l'épaisseur constante de déplacement δ_* :

$$\delta_* = \int_0^\infty \left(1 - \frac{u(y)}{U_\infty} \right) dy$$

4. Quel est le sens physique ou géométrique du concept d'épaisseur de déplacement ?
5. Calculer la contrainte de cisaillement τ_w exercée par le fluide sur la plaque.
6. Définir le coefficient de frottement C_f et obtenir la valeur numérique pour ce problème.
7. Obtenir l'évolution de l'ordre de grandeur de la couche limite $\delta(x)$
en fonction de ρ, μ, U_∞ et x, lorsque $0 < x < L$.
Il s'agit du même développement que celui fait pour obtenir les équations de la couche limite !
8. Estimer ensuite la valeur de L en termes de ρ, μ, v_0 et U_∞.
9. Démontrer l'équation de Bernouilli
pour un écoulement bidimensionnel stationnaire irrotationnel[1] :

$$p(x,y) + \frac{\rho u^2(x,y)}{2} + \frac{\rho v^2(x,y)}{2} + \rho g y = \text{constante}$$

L'idée est d'aspirer le fluide sur la plaque avec une vitesse du succion constante v_0 pour améliorer l'adhérence de la couche limite et cette idée a été étudiée depuis les années 40 par la NASA jusqu'à la mise au point de la version expérimentale du F-16XL.

Valeurs numériques des paramètres

ρ	1.15	kg/m^3
μ	10^{-5}	$Pa\ s$
p_0	0	Pa
U_∞	400	m/s
v_0	0.5	m/s

[1]Pour rappel, l'unique composante du vecteur tourbillon $\omega = \dfrac{\partial v}{\partial x} - \dfrac{\partial u}{\partial y}$ est nulle dans un tel écoulement